

DER PHYSIK UND CHEMIE.

NEUE FOLGE. BAND XIX.

I. *Electrische Untersuchungen;*
von G. Quincke.

(Die Resultate dieser Untersuchungen wurden der k. Acad. d. Wiss. zu Berlin mitgetheilt den 5. April 1883.)

(Hierzu Taf. VIII Fig. 6—26.)

VII. Ueber die Dielectricitätsconstanten isolirender
Flüssigkeiten.

§ 50. Wird eine Flüssigkeit ähnlich wie das Glas einer Leydener Flasche electricischen Kräften ausgesetzt, so werden dadurch die gegenseitigen Anziehungen der Flüssigkeitstheilen oder die Druckkräfte im Inneren der Flüssigkeit geändert.

Nach den Anschauungen von Faraday¹⁾ ist in jedem Punkte einer electrisirten isolirenden Substanz eine Zugkraft in der Richtung der electricischen Kraftlinien und ein Druck in der Richtung senkrecht zu diesen Kraftlinien anzunehmen. Ist P die electricische Potentialdifferenz und a der Abstand der Belegungen, so ist nach Maxwell²⁾ diese Zugkraft \mp den Kraftlinien = dem Druck \perp zu den Kraftlinien und durch die Gl. gegeben:

$$(1) \quad p = \frac{K_1 P^2}{8\pi a^2},$$

während nach v. Helmholtz³⁾ das Verhältniss zwischen den Grössen des Zuges und Druckes \mp und \perp zu den electricischen Kraftlinien je nach der Art der isolirenden Substanz verschieden sein kann. In der Richtung der electricischen Kraftlinien müsste eine Contraction, senkrecht zu den electricischen Kraftlinien eine Dehnung der isolirenden Substanz auftreten.

1) Faraday. Experimental researches 1. § 1224, 1297. 1837.

2) Maxwell, Electricity and magnetism 1. § 111.

3) v. Helmholtz, Berl. Monatsber. 17. 2. 1881. Wissenschaftl. Abh.

Befindet sich ein Condensator in einer Flüssigkeit mit der Dielectricitätsconstanten oder dem specifischen Inductionsvermögen K , haben die beiden ebenen Belegungen des Condensators die Oberfläche O , den Abstand a und die Potentialdifferenz P , so sammelt sich auf jeder Condensatorplatte die Electricitätsmenge¹⁾ an:

$$(2) \quad e = C \cdot P = K \cdot \frac{O}{4\pi} \frac{P}{a},$$

wo C die Capacität des betreffenden Condensators bezeichnet. Für Luft wäre $K=1$.

Die Constante K der Gl. (2) soll nach der Theorie von Maxwell²⁾ gleich dem Quadrate des Brechungsexponenten für unendlich lange Lichtwellen sein. Sie soll ferner nach Maxwell³⁾ und v. Helmholtz identisch sein mit der Constante K_1 der Gl. (1). Nach v. Helmholtz⁴⁾ sollen sich zwei Electricitätsmengen E und E_1 in Luft mit derselben Kraft anziehen, wie zwei Electricitätsmengen E/\sqrt{K} und E_1/\sqrt{K} in einem dielectrischen Medium mit der Constanten K .

Beide Beziehungen werden durch Messungen von P. Silow⁵⁾ an einem Quadrantenelectrometer bestätigt, welches sich in Luft oder in einer isolirenden Flüssigkeit (Steinöl oder Terpentinöl) befand. Derselbe bestimmte ferner mit der Methode von Werner Siemens⁶⁾ die Capacität eines Condensators, dessen vergoldete Platten sich in Luft oder in der betreffenden isolirenden Flüssigkeit befanden und mittelst eines rotirenden Commutators bald mit einer Volta'schen Säule von 175 Kupfer-Wasser-Zinkelementen geladen, bald durch einen empfindlichen Multiplicator entladen wurden.

Gordon⁷⁾ verglich durch Beobachtungen an einem Quadrantenelectrometer die Capacität zweier ähnlich gestalteten Condensatoren, von denen der eine Luft, der andere iso-

1) Vgl. § 43 und Maxwell, Electr. 1. § 124.

2) Maxwell, Electr. 1. § 788.

3) Maxwell, Electr. 1. § 111. u. 229.

4) v. Helmholtz, Crelle's Journ. 72. p. 117. 1870; Wissenschaftl. Abh. 1. p. 614 u. 819.

5) P. Silow, Pogg. Ann. 156. p. 395. 1875; 158. p. 310. 1876.

6) W. Siemens, Pogg. Ann. 102. p. 68. 1857.

7) Gordon, Phil. Trans. 1879. 1. p. 438.

lirende Flüssigkeit enthielt. Für Schwefelkohlenstoff wurde $\sqrt{K} = 1,345$ gefunden.

Endlich hat Hopkinson¹⁾ die Capacität eines mit Luft oder der isolirenden Flüssigkeit gefüllten Condensators gemessen durch Vergleichung mit einem Condensator von veränderlicher Capacität mittelst des Quadrantenelectrometers. Nach diesen Versuchen ist K = dem Quadrate des Brechungsexponenten für lange Lichtwellen bei Steinöl und Terpen- tinöl, aber nicht bei den fetten Oelen.

Bei allen diesen Methoden, von denen die erste Siemens'sche mit der von mir (§ 10 und § 43) benutzten nahe übereinstimmt, wird der Flüssigkeitscondensator nur kurze Zeit verhältnissmässig kleinen electricischen Kräften ausgesetzt, während bei anderen Versuchen (z. B. solchen über electriche Doppelbrechung, die im nächsten Abschnitt besprochen werden sollen) die Flüssigkeit längere Zeit hindurch, oft mehrere Minuten lang electricisirt wird.

Die oben erwähnten Versuche von P. Silow sind auch, soviel mir bekannt, die einzigen, welche die Gleichheit der Constanten K_1 und K bestätigen.

Ich habe für eine Reihe von Flüssigkeiten gleichzeitig die Constante K der Gl. (2) und die Constante K_1 der Gl. (1) bestimmt, je nachdem die Druckkräfte \perp oder \parallel zu den electricischen Kraftlinien wirkten.

§ 51. Um die Zugkräfte parallel den electricischen Kraftlinien zu bestimmen, benutzte ich eine electriche Waage aus vernickeltem Messing von ähnlicher Einrichtung, wie bei Bestimmung der Constanten des Schraubenelectrometers von Sir W. Thomson in absolutem Maass (§ 44).

Diese electriche Waage bestand aus zwei horizontalen planparallelen Condensatorplatten von 85,30 mm Durchmesser und 1 mm Dicke. Die obere Platte *A* (Fig. 22) war mit drei dünnen Drähten, wie eine gewöhnliche Waageschale an der Endscheide des Waagebalkens einer empfindlichen Staudinger'schen Waage aufgehängt und zur Erde abgeleitet. Die untere Platte *B* war fest und isolirt. Eine

1) Hopkinson, Proc. Roy. Soc. 6. 1. 1881. Phil. Trans. 1881. II. p. 373.

grössere Messingplatte mit drei seitlichen zweimal gebogenen Lappen *F* bildete einen Dreifuss mit drei Fusschrauben *u* und drei Lagerschrauben *o*, auf deren kegelförmiger Spitze die obere Condensatorplatte mit drei Ansätzen auflag.

Die untere Condensatorplatte wurde von einem Flintglasstäbchen *C* getragen, das mit Fischleim in zwei Messinghülsen auf der unteren Fläche der unteren Condensatorplatte und der Mitte des Dreifusses befestigt war. Der ganze Apparat stand in einem oben offenen Glascylinder von 123 mm Durchmesser und 50 mm Höhe, dessen oberer Rand 13 mm über der oberen Condensatorplatte lag.

Auf der oberen Condensatorplatte *A* stand eine Dosenlibelle (Fig. 2 § 44) mit drei dünnen 27 mm langen Messingfüsschen, die so eingestellt waren, dass die Luftblase der Libelle einspielte, wenn die obere Condensatorplatte frei schwebte. Der Uebersichtlichkeit wegen ist diese Dosenlibelle in Fig. 22 nicht gezeichnet. Ein dünner Kupferdraht führte von dem Metaldreifuss zu den Gasröhren des Hauses und zur Erde. Ein anderer dünner Kupferdraht, der durch eine mit Schellack bekleidete Flintglasröhre von der Wand des Waagekastens isolirt war, verband den seitlichen Arm *D* der unteren Condensatorplatte mit dem beweglichen Arm des Schlüssels *S* (Fig. 23) ausserhalb des Waagekastens. Dieser oben mit einer Bleikugel belastete Arm drehte sich in einer horizontalen Glasröhre, die in der Biegung des *U*-förmigen Glasstabes festgekittet war. Mit einer auf seinem horizontalen Theile festgekitteten isolirenden Handhabe *J* konnte dieser Arm gegen die horizontalen Contactdrähte *L* und *R* am oberen Ende des *U*-förmigen Glasstabes gelehnt werden. Je nachdem der Arm den linken oder rechten Contactdraht des Schlüssels berührte, war die untere Condensatorplatte mit der inneren Belegung der Flintglasbatterie, dem Sir W. Thomson'schen Schraubenelectrometer, dem Righi'schen Reflexionselectrometer und der Holtz'schen Maschine, oder durch einen empfindlichen Ruhmkorff'schen Multiplikator (vergl. § 52) mit der Erde verbunden. Eine Nebenschliessung von kleinem Widerstand erlaubte, den Multiplikator aus dieser Erdleitung nach Belieben auszuschalten.

Vor dem Einsetzen in den Glaszylinder wurde die untere Condensatorplatte mit Hülfe einer gewöhnlichen Dosenlibelle horizontal gestellt, die obere Condensatorplatte auf die drei Lagerschrauben *o* gelegt und diese Schrauben solange verstellt, bis die Dosenlibelle auch auf der oberen Condensatorplatte wieder einspielte. Dann standen beide Condensatorplatten genau parallel. Der Abstand beider Platten wurde an sechs symmetrisch vertheilten Stellen des Randes mit Mikroskop und Ocularmikrometer gemessen und = 0,1597 cm gefunden.

Darauf wurde das Glasgefäß mit Dreifuss und unterer Condensatorplatte in den Waagekasten auf ein Tischchen *H* mit drei Stellschrauben *s* und horizontaler Spiegelglasplatte *G* gebracht, die untere Condensatorplatte mit dem Schlüssel *S*, der Dreifuss mit der Erdleitung verbunden, die obere Condensatorplatte an den arretirten Waagebalken gehängt, die dreibeinige Dosenlibelle aufgesetzt und das Glasgefäß durch das Einschieben des Holzklotzes *K* gehoben.

Durch die drei Stellschrauben *s* und Verschieben des Holzklotzes auf der horizontalen Spiegelglasplatte wurde der Dreifuss solange gehoben und verstellt, bis die drei Schraubenspitzen *o* die obere Condensatorplatte gerade berührten, was sich an der Luftblase der dreibeinigen Dosenlibelle leicht erkennen liess.

Auf die Waageschale am anderen Ende des Waagebalkens wurden soviel Gewichtsstücke gelegt, dass die mit der dreibeinigen Dosenlibelle belastete obere Condensatorplatte dadurch gerade im Gleichgewicht gehalten wurde. Dieses Taragewicht betrug, wenn das Glasgefäß mit Luft gefüllt war, 118,360 gr; wenn es mit Wasser gefüllt war, 4,868 gr weniger. Daraus liess sich das Taragewicht berechnen, wenn das Glasgefäß mit einer anderen Flüssigkeit von bekanntem specifischen Gewichte bis zu gleicher Höhe gefüllt war. An den mit einer Eintheilung versehenen Füßen der dreibeinigen Dosenlibelle und den Oesen des Drahtgehänges liess sich der Stand der Flüssigkeit im Glasgefäß mit genügender Genauigkeit beurtheilen und durch Herabschrauben der Stellschrauben *s* des Fussbrettes und Lösen

der Arretirung des Waagebalkens die Richtigkeit des Taragewichts controliren.

Auf die Waageschale der electrischen Waage wurden zu dem Taragewicht 20 gr oder 10 gr zugelegt, die Holtz'sche Maschine gedreht, bis das Reflexionselectrometer eine genügende electriche Potentialdifferenz angab, die Waagenarretirung gelöst und das Schraubenelectrometer eingestellt. Mit einem leinenen Tuche wurde jetzt die innere Belegung der Leydener Batterie berührt, das Potential langsam verkleinert und gleichzeitig das Schraubenelectrometer verstellt, bis die electriche Anziehungskräfte nicht mehr genügten, die obere Condensatorplatte festzuhalten, und die Waage umschlug. Um den Stoss zu mildern, wurde unter die Waageschale mit den Gewichtsstücken ein dicker Haarpinsel gelegt.

Die Stellungen des Schraubenelectrometers, für welche das Abreissen der oberen Condensatorplatte in Luft erfolgte, waren im Mittel aus zehn Versuchsreihen:

$$r_2 = 11,4496^{\text{rev}}, \quad r_1 = 7,5040^{\text{rev}}.$$

Da sich die Angaben des Schraubenelectrometers wie die Quadratwurzeln aus den Gewichten verhalten müssen [vergl. Gl. (18-22) § 44] so ist:

$$\frac{r_2 + r_0}{r_1 + r_0} = \sqrt{2}$$

$$(3) \quad r_0 = \frac{r_2 - r_1 \sqrt{2}}{\sqrt{2} - 1} = 2,021^{\text{rev}}.$$

Setzt man die electriche Potentialdifferenz:

$$P = A(r_0 + r)$$

und berechnet aus diesen Messungen wie früher in § 44 den Werth der Constanten A , so findet man:

$$(4) \quad A = 1,1014 \text{ C. G. S.},$$

während früher gefunden wurde:

$$r_0 = 2,445^{\text{rev}}, \quad A = 1,1415 \text{ C. G. S.}$$

Diese Differenz erklärt sich hinreichend durch eine kleine Aenderung, welche im Laufe der Jahre der Draht des Torsionselectroskops (gauge) des Schraubenelectrometers erlitten hatte.

Darauf wurde das Glasgefäß mit der isolirenden Flüssigkeit gefüllt, das Taragewicht in passender Weise geändert

und G_{11} gr zugelegt, wieder durch Umlegen des Schlüssels S die untere Condensatorplatte mit dem Electrometer und der Leydener Batterie verbunden, diese auf eine bestimmte electriche Potentialdifferenz gebracht, die Arretirung des Waagebalkens gelöst und durch berühren mit einem leinenen Tuch die electriche Potentialdifferenz so langsam vermindert, dass man das Schraubenelectrometer bequem eingestellt erhalten konnte. Bei der Stellung r_{11} hob sich die obere Condensatorplatte von den Lagerschrauben o ab, und die Waage schlug aus.

Eine analoge Bestimmung wurde bei einem Gewichte G_{22} gr gemacht, welchem die Stellung r_{22} des Schraubenelectrometers entsprach. G_{22} betrug das Doppelte von G_{11} . Beide waren so gewählt, dass r_{22} und r_{11} sehr nahe mit den für Luft gefundenen Angaben r_2 und r_1 übereinstimmten.

Unterscheidet man die electriche Potentialdifferenzen P , wie die r , durch untere Indices, so ist:

$$(5) \quad P_1 = A(r_0 + r_1), \quad P_{11} = A(r_0 + r_{11})$$

und nach Gl. (1):

$$(6) \quad G_1 = K_1 \frac{O}{8\pi} \frac{P_1^2}{a^2}, \quad G_{11} = K_{11} \frac{O}{8\pi} \frac{P_{11}^2}{a^2},$$

woraus folgt:

$$(7) \quad K_p = \frac{K_{11}}{K_1} = \frac{G_{11} (r_0 + r_1)^2}{G_1 (r_0 + r_{11})^2}.$$

K_p entspricht der Constante K_1 der Gl. (1) für die electriche Zugkraft im Inneren der isolirenden Flüssigkeit \mp den electriche Kraftlinien, wenn die Constante K_1 für Luft = 1 gesetzt wird.

Da r_1 und r_{11} nahezu gleich sind, so hat eine fehlerhafte Bestimmung von r_0 nur einen verschwindend kleinen Einfluss.

Die Messungen für die doppelten Gewichte G_2 und G_{22} gestatten ebenfalls K_p mit Gl. (7) zu berechnen.

Gewöhnlich wurden für jedes Gewicht fünf bis zehn Messungen am Schraubenelectrometer gemacht, die nahezu übereinstimmten, und aus diesen das Mittel genommen.

Die Temperatur der Flüssigkeit im Glasgefäß wurde mit einem empfindlichen Thermometer gemessen. Den Bre-

chungsexponenten der Flüssigkeit für dieselbe Temperatur und die Fraunhofer'sche Linie D bestimmte ich mit einem Steinheil'schen Hohlprisma und einer Oertling'schen Kreistheilung, die noch Ablesungen von 2" gestattet.

Die Beobachtungen sind in der folgenden Tabelle zusammengestellt.

Tabelle 54.

Electrische Zugkräfte
in Luft und in verschiedenen Flüssigkeiten
mit electrischer Waage verglichen.

$O = 57,149$ qcm. $a = 0,1595$ cm.

Gewichte		Schraubenelectrometer		Dielectricitäts-		Brechungs-	Temp.
Luft	Flüssigk.	Luft	Flüssigk.	constante		exponent	
G_1	G_{11}	r_1	r_{11}	K_p	$\sqrt{K_p}$	n_D	°C.
Aether (Kahlbaum)							
20	100	rev	rev	4,876	2,208	—	—
10	50	11,496	11,666	4,827	2,197	—	—
		7,514	7,683	4,851	2,203	1,3605	6,60°
Aether (über gebranntem Marmor gestanden)							
20	90	11,454	11,122	4,730	2,175	—	—
10	45	7,474	7,458	4,515	2,125	—	—
				4,623	2,150	1,3594	8,37°
5 Vol. Aether + 1 Vol. Schwefelkohlenstoff							
20	80	11,454	11,162	4,179	2,044	—	—
10	40	7,474	7,365	4,093	2,023	—	—
				4,136	2,034	1,4044	8,50°
1 Vol. Aether + 1 Vol. Schwefelkohlenstoff							
20	70	11,454	11,293	3,585	1,893	—	—
10	35	7,474	7,484	3,493	1,869	—	—
				3,539	1,881	1,4955	10,50°
1 Vol. Aether + 3 Vol. Schwefelkohlenstoff							
20	60	11,631	11,433	3,089	1,758	—	—
10	30	7,660	7,388	3,176	1,782	—	—
				3,132	1,770	1,5677	5,30°
Schwefel in Schwefelkohlenstoff gelöst (19,5 proc.)							
20	60	11,456	11,761	2,869	1,694	—	—
10	30	7,523	7,736	2,870	1,694	—	—
				2,870	1,694	1,6797	8,68°
Schwefelkohlenstoff (Kahlbaum)							
20	55	11,536	11,791	2,649	1,628	—	—
10	27,5	7,582	7,692	2,688	1,639	—	—
				2,669	1,633	1,6386	7,50°

Gewichte		Schraubenelectrometer		Dielectricitäts-		Brechungs-	Temp.
Luft	Flüssigk.	Luft	Flüssigk.	constante		exponent	
G_1	G_{11}	r_1	r_{11}	K_P	$\sqrt{K_P}$	n_D	$^{\circ}\text{C.}$

Schwefelkohlenstoff (Heidelberg)
(über wasserfreiem Kupfervitriol gestanden)

g°	g°	r_{EV}	r_{OV}				
20	110	11,250	16,674	2,771	1,665	1,6374	9,50°
"	55	"	11,392	2,690	1,640	1,6278	20
"	"	"	11,491	2,653	1,629	1,6324	15
"	"	"	11,351	2,709	1,646	1,6353	11,8
10	27,5	7,354	7,549	2,639	1,624	1,6382	8,86
				2,692	1,641	1,6342	12,98

1 Vol. Schwefelkohlenstoff + 1 Vol. Terpentinöl

50	50	11,414	11,525	2,459	1,568	—	—
10	25	7,461	7,564	2,447	1,564	—	—
				2,453	1,566	1,5442	10,92°

Schweres Benzol aus Steinkohlentheer (Kahlbaum)

20	50,029	11,456	11,750	2,396	1,548	—	—
10	25,029	7,523	7,761	2,383	1,544	—	—
				2,389	1,546	1,5035	13,10°

Reines Benzol aus Benzoëssäure (Kahlbaum)

20	46	11,662	11,590	2,324	1,525	—	—
10	23	7,650	7,598	2,325	1,525	—	—
				2,325	1,525	1,5050	14,40°

Leichtes Benzol (Heidelberg) (über gebranntem Marmor gestanden)

20	50	11,456	12,414	2,179	1,476	—	—
10	25	7,523	8,315	2,132	1,460	—	—
				2,155	1,468	1,4535	11,60°

Rapsöl (über entwässertem Kupfervitriol gestanden)

20	100	11,456	17,400	2,405	1,551	—	—
"	50	"	11,996	2,309	1,520	—	—
10	25	7,523	7,635	2,442	1,563	—	—
				2,385	1,544	1,4743	16,41°

Terpentinöl

20	45	11,248	11,148	2,284	1,511	—	—
10	22,5	7,389	7,424	2,233	1,495	—	—
				2,259	1,503	1,4695	16,71°

Steinöl (über gebranntem Marmor gestanden)

20	42	11,349	11,189	2,151	1,467	—	—
10	21	7,433	7,379	2,124	1,458	—	—
				2,138	1,462	1,4483	16,62°

Alle Flüssigkeiten waren so rein, so wenig wasserhaltig und so staubfrei wie möglich. Da aber die Wägungen einige Zeit in Anspruch nahmen, so verdampfte ein Theil der Flüssigkeit aus dem Glasgefäß, die Temperatur sank, und

es condensirte sich beim Oeffnen des Waagekastens etwas Wasser aus der Atmosphäre auf der Oberfläche der Flüssigkeit, wodurch die Dielectricitätsconstante K_p dann zu gross gefunden wurde.

Diese Fehlerquelle war besonders gross bei Aether. Vier aufeinander folgende Bestimmungen bei Aether, der längere Zeit über gebranntem Marmor gestanden hatte und durch ein Fächerfilter möglichst schnell direct in das Glasgefäss der electrischen Waage filtrirt worden war, ergaben:

$$K_p = 4,399, \quad 4,516, \quad 4,739, \quad 4,891.$$

Die in Tabelle 54 aufgeführten Zahlen beziehen sich auf Aether, der schon eine Spur Wasser angezogen hatte.

Uebrigens isolirten alle Flüssigkeiten vortrefflich, und ohne Berührung mit dem leinenen Tuch sank das electrische Potential sehr langsam.

Abgesehen von dem Schwefelkohlenstoff (Kahlbaum) ist $\sqrt{K_p}$ stets grösser als der Brechungsexponent für die Fraunhofer'sche Linie D bei gleicher Temperatur. Der Unterschied würde für grössere Lichtwellen noch grösser ausfallen.

Die Bestimmungen bei Schwefelkohlenstoff für verschiedene Temperaturen lassen keine Zunahme der Constante K_p mit sinkender Temperatur erkennen, wie das Maxwell'sche Gesetz nach der Zunahme des Brechungsexponenten erwarten liesse.

Der Unterschied zwischen $\sqrt{K_p}$ und dem Brechungsexponenten für Aether ist viel zu gross, als dass er durch einen Wassergehalt oder zufällige Fehler bei der Bestimmung von K_p erklärt werden könnte.

§ 52. Gleichzeitig mit den oben beschriebenen Wägungen wurde für dieselben isolirenden Flüssigkeiten die Dielectricitätsconstante nach dem gewöhnlichen Verfahren bestimmt durch Messung der Capacität des Condensators, den die Platten der electrischen Waage bildeten, wenn sie in Luft oder der betreffenden isolirenden Flüssigkeit sich befanden.

Während der Waagebalken arretirt war, und die obere Condensatorplatte auf den drei Lagerschrauben o ruhte, wurde das Schraubenelectrometer auf r_1^{rev} eingestellt, und durch

Drehen der Holtz'schen Maschine die innere Belegung der Flintglasbatterie auf ein etwas höheres electricisches Potential gebracht, als dem Stand des Schraubenelectrometers entsprach. Darauf liess man das electricische Potential langsam sinken, und im Augenblick, wo der Zeiger des Schraubenelectrometers einspielte, wurde der Schlüssel *S* umgeworfen und der Condensator durch die kurze Wassersäule und den Ruhmkorff'schen Multiplicator entladen.

Der letztere hatte 20000 Windungen, ein astatisches Nadelpaar und einen leichten versilberten Hohlspiegel, welcher das Bild einer schmalen Petroleumflamme auf eine 1635 mm von ihm entfernte Millimeterscala warf. Ein Glimmercondensator von 1 Mikrofara Capacität mit einer Clark'schen Kette¹⁾ geladen und durch den Multiplicator entladen gab einen mittleren Ausschlag von 143 Sc.

Für einen Theil der Versuche benutzte ich einen zweiten Entladungsschlüssel, bei welchem durch Herabdrücken einer elastischen Feder die Entladung bewirkt wurde und die Zeit zwischen Aufhebung des Contacts mit der Leydener Batterie und der Verbindung mit dem Multiplicator nur einen kleinen Bruchtheil einer Secunde betrug. Beide Schlüssel geben für die in Tab. 55 aufgeführten gut isolirenden Flüssigkeiten dieselben Resultate.

Der Multiplicatorausschlag wurde für dieselben electricischen Potentialdifferenzen gemessen, für welche die electricische Waage in Luft eine Anziehung von 20 gr und 10 gr ergeben hatte. Der Ausschlag ist proportional der im Condensator angehäuften Electricitätsmenge.

Nennt man den Ausschlag für dieselbe electricische Potentialdifferenz s_1 oder s_{11} , je nachdem sich die Condensatorplatten in Luft oder in der isolirenden Flüssigkeit befinden, so ist nach Gl. (2):

$$(8) \quad K = \frac{s_{11}}{s_1}.$$

1) Clark, Philos. Trans. 164. I. p. 3. 1874. Die electromotorische Kraft einer solchen Kette $\text{Zn}|\text{ZnSO}_4|\text{Hg}_2\text{SO}_4|\text{Hg}$ ist nach Clifton (Proc. Roy. Soc. 14. 6. 1877) = 1,273 Daniell = 1,374 Volt.

Tabelle 55.

Dielectricitätsconstante
aus der Capacität eines Condensators in Luft und in der isolirenden
Flüssigkeit bestimmt.

Schrauben- electrometer	Multiplier- ausschlag		Dielectricitätsconst.		Brechungs- exponent	Temp.
	Luft	Flüssigk.	K ϵ_{11} ϵ_1	\sqrt{K}		
θ	ϵ_1	ϵ_{11}	ϵ_1	\sqrt{K}	n_D	$^{\circ}\text{C.}$
Aether (Kahlbaum)						
rev	sc	sc				
11,530	64,75	220,55	3,406	1,846	—	—
7,580	46,05	153,0	3,322	1,823	—	—
			3,364	1,834	1,3605	6,60°
Aether (über gebranntem Marmor gestanden)						
11,530	68,80	235,2	3,419	1,849	—	—
7,580	50,00	161,4	3,228	1,797	—	—
			3,323	1,823	1,3594	8,37°
5 Vol. Aether + 1 Vol. Schwefelkohlenstoff						
11,530	80,40	229,6	2,856	1,690	—	—
7,580	56,10	161,9	2,886	1,699	—	—
			2,871	1,694	1,4044	8,50°
1 Vol. Aether + 1 Vol. Schwefelkohlenstoff						
11,530	82,05	200,5	2,444	1,563	—	—
7,580	56,00	138,5	2,473	1,573	—	—
			2,458	1,563	1,4955	10,50°
1 Vol. Aether + 3 Vol. Schwefelkohlenstoff						
11,662	61,60	144,2	2,340	1,530	—	—
7,650	41,80	102,5	2,452	1,566	—	—
			2,396	1,548	1,5677	5,30°
Schwefel in Schwefelkohlenstoff gelöst (19,5 proc.)						
11,530	64,0	136,0	2,125	1,458	—	—
7,580	45,2	95,0	2,102	1,450	—	—
			2,113	1,454	1,6797	8,68°
Schwefelkohlenstoff (Kahlbaum)						
11,530	58,02	131,54	2,267	1,506	—	—
7,580	41,04	89,70	2,167	1,472	—	—
			2,217	1,489	1,6386	7,50°
Schwefelkohlenstoff (Heidelberg)						
11,530	79,20	154,7	1,953	1,398	—	—
7,580	55,80	110,9	1,988	1,410	—	—
			1,970	1,404	1,6342	12,98°
1 Vol. Schwefelkohlenstoff + 1 Vol. Terpentinöl						
11,565	62,00	121,8	1,965	1,402	—	—
7,461	42,24	82,8	1,960	1,400	—	—
			1,962	1,401	1,5442	10,92°

Schrauben- electrometer	Multiplier- ausschlag		Dielectricitätsconst.		Brechungs- exponent	Temp.
	Luft	Flüssigk.	K s_{11}	\sqrt{K} s_1		
r	s_1	s_{11}			n_D	$^{\circ}\text{C.}$
Schweres Benzol (Kahlbaum)						
rev	no	sc				
11,530	63,50	123,2	1,940	1,393	—	—
7,580	45,24	86,70	1,916	1,384	—	—
			1,928	1,389	1,5035	13,20°
Reines Benzol aus Benzoëssäure						
11,662	59,30	124,2	2,094	1,447	—	—
7,650	42,50	85,2	2,005	1,416	—	—
			2,050	1,432	1,5050	14,40°
Leichtes Benzol (Heidelberg)						
11,530	63,50	112,70	1,775	1,332	—	—
7,580	44,56	79,10	1,775	1,332	—	—
			1,775	1,332	1,4535	11,60°
Rapsöl						
11,530	71,25	177,6	2,493	1,579	—	—
7,580	47,89	113,4	2,398	1,547	—	—
			2,443	1,563	1,4743	16,41°
Terpentinöl						
11,530	62,14	119,26	1,919	1,385	—	—
7,580	42,30	82,90	1,960	1,400	—	—
			1,940	1,393	1,4695	16,71°
Steinöl						
11,530	71,25	118,07	1,657	1,287	—	—
7,580	47,39	83,05	1,752	1,324	—	—
			1,705	1,305	1,4483	16,62°

Die in Tab. 55 zusammengestellten Versuche geben K kleiner als die mit der electrischen Waage gefundenen Werthe von K_p .

Eine Ausnahme bildet Rapsöl, bei welchem der Multiplimatorausschlag s_1 für den Condensator in Luft nicht an demselben Tage wie s_{11} für den Condensator in der isolierenden Flüssigkeit bestimmt wurde. Da sich das astatische Nadelpaar und dadurch die Empfindlichkeit des Multiplators von Tag zu Tag ein wenig änderte, so ist ein kleiner Fehler bei dieser Bestimmung möglich. Leider war das Rapsöl leitend geworden, als die Rechnung dies abweichende Verhalten ergab, und ich war bisher nicht in der Lage, diese Versuche wiederholen zu können.

§ 53. Den electricischen Querdruck, \perp zu den electricischen Kraftlinien, der gleichzeitig mit den electricischen Zugkräften \pm den electricischen Kraftlinien vorhanden ist, bestimmte ich durch den Druck auf eine Luftblase im Inneren der electricisirten Flüssigkeit zwischen den beiden Condensatorplatten.

Zu dem Ende wurde die obere an 3 Drähten aufgehängte Condensatorplatte, während sie auf den 3 Lager-schrauben *o* auflag, mit einer Dosenlibelle und den 3 Stellschrauben *s* des Fussbrettes genau horizontal gestellt, darauf fortgenommen und durch eine gleiche planparallele Nickelplatte ersetzt, in deren Mitte oben ein verticales Rohr von 50 mm Länge und 8 mm Durchmesser eingelöthet war (Fig. 24). Auf dieses Metallrohr war mit einem Kautschukschlauch ein verticales Glasrohr von nahezu gleicher Länge aufgesetzt, an welches seitlich eine U-förmige Manometerröhre angeschmolzen war. Das obere Ende des verticalen Glasrohres war durch einen langen Kautschukschlauch mit einer Chlorcalciumröhre und einem Hahn verbunden.

Das Manometerrohr wurde bis zu halber Höhe mit Schwefelkohlenstoff gefüllt, der ein wenig Aether enthielt und ein spezifisches Gewicht von 1,2724 hatte.

Beide Condensatorplatten von 8,530 cm Durchmesser und 0,1597 cm Abstand standen, wie bei den Versuchen mit der electricischen Waage, in dem mit isolirender Flüssigkeit gefüllten Glasgefäß. Das Gehäuse der Waage hinderte die Verdunstung der Flüssigkeit.

Während beide Condensatorplatten zur Erde abgeleitet sind, bläst man durch den Hahn, das Chlorcalciumrohr, den Kautschukschlauch und die verticale Metallröhre trockene Luft in den Raum zwischen beiden Condensatorplatten und schliesst den Hahn. Es bildet sich dann eine flache Luftblase von 50 bis 20 mm Durchmesser im Inneren der Flüssigkeit, welche die obere und untere Condensatorplatte in zwei gleich grossen kreisrunden Flächen berührt. Die Sperrflüssigkeit steht jetzt im äusseren Manometerschenkel höher als im inneren. Der Höhenunterschied hängt von der Höhe der Flüssigkeit im Glasgefäß über der oberen Condensator-

platte und dem capillaren Druck der freien Flüssigkeitsoberfläche der Luftblase ab. Dieser Druck betrug bei meinen Versuchen niemals mehr als 8 mm Schwefelkohlenstoff oder 10 mm Wasser.

Wird jetzt die untere Condensatorplatte durch den Schlüssel *S* mit der inneren Belegung der Leydener Batterie und dem Schraubenelectrometer leitend verbunden, so wirkt der electriche Querdruck der electricirten Flüssigkeit entgegen dem electricchen Querdrucke der Luft der Luftblase, diese contrahirt sich, und der Höhenunterschied der Sperrflüssigkeit im Manometer nimmt zu um eine Grösse h , welche proportional dem Quadrate der electricchen Potentialdifferenz der Condensatorplatten ist.

Der Stand des Manometers war bei derselben electricchen Potentialdifferenz unabhängig vom Durchmesser der Luftblase zwischen den Condensatorplatten, sobald der Durchmesser mehr als 20 mm betrug.

Zur Messung des Höhenunterschiedes der Sperrflüssigkeit in beiden Manometerschenkeln benutzte ich einen Apparat, den ich Kathetometer-Mikroskop nennen möchte, da er sehr geeignet ist, das immerhin complicirte und kostbare Kathetometer zu ersetzen, das ich früher für ähnliche Untersuchungen angewandt und beschrieben habe.¹⁾ Der Apparat hat sich auch seit einer Reihe von Jahren im praktischen Gebrauch bei Capillaritätsuntersuchungen, Messungen flacher Luftblasen u. s. w. als zweckmässig bewährt. Derselbe ist in Fig. 25 dargestellt und besteht in einem horizontalen Mikroskop mit schwacher Vergrößerung und Ocularmikrometer, das auf einer horizontalen Spiegelglasplatte verschoben werden kann. Das 180 mm lange cylindrische Mikroskoprohr liegt in einem kleinen von 2 *Y* gebildeten Holzgestell. Unter diesem Holzgestell ist mit 3 Tropfen Colophoniumkitt (3 Th. Colophonium und 1 Th. Wachs) ein Spiegelglasstreifen befestigt. Auf das verstellbare quadratische Tischchen von 130 mm Seite eines Gestelles aus polirtem Holz mit 3 Fusschrauben (wie es in diesen Annalen²⁾ abgebildet ist) werden

1) G. Quincke, Pogg. Ann. 105. p. 12. u. Taf. I. 1858.

2) G. Quincke, Pogg. Ann. 105. Taf. I. Fig. 4 u. 5. 1858.

mit einem kleinen Metalllöffel 3 grosse Tropfen Colophoniumkitt gelegt und eine quadratische Spiegelglasplatte von 175 mm Seite und 3 mm Dicke lose auf den noch flüssigen Kitt gedrückt. Die Kitttropfen erstarren dabei, und die Spiegelglasplatte bildet eine vollkommen ebene Tischplatte, welche mit einer hölzernen Druckschraube in beliebiger Höhe festgestellt werden kann. Um Beulen zu vermeiden, wirkt die Druckschraube nicht direct auf den cylindrischen Fuss des hölzernen Tischchens, sondern auf einen cylindrischen, federnen Messingstreifen, der in das feste Gestell eingelassen ist.

Die Spiegelplatte wird mit einer Dosenlibelle und den 3 Fusschrauben genau horizontal gestellt, mit ein paar Körnchen *Lycopodium* bepudert und das horizontale Mikroskop mit dem Holzgestell und der gläsernen Fussplatte aufgesetzt. Die beiden Spiegelflächen verschieben sich durch die *Lycopodium*körnchen, welche wie Frictionsrollen wirken, sehr sanft gegeneinander und erleichtern die genaue Einstellung auf das Object.

Das Holzgestell mit den *Y* muss so gearbeitet sein, dass ein in der Mitte der Mikrometertheilung sichtbares Object nahezu an derselben Stelle erscheint, wenn man das Mikroskop um seine Längsaxe um 180° dreht.

Ich benutze Objective von verschiedener Vergrösserung, sodass die 100 Sc. des in $\frac{1}{10}$ mm getheilten Ocularmikrometers etwa 12 mm oder 6 mm oder 4 mm entsprachen. Der Werth eines Scalentheiles wird gefunden, indem man mit dem scharf eingestellten Mikroskop eine auf Glas geritzte verticale Normal-Millimetertheilung misst, die in einem eingeschnittenen Korke festgeklemmt ist. Der Kork ist auf einer kleinen Fussplatte von Spiegelglas festgekittet und kann auf einem zweiten horizontalen Tischchen mit Spiegelglasplatte und 3 Fusschrauben verschoben werden.

Die Ocularröhre mit dem Ocularmikrometer kann in dem Mikroskoprohr gedreht werden, bis die Mikrometerstriche genau horizontal oder vertical stehen. Beides lässt sich durch Verschieben des Mikroskops auf der horizontalen Tischplatte leicht controliren, da das Bild eines festen Objectes (Diamantstrich auf Glas oder Metallspitze) dann mit

einem Mikrometerstrich oder mit den Anfangspunkten der Mikrometerstriche in Berührung bleiben muss.

Statt die Ocularröhre zu drehen, kann man auch das ganze Mikroskop in seinen Holzlagern drehen. Ein an die Mikroskopröhre angeschraubter langer Messingstab erleichtert dabei die feine Einstellung.

Da man noch Zehntel Scalentheile schätzen kann, so lassen sich Längen von 12 mm und weniger mit einer Genauigkeit von 0,01 mm bis 0,004 mm messen.

Ein Beleuchtungsspiegel (Fig. 26), der an einem Gestelle aus 2 Korken und rechtwinkelig gebogenem Messingdraht befestigt ist und an einem verticalen Glasstabe verschoben werden kann, dient zur Beleuchtung der Objecte. In der Zeichnung ist der Spiegel, um die Befestigung des Korkes erkennen zu lassen, um 180° gedreht gezeichnet.

Ein solches Kathetometermikroskop hat den Vortheil, dass man es schnell einstellen und damit in kurzer Zeit eine grosse Anzahl Messungen ausführen kann, während ein wirkliches Kathetometer wegen der Verstellung der Schrauben eine viel längere Zeit in Anspruch nimmt.

Für die Messungen an dem Schwefelkohlenstoffmanometer benutzte ich ein Objectiv von solcher Vergrösserung, dass 1 Sc. des Ocularmikrometers 0,1367 mm entsprach.

Die Druckzunahme der Luftblase zwischen den Condensatorplatten wurde für dieselbe electriche Potentialdifferenz oder dieselbe Stellung des Schraubenmikrometers gemessen, für welche die in Tab. 54 aufgeführten Zugkräfte $G_{11} \mp$ den electricen Kraftlinien mit der electricen Waage bestimmt worden waren.

Bezeichnet man mit σ das specifische Gewicht der Manometerflüssigkeit, so ist die Differenz des electricen Querdruckes auf die Flächeneinheit im Inneren der Flüssigkeit und der Luftblase:

$$(9) \quad h\sigma = \frac{K_s - 1}{8\pi} \frac{P^2}{a^2}.$$

Für dieselbe Potentialdifferenz P und denselben Abstand a der Condensatorplatten von der Oberfläche O war

früher die Zugkraft \neq den electrischen Kraftlinien im Inneren der Flüssigkeit für die Flächeneinheit gefunden worden:

$$(10) \quad \frac{G_{11}}{O} = \frac{K_p}{8\pi} \frac{P^2}{a^3},$$

oder durch Division beider Gleichungen:

$$(11) \quad K_s = 1 + \frac{h\sigma O}{G_{11}} K_p.$$

Die Resultate der Beobachtung und Rechnung finden sich in Tab. 56 zusammengestellt. Die Werthe von G_{11} und K_p sind der Tab. 54 entnommen. Jeder Werth von h ist das Mittel aus 10 bis 15 gut übereinstimmenden einzelnen Messungen.

Tabelle 56.

Electrischer Querdruk
auf eine Luftblase in verschiedenen Flüssigkeiten mit
Schwefelkohlenstoffmanometer gemessen.

$O = 57,149$ qem $a = 0,1595$ cm $\sigma = 1,2724$.

Schrauben- electro- meter r_{11}	Druck- zunahme h	G_{11}	$h\sigma O$	$\frac{K_p}{K_s - 1}$	K_p	K_s
Aether (Kahlbaum)						
11,122	9,475	92,17	68,89	1,339	—	—
7,458	5,025	47,60	36,54	1,302	—	—
				1,321	4,851	4,672
Aether (über gebranntem Marmor gestanden)						
11,122	9,727	90	70,71	1,273	—	—
7,458	4,940	45	35,91	1,253	—	—
				1,263	4,623	4,660
5 Vol. Aether + 1 Vol. Schwefelkohlenstoff						
11,162	8,986	80	65,33	1,225	—	—
7,365	4,542	40	33,02	1,212	—	—
				1,219	4,136	4,392
1 Vol. Aether + 1 Vol. Schwefelkohlenstoff						
11,293	6,468	70	47,02	1,489	—	—
7,484	3,278	35	23,83	1,469	—	—
				1,479	3,539	3,392
1 Vol. Aether + 3 Vol. Schwefelkohlenstoff						
11,433	5,718	60	41,57	1,444	—	—
7,388	2,587	30	18,81	1,595	—	—
				1,520	3,132	3,061

Schrauben- electro- meter	Druck- zunahme	G_{11}	$h \sigma O$	$\frac{K_p}{K_s - 1}$	K_p	K_s
r_{11}	h					

Schwefel in Schwefelkohlenstoff gelöst (19,5 proc.)

rev	mm	gr	gr			
11,761	5,429	60	39,47	1,520	—	—
7,736	2,725	30	19,81	1,515	—	—
				1,518	2,870	2,895

Schwefelkohlenstoff (Kahlbaum)

11,791	4,979	55	36,20	1,519	—	—
7,692	2,453	27,5	17,83	1,543	—	—
				1,531	2,669	2,743

Schwefelkohlenstoff (Heidelberg)

11,666	4,809	54,05	34,96	1,546	—	—
7,683	2,471	27,46	17,97	1,528	—	—
				1,537	2,692	2,752

1 Vol. Schwefelkohlenstoff + 1 Vol. Terpentinöl

11,525	4,172	50	30,33	1,649	—	—
7,564	2,238	25	16,27	1,537	—	—
				1,593	2,453	2,540

Schweres Benzol aus Steinkohlentheer (Kahlbaum)

11,750	3,991	50,03	29,01	1,725	—	—
7,761	1,949	25,03	14,17	1,766	—	—
				1,745	2,389	2,370

Reines Benzol aus Benzoëssäure Kahlbaum)

11,590	3,757	46	27,31	1,685	—	—
7,598	1,863	23	13,54	1,698	—	—
				1,691	2,325	2,375

Leichtes Benzol (Heidelberg)

12,414	3,589	50	26,09	1,916	—	—
8,315	1,954	25	14,21	1,759	—	—
				1,838	2,155	2,172

Rapsöl

11,996	6,486	50	47,15	1,060	—	—
7,635	3,380	25	24,57	1,017	—	—
				1,039	2,385	3,296

Terpentinöl

11,148	3,660	45	26,61	1,690	—	—
7,424	1,887	22,5	13,71	1,642	—	—
				1,666	2,259	2,356

Steinöl

11,189	3,012	42	21,90	1,918	—	—
7,379	1,603	21	11,65	1,802	—	—
				1,860	2,138	2,149
					46*	

Man könnte meinen, die Druckzunahme des Manometers beim Electricisiren der Condensatorplatten rührte von einer Aenderung der Capillarconstante der freien Flüssigkeitsoberfläche am Rande der Luftblase her.

Ich habe mich aber durch besondere Versuche überzeugt, dass dies nicht der Fall war.

Zu dem Ende wurde eine U-förmige Flintglasröhre mit Aether oder Schwefelkohlenstoff gefüllt in das constante electrische Feld zwischen die verticalen Platten eines Kohlrausch'schen Condensators gebracht. Der eine Schenkel der U-förmigen Röhre hatte 3 mm Durchmesser; der andere bestand aus einer Capillarröhre, sodass in letzterer die Flüssigkeit 30 bis 50 mm höher stand, als in dem weiteren Schenkel. Die vergoldeten Condensatorplatten hatten 150 mm Durchmesser und 5 bis 8 mm Abstand. Die U-förmige Glasröhre wurde zwischen ihnen festgeklemmt oder mit dem hakenförmigen Ende der Capillarröhre über eine Condensatorplatte gehängt.

Die Flüssigkeitskuppe der Capillarröhre wurde mit einem Kathetometer-Mikroskop beobachtet.

Die eine Condensatorplatte war zur Erde abgeleitet, die andere mit der inneren Belegung der Leydener Batterie oder der Holtz'schen Maschine verbunden.

Wurden die Condensatorplatten längere Zeit auf constanter Potentialdifferenz erhalten, die bis zur Funkenentladung zwischen den Platten gesteigert werden konnte, so war keine Aenderung der Steighöhe in der engen Capillarröhre zu beobachten. Die Capillarconstante oder Oberflächenspannung der Flüssigkeit wurde also durch die dauernde Einwirkung der electrischen Kräfte nicht geändert.

Die Bestimmungen der Dielectricitätsconstante, wie sie aus der Capacität der Flüssigkeitscondensatoren folgt (§ 52) oder aus dem electrischen Längs- und Querdruck berechnet werden kann (§ 51), sind in der folgenden Tabelle zusammengestellt, gleichzeitig mit dem specifischen Gewichte und dem Brechungsexponenten der betreffenden Flüssigkeit für die Fraunhofer'sche Linie *D*.

Tabelle 57.

Nr.	F l ü s s i g k e i t	Spec. Gewicht	bei °C.	Brechungs- exponent n_D	Temp. t°	Dielectricitätsconstante bestimmt mit		
						Conden- sator- capacität K	Längs- druck K_p	Quer- druck K_q
1	Aether	1,7205	14,90°	1,3605	6,60°	3,364	4,851	4,672
2	Aether (über gebr. Marmor gestanden) . . .	"	"	1,3594	8,37	3,323	4,623	4,660
3	5 Vol. Aether + 1 Vol. Schwefelkohlenstoff . .	0,8134	16,40	1,4044	8,50	2,871	4,136	4,392
4	1 Vol. Aether + 1 Vol. Schwefelkohlenstoff .	0,9966	16,60	1,4955	10,50	2,458	3,539	3,392
5	1 Vol. Aether + 3 Vol. Schwefelkohlenstoff .	1,1360	17,40	1,5677	5,30	2,396	3,132	3,061
6	Schwefel in Schwefelkohlenstoff (19,6 Proc.) .	1,3623	12,60	1,6797	8,68	2,113	2,870	2,895
7	Schwefelkohlenstoff (Kahlbaum)	1,2760	12,20	1,6386	7,50	2,217	2,669	2,743
8	Schwefelkohlenstoff (Heidelberg)	1,2796	10,20	1,6342	12,98	1,970	2,692	2,752
9	1 Vol. Schwefelkohlenstoff + 1 Vol. Ter- pentinöl	1,0620	17,80	1,5442	10,92	1,962	2,455	2,540
10	Schweres Benzol (aus Steinkohlentheer) . . .	0,8825	15,91	1,5035	13,20	1,928	2,389	2,370
11	Reines Benzol (aus Benzoesäure)	0,8822	17,64	1,5050	14,40	2,050	2,325	2,375
12	Leichtes Benzol	0,7994	17,20	1,4535	11,60	1,775	2,155	2,172
13	Rapsöl	0,9159	16,40	1,4743	16,41	2,443	2,385	3,296
14	Terpentinöl	0,8645	17,10	1,4695	16,71	1,940	2,259	2,356
15	Steinöl	0,8028	17,00	1,4483	16,62	1,705	2,138	2,149

Nach Maxwell sollten die Constanten K , K_p , K_s gleich und gleich dem Quadrate des Brechungsexponenten für unendlich lange Lichtwellen sein.

Durch die vorstehenden Beobachtungen wird diese Beziehung nicht bestätigt.

Dagegen ist K_p nahezu $= K_s$ und stets grösser als K . Eine Ausnahme bildet nur Rapsöl.

Mischt man v_1 Vol. einer Flüssigkeit mit der Dielectricitätsconstanten K_1 und v_2 Vol. einer Flüssigkeit mit der Dielectricitätsconstanten K_2 , so hat das Gemisch nahezu eine Dielectricitätsconstante:

$$K = \frac{K_1 v_1 + K_2 v_2}{v_1 + v_2},$$

wie die folgende Zusammenstellung zeigt.

Volumina		Dielectricitätsconstante			
Aether	Schwefelkohlenstoff	K		K_p	
		ber.	beob.	ber.	beob.
∞	0	3,343	—	4,737	—
5	1	3,135	2,871	4,394	4,136
1	1	2,718	2,458	3,708	3,539
1	8	2,405	2,326	3,194	3,132
0	∞	2,093	—	2,680	—
Terpen- tinöl	Schwefel- kohlenstoff				
1	1	2,016	1,962	2,470	2,453
∞	0	1,940	—	2,259	—

Die Unterschiede zwischen berechneten und beobachteten Werthen sind um so grösser, je mehr Aether das Flüssigkeitsgemisch enthält.

§ 54. Der Vergleichung wegen mögen hier auch noch Messungen der Dielectricitätsconstanten für verschiedene Flüssigkeiten nach der Siemens'schen Methode eine Stelle finden, welche Hr. Gustav Weber im Heidelberger Laboratorium durchgeführt hat.

Zwei horizontale Condensatorplatten aus vernickeltem Messing von 150 mm Durchmesser wurden durch drei radial gelegte Flintglasstäbchen von 0,4 bis 0,5 mm Durchmesser getrennt. In der Mitte der oberen Platte befand sich ein kleines Loch von 2 mm Durchmesser, durch welches ein

kleiner Trichter eingeführt und der Raum zwischen beiden Platten mit der betreffenden Flüssigkeit gefüllt werden konnte, bis diese am Rande mit einer convexen Oberfläche hervortrat.

Es wurde, wie bei der in § 10 beschriebenen zweiten Methode, die eine Condensatorplatte zur Erde abgeleitet, die andere Condensatorplatte mittelst einer Pohl'schen Wippe ohne Kreuzdrähte bald durch eine 44gliedrige Chromsäurekette geladen, bald durch einen empfindlichen Spiegelmultiplikator entladen.

Das Verhältniss der Multiplicatorausschläge, je nachdem sich Flüssigkeit oder Luft zwischen den Condensatorplatten befand, gab dann die Dielectricitätsconstante K .

Die Messungen sind in Spalte A, Tab. 58 zusammengestellt.

Da die Multiplicatorausschläge bei einer einzelnen Entladung der durch Luft getrennten Condensatorplatten nur 6 Sc. betrugen, und die Flüssigkeiten am Rande der Condensatorplatte schnell verdampften, so wurde später folgende Methode benutzt.

Der Condensator wurde mehrere mal in der Secunde geladen und durch den Multiplicator entladen. Die Verbindung der oberen Condensatorplatte mit dem isolirten Pole der (44gliedrigen) Chromsäurekette oder dem Multiplicator bewirkte ein Helmholtz'scher electromagnetischer Rotationsapparat von der Form, wie ihn Hr. A. Schuller früher¹⁾ benutzt und beschrieben hat.

Der eine Pol der galvanischen Kette und die untere Condensatorplatte waren zur Erde abgeleitet. Die Condensatorplatten von 150 mm Durchmesser und etwa 0,5 mm Abstand lagen in einem grösseren flachen Glascylinder, ähnlich wie die Condensatorplatten bei der electricischen Waage § 52, Fig. 22. Die obere Condensatorplatte war mit einem Drahte verbunden, der isolirt durch eine grosse, den ganzen Apparat bedeckende Glasglocke zu dem rotirenden Commutator führte.

1) A. Schuller, Pogg. Ann. 146. p. 499 u. Taf. IX. Fig. 1. 1872.

Der Raum unter der Glasglocke wurde mit Schwefelsäure oder Chlorcalcium trocken gehalten.

Die durch einen Haüy'schen Magnetstab astasirte Multiplicatornadel zeigte constante Ablenkungen, welche proportional der Capacität des Condensators, der Rotationsgeschwindigkeit des Commutators und der electromotorischen Kraft der galvanischen Säule zunahmen. Das Verhältniss dieser constanten Ablenkungen, wenn die Condensatorplatten sich in dem mit Flüssigkeit oder mit Luft gefüllten Glasgefäss befanden, gab die Dielectricitätsconstante K der betreffenden Flüssigkeit.

Die Rotationsgeschwindigkeit und die Anzahl Ladungen und Entladungen, welche gewöhnlich 8,33 in 1 Secunde betragen, wurde durch die Knotenumläufe der Treibsnur und ein Chronometer controlirt. Hatte sich nach dem Einfüllen der Flüssigkeit die Rotationsgeschwindigkeit ein wenig geändert, so wurde dies bei der Rechnung berücksichtigt. Die Ablenkungen betragen für die durch Luft getrennten Condensatorplatten etwa 100 Sc.

Die Resultate der Beobachtungen sind in Spalte B, Tab. 58 zusammengestellt, zugleich mit dem Brechungsexponenten der betreffenden Flüssigkeiten für die Fraunhofer'sche Linie D .

Tabelle 58.

Dielectricitätsconstante
isolirender Flüssigkeiten aus der Capacität eines Condensators und
Multiplicatorausschlägen mit 44gliedriger Chromsäurekette bestimmt.

Flüssigkeit	A. 1 Ent- ladung	B. 8,33 Entladungen in 1 Secunde		Brech- ungs- expon.	Temp.
	K	K	\sqrt{K}	n_D	°C.
Aether	2,881	3,960	1,990	1,352	19,5°
Schwefelkohlenstoff mit Schwefel		2,494	1,579	1,676	22,8
Schwefelkohlenst. (gelb geword.)		2,744	1,656	(1,630)	22,4
Schwefelkohlenst. (weiss) . . .	2,471	2,149	1,466	1,627	21,0
Benzol	1,766	2,207	1,485	1,414	19,0
Rapsöl	2,164	2,571	1,603	1,473	19,0
Terpentinöl	1,925	2,282	1,511	1,469	19,2
Steinöl	1,885	2,033	1,426	1,445	24,3

Alle Flüssigkeiten waren möglichst staubfrei. Aether, weisser Schwefelkohlenstoff, Terpentinöl und Steinöl waren bei der Versuchsreihe *B* frisch destillirt, nachdem sie längere Zeit über gebranntem Marmor gestanden hatten, um sie wasserfrei zu erhalten.

Die Zahlenwerthe für *K* weichen von den in Tab. 57 aufgeführten etwas ab. Dies kann um so weniger auffallend erscheinen, als in beiden Versuchsreihen nicht genau dieselben Flüssigkeiten benutzt wurden, und die in Tab. 58 aufgeführten Flüssigkeiten im Sommer untersucht wurden, also trotz der Schutzglocke leichter durch condensirtes Wasser und Staub verunreinigt werden konnten.

Das Maxwell'sche Gesetz der Gleichheit von \sqrt{K} und des Brechungsexponenten wird auch durch diese Versuche nicht bestätigt.

Uebrigens kann ein Theil der Unterschiede zwischen den mit verschiedenen Methoden gefundenen Dielectricitätsconstanten derselben Flüssigkeit auch seinen Grund haben in den zuweilen, besonders bei grösseren Potentialdifferenzen, sehr heftigen Bewegungen im Inneren der Flüssigkeit, welche ich später bei der electrischen Doppelbrechung noch näher besprechen werde.

VIII. Ueber electrische Doppelbrechung.

§ 55. Farben electricisirter Flüssigkeiten in polarisirtem Lichte. Ich habe früher § 35¹⁾ die Ansicht ausgesprochen, dass isolirende Substanzen nur dann doppeltbrechend werden, wenn sie an verschiedenen Stellen ungleichen electricischen Kräften ausgesetzt werden; dass dagegen Substanzen, die an verschiedenen Stellen gleichen electricischen Kräften unterworfen sind, keine Doppelbrechung zeigen.

Mit dieser Ansicht stimmten die damals bekannten That-sachen, speciell die Erfahrung überein, dass weder ich²⁾ (§ 34), noch die Hr. Gordon und Mackenzie am Glase einer stark geladenen Franklin'schen Tafel electrische Doppelbrechung nachweisen konnten.

1) G. Quincke, Wied. Ann. 10. p. 536 u. 553. 1880.

2) G. Quincke, Wied. Ann. 10. p. 535. 1880.

Diese Ansicht ist aber unhaltbar, seitdem Hr. Dr. Kerr¹⁾ gezeigt hat, dass Schwefelkohlenstoff zwischen zwei ebenen parallelen Metallplatten doppeltbrechend wird, sobald diese wie die Belegungen einer Leydener Flasche electrirt werden. Derselbe hat gleichzeitig durch sorgfältige Messungen nachgewiesen, dass bei Schwefelkohlenstoff der Phasenunterschied der \neq und \perp zur Richtung der electricischen Kraftlinien polarisirten Lichtstrahlen proportional dem Quadrate der electricischen Potentialdifferenz und umgekehrt proportional dem Quadrate des Abstandes der ebenen Belegungen ist.

Die von Hrn. Kerr benutzten Apparate sind etwas umständlich herzustellen und lassen sich nur mit Erfolg anwenden, wenn man gut isolirendes englisches Glas zur Verfügung hat.

Ich selbst habe die electricische Doppelbrechung in Apparaten untersucht, welche ich electricische Flüssigkeitscondensatoren nennen werde. Die Metallplatten, zwischen denen die electrirte Flüssigkeit sich befindet, mögen Belegungen oder Electroden heissen. Dieselben waren entweder ebene parallele Platten, wie bei einer Franklin'schen Tafel, oder concentrische Cylinder, wie bei einer gewöhnlichen Leydener Flasche.

Gewöhnliches deutsches Glas leitet die Electricität besser, als die meisten isolirenden Flüssigkeiten, welche für eine solche Untersuchung geeignet sind. Die Apparate müssen daher so construirt werden, dass kein merklicher Electricitätsverlust durch die Wände der Glasgefäße zu befürchten ist, welche die isolirende Flüssigkeit enthalten.

Zur Isolation dienten dünne Stäbchen aus englischem Flintglas, welche die Metallbelegungen untereinander und von der gut leitenden Glasröhre trennten, in der sich die isolirende Flüssigkeit befand.

Gewöhnlich benutzte ich cylindrische Röhren aus Thüringer Glas von 260 mm Länge, 30 mm Durchmesser und 1 bis 2 mm Wandstärke mit zwei seitlichen Ansatzröhren in 200 mm Abstand voneinander und in 25 mm Abstand von

1) Kerr, Phil. Mag. (5) 9. p. 159. 1880.

den eben geschliffenen Endflächen der weiteren Röhre, welche durch 1 bis 2 mm dicke Plangläser geschlossen waren. Die Endflächen wurden mit feinem Schmirgel und Wasser auf Spiegelglas geschliffen, bis sie vollkommen eben und parallel waren. Das Letztere war erreicht, wenn man die Glasröhre vertical auf eine horizontale Spiegelglasplatte stellte, und eine Dosenlibelle auf der oberen Endfläche und der horizontalen Spiegelglasplatte in gleicher Weise einstand.

In die Glasröhre *G* (Fig. 8) waren die Belegungen, zwei concentrische Cylinder *A* und *B* aus vernickeltem Messing, eingeschoben. Dieselben sind in Fig. 7 in Seitenansicht, in Fig. 8 im Längsschnitt gezeichnet. Der innere Cylinder *A* war an beiden Enden halbkugelförmig geschlossen und ragte an der einen Seite 20 mm weit über den äusseren Cylinder hervor, blieb aber noch 20 mm von den Endplatten der Glasröhre entfernt.

Der innere Cylinder war in der Mitte des äusseren Cylinders mit sechs Flintglasstäbchen befestigt. Diese Flintglasstäbchen von 1,5 mm Durchmesser und etwa 10 mm Länge waren nach aussen schwach konisch und in die Durchbohrungen von je drei Messingschrauben am Ende des äusseren Cylinders *B* eingepasst. Fig. 11 und 12 zeigen diese Schrauben und Flintglasstäbchen in natürlicher Grösse. Die äusseren Enden der Flintglasstäbchen dienten gleichzeitig als Träger für den äusseren Cylinder und hielten diesen in der Mitte der abgeschliffenen Glasröhre *G* fest.

Die Flintglasstäbchen wurden aus einem vor der Lampe gezogenen längeren massiven Flintglasfaden mit dem Glasmesser geschnitten, die Enden abgeschmolzen und, wenn es nöthig war, die Länge durch Schleifen auf einer Schmirgel-feile corrigirt.

Die Schrauben hatten glatte abgerundete Köpfe mit Einschnitt und wurden durch einen Schraubenzieher mit passendem Ausschnitt (Fig. 13) für die Flintglasstäbchen verstellt. Das Gewinde durfte nicht in den Hohlraum zwischen den Cylinderflächen hereintragen.

Durch zwei Hartgummiplatten $K_1 K_2$ (Fig. 8) und drei lange Stahldrähte mit Schraubenmuttern an den Enden

wurden die Plangläser gegen die abgeschliffenen Enden der Glasröhre gedrückt. Jede Hartgummiplatte trug am Rande drei kleine Löcher zum Durchlassen der Stahldrähte und in der Mitte eine Oeffnung von 30 mm Durchmesser zum Durchlassen der Lichtstrahlen.

Die Glasröhre G wurde wie ein Fernrohr in ein Holzgestell J gelegt mit Y-förmigen Trägern (Fig. 10), die für den unteren Stahldraht passend ausgeschnitten waren.

Die seitlichen Ansatzröhren $E_1 E_2$ (Fig. 8 und 9) dienten zum Einfüllen der Flüssigkeit und Einsetzen der Zuleitungsdrähte, welche den cylindrischen Metallbelegungen die Electricität zuführten. Diese Zuleitungsdrähte liefen durch gerade, 100 mm lange und im oberen Theile mit geschmolzenem Schellack bekleidete Flintglasröhren hindurch und endeten in zwei unten eingeschmolzene Oesen aus dickem Platindraht. Die eine Flintglasröhre wurde mit einem durchbohrten Kork in der einen Ansatzröhre luftdicht befestigt; die andere Flintglasröhre wurde in die zweite Ansatzröhre lose eingeschoben. Der Platindraht der ersten berührte den äusseren, der Platindraht der anderen den inneren Nickelcylinder.

Durch den cylindrischen, mit Flüssigkeit gefüllten Raum zwischen beiden Nickelcylindern kann man frei hindurchsehen, abgesehen von den drei Stellen, wo je zwei hintereinanderliegende Flintglasstäbchen die Durchsicht hindern.

Die Schliffstellen an den Enden der Glasröhre liessen noch kleine Mengen Flüssigkeit hindurch, besonders wenn der Apparat mit Schwefelkohlenstoff, Aether oder ähnlichen leicht verdampfenden Flüssigkeiten gefüllt war. Diese durchgesickerte Flüssigkeit verdampft dann und erniedrigt die Temperatur der Enden der Glasröhre. Sollte diese Temperaturerniedrigung vermieden werden, oder der Versuch längere Zeit dauern, so wurde auf die äusseren Fugen der Schliffflächen mit einem kleinen Pinsel Fischleim aufgetragen, der eintrocknete und einen vollkommen dichten Verschluss herstellte.

Durch die Ansatzröhren $E_1 E_2$ konnte der Apparat leicht entleert, die letzten Spuren Flüssigkeit mit der Wasserluftpumpe entfernt und andere Flüssigkeiten eingefüllt werden.

Dabei wurde der Apparat um seine Längsrichtung um 120° gedreht und die Ansatzröhren nach unten gelegt, um sie vor auffallendem Staub zu schützen.

Die Flüssigkeit war, bei dieser Einrichtung des Flüssigkeitscondensators vor Verdunstung und Staub geschützt, nur mit Glas und Metall in Berührung. Der Apparat konnte leicht bewegt werden, ohne dass Flüssigkeit ausfloss, und die Flüssigkeit konnte sich bei Temperaturerhöhung doch frei ausdehnen.

Wenn man auch frisch filtrirte oder frisch destillirte Flüssigkeit in den Apparat einfüllt, so sind doch trotz aller Sorgfalt Staubtheilchen niemals ganz zu vermeiden; so wenig, wie man Sonnenstäubchen in der Luft vermeiden kann. Diese Staubtheilchen sammeln sich am Boden der äusseren Glasröhre an und werden nach den am stärksten electricisirten Flüssigkeitsstellen hingezogen. Diese Anziehung und der störende Einfluss der Staubtheilchen ist am geringsten, wenn die freie Electricität auf dem inneren Nickelcylinder sich befindet, und der äussere Nickelcylinder zur Erde abgeleitet ist.

Es hatte keine Schwierigkeit, diesen Flüssigkeitscondensatoren statt 260 mm auch eine grössere Länge, bis 550 mm zu geben, indem die Länge der abgeschliffenen Glasröhre und der Abstand der seitlichen Ansatzröhren um eben soviel verlängert wurden, wie die cylindrischen Electroden. Jedoch wurden für diesen Fall dann noch drei oder sechs Schrauben mit Flintglasstäbchen in der Mitte des äusseren Nickelcylinders angebracht, um dem langen inneren Nickelcylinder grössere Steifigkeit zu geben und Biegungen desselben durch die electricischen Kräfte zu verhüten.

Eine Flüssigkeitssäule von der Länge des äusseren Nickelcylinders ist bei diesen Apparaten electricischen Kräften ausgesetzt. Die electricische Kraft ist aber in der Nähe des inneren Nickelcylinders grösser, als in der Nähe des äusseren.

Um ein Feld mit constanter electricischer Kraft zu haben, wurden in die abgeschliffene Glasröhre *G* (Fig. 8) statt der cylinderförmigen Electroden zwei ebene 1,5 mm dicke Platten *A* und *B* (Fig. 6) aus vernickeltem Messing eingeschoben von 25,2 mm Höhe und 220 mm Länge, die auf einer Strecke von 200 mm einander gegenüberstanden. Die-

selben wurden durch sechs konische Flintglasstäbchen *s* voneinander getrennt gehalten und durch acht Schraubenmuttern *S* gegeneinander gedrückt, deren männliches Gewinde auf den Enden von vier kurzen Flintglasstäben von 5 mm Durchmesser und 23 mm Länge mit einer Querschraube befestigt war. Fig. 14 u. 15 zeigen diese Vorrichtung in Durchschnitt und Seitenansicht in natürlicher Grösse. Jede Querschraube griff in eine Vertiefung des kurzen Flintglasstabes ein. Die konischen Flintglasstäbchen waren, wie bei den cylindrischen Electroden in durchbohrte Messingschrauben *s* (Fig. 11 u. 12) mit glattem Kopf und Einschnitt eingepasst, deren Gewinde nicht über das Schraubenloch der 1,5 mm dicken Messingplatte vorstehen und in den Raum zwischen den Platten nicht hereinragen durfte.

Am unteren äusseren Ende jeder Messingplatte sind zwei Hülsen *H* (Fig. 6) mit eingeschobenen Flintglasstäbchen angebracht, welche eine Verschiebung der Electrodenplatten *AB* beim Neigen der abgeschliffenen Glasröhre *G* verhindern. In Fig. 9 ist ein Flüssigkeitscondensator mit ebenen Electroden in perspectivischer Ansicht abgebildet. Das Electrodenpaar liegt mit den Enden der unteren Flintglasstäbe *S* auf der Innenwand der abgeschliffenen Glasröhre auf. Bei *A* und *B* (Fig. 6) berühren die Platinösen der durch die seitlichen Ansatzröhren eingeschobenen Zuleitungsdrähte die beiden Electrodenplatten, die durch Flintglas oder isolirende Flüssigkeit vollständig von der Innenwand des abgeschliffenen Glasrohres getrennt sind.

Um die Verdampfung der Flüssigkeit durch diese seitlichen Ansatzröhren und die davon herrührende Temperaturerniedrigung zu vermeiden, habe ich die Zuleitungsdrähte aus Platin später durch vernickelte Messingdrähte von 1 mm Dicke und 90 mm Länge mit federnden Endplatten (Fig. 16) ersetzt, welche durch die Ansatzröhren hindurch auf die Electrodenplatten aufgeschoben wurden. Ueber die Messingdrähte (die doppelt so lang waren, wie die Zeichnung angibt) wurden dann Flintglasröhrchen von 70 mm Länge und 2,4 mm lichter Weite geschoben, die mit durchbohrten Korken luftdicht in die seitlichen Ansatzröhren *E*₁ *E*₂ des Flüssig-

keitscondensators eingesetzt wurden. Es konnte dann die Flüssigkeit nur durch den langen engen cylindrischen Raum zwischen Metalldraht und Innenwand des Flintglasröhrchens verdampfen.

Der Abstand der cylindrischen oder ebenen Electroden voneinander wurde durch ein Kathetometermikroskop (§ 53) gemessen, welches auf die Berührungsstelle der Flintglasstäbchen mit dem Spiegelbilde derselben in den Electrodenflächen eingestellt wurde.

Diese Flüssigkeitscondensatoren konnten wie ein Thermometercondensator in der oben § 46, Fig. 4 beschriebenen Weise electricirt werden, indem die eine Electrode mit einem Thomson'schen Schraubenelectrometer *T*, einem Righi'schen Reflexionselectrometer *R*, der inneren Belegung der Leydener Batterie *B* von 8 Flintglasflaschen und einer Holtz'schen Maschine in Verbindung stand. Die andere Electrode war zur Erde abgeleitet. Zuweilen wurde zwischen die Electroden und die übrigen Verbindungsdrähte ein Commutator *C* eingeschaltet, um die Electroden schnell vertauschen oder schnell laden zu können. Ebenso konnte die Verbindung mit der inneren Belegung der Leydener Batterie aufgehoben werden, die nur eingeschaltet blieb, wenn das electricische Potential längere Zeit in einer bestimmten Grösse erhalten werden sollte. Wurde das electricische Potential so sehr gesteigert, dass die Electricität zwischen den Electrodenplatten durch die Flüssigkeit hindurch mit Funkenentladung überging, so wurden die Plangläser und die isolirenden Glasstäbchen zertrümmert. Bei einer Funkenentladung ohne Leydener Batterie fehlte diese zerstörende Wirkung.

Bringt man einen solchen Flüssigkeitscondensator zwischen parallele oder gekreuzte Nicol'sche Prismen, deren Polarisations Ebenen unter 45° gegen die electricischen Kraftlinien geneigt sind, so zeigt die 10 bis 50 cm dicke electricirte Flüssigkeitsschicht, welche das polarisirte Licht zwischen den Belegungen durchläuft, Polarisationsfarben, wie ein Krystallblättchen, dessen Axe oder optische Mittellinie mit der Richtung der electricischen Kraftlinien zwischen den Belegungen zusammenfällt.

Ein Gehülfe konnte durch passendes Drehen der Holtz'schen Maschine der Nadel des Reflexionselectrometers eine constante Ablenkung, den Belegungen der Flintglasbatterie und den damit leitend verbundenen Belegungen der Flüssigkeit eine constante electricische Potentialdifferenz P mittheilen, deren Grösse an dem Schraubenelectrometer von Sir William Thomson gemessen wurde.

Bei parallelen ebenen Belegungen aus vernickeltem Messing zeigt die ganze Flüssigkeitsschicht zwischen den Belegungen dieselbe Farbe, wie eine bestimmte Luftschicht der Newton'schen Farbenringe von der Dicke ε bei senkrecht auffallenden Strahlen.

Die Dicke ε der correspondirenden Luftschicht wächst, die Farbe ist um so höherer Ordnung, je grösser P^2 , das Quadrat der electricischen Potentialdifferenz der Belegungen ist, oder:

$$(1) \quad P = P_1 \sqrt{\frac{\varepsilon}{\varepsilon_1}},$$

wenn P_1 und ε_1 die der empfindlichen Färbung Blauviolett entsprechende Potentialdifferenz und Luftdicke bezeichnen. Die Messungen, bei denen Hr. Professor Horstmann die Güte hatte, die Beobachtung der Farbe zu übernehmen, während ich selbst das Schraubenelectrometer ablas, gaben folgende Resultate.

Tabelle 59.

Polarisationsfarben electricisirter Flüssigkeiten.
Ebene Nickelelectroden von 0,1644 cm Abstand und 19,3 cm Länge.

Farbe	Luft- dicke $\varepsilon \cdot 10^6$	Schwefelkohlenstoff		1 Theil Schwefel in 3 Theilen Schwefel- kohlenstoff gelöst	
		Potentialdifferenz		Potentialdifferenz	
		beob.	ber.	beob.	ber.

Parallele Nicol'sche Prismen

	mm	rev	rev	rev	rev
Gelb . .	79	29,57	28,13	27,65	27,55
Orange .	109	33,11	33,05	34,10	32,37
Roth . .	129,5	35,30	36,01	35,55	35,28
Violett .	140,5	37,52	—	36,74	—
Blau . .	153	38,72	39,14	38,00	38,34
Hellblau .	166	39,98	40,78	—	—

Farbe	Luft- dicke $s \cdot 10^6$	Schwefelkohlenstoff		1 Theil Schwefel in 3 Theilen Schwefel- kohlenstoff gelöst	
		Potentialdifferenz		Potentialdifferenz	
		P		P	
		beob.	ber.	beob.	ber.

Gekreuzte Nicol'sche Prismen

	mm	τ_{0V}	τ_{0V}	τ_{0V}	τ_{0V}
Gelb . .	166	41,68	40,78	39,93	39,78
Orange .	252,5	49,56	49,43	47,79	49,07
Roth . .	268	51,11	50,93	50,15	50,55
Violett .	287,5	52,75	—	52,36	—

Die Luftdicken sind der von mir früher¹⁾ gegebenen Tabelle entnommen, die Potentialdifferenzen direct in Umdrehungen des Schraubenelectrometers gegeben. Beobachtete und nach Gl. (1) berechnete Werthe der letzteren stimmen so nahe, als man erwarten kann, überein.

Für die Schwefellösung tritt dieselbe Farbe im allgemeinen bei einer kleineren Potentialdifferenz auf, als bei reinem Schwefelkohlenstoff.

Tabelle 60.

Polarisationsfarben electricisirter Flüssigkeiten zwischen gekreuzten Nicol'schen Prismen mit ebenen Nickelelectroden von 0,1616 cm (?) Abstand und 19,3 cm Länge.

F a r b e	Schwefel- kohlenstoff	3 Vol. Schwefelkohlen- stoff + 1 Vol β Aether	
	Potentialdifferenz		
	P	\bar{P} beob.	\bar{P} ber.
	rev	rev	rev
Gelb	22,22	26,28	25,66
Orange	24,34	28,10	28,10
Roth	27,20	31,94	31,42
Violett	28,10	33,50	32,45
Blau	28,96	34,98	33,44
Blaugrün	31,94	36,41	36,89

In demselben Flüssigkeitscondensator wurden nach einander reiner Schwefelkohlenstoff und ein Gemenge von 3 Vol. Schwefelkohlenstoff mit 1 Vol. β Aether (welcher gegen electrische Kräfte indifferent war und keine electrische Doppel-

1) Quincke, Pogg. Ann. 129. p. 180. 1866.

brechung zeigte) gebracht. Zwischen gekreuzten Nicol'schen Prismen, deren Polarisations Ebenen unter 45° gegen die electricischen Kraftlinien geneigt waren, zeigten diese Flüssigkeiten folgende Farben bei verschiedenen Potentialdifferenzen der ebenen Belegungen von 0,1616 cm Abstand und 19,3 cm Länge. (Siehe Tab. 60, p. 737.)

Wenn die electricische Doppelbrechung nur von der Anzahl Schwefelkohlenstofftheilchen abhinge, die der polarisirte Lichtstrahl bei dem Durchgang durch die Flüssigkeit trifft, so müssten sich die Quadrate der Potentialdifferenzen P und \bar{P} , für welche beide Flüssigkeiten dieselbe Färbung zeigen, sich wie 4:3 verhalten, oder es müsste:

$$(2) \quad \bar{P} = P \cdot \sqrt{\frac{4}{3}},$$

sein. Die nach dieser Formel berechneten Werthe von \bar{P} sind in der letzten Spalte von Tab. 60 enthalten und stimmen mit den beobachteten nahezu überein. Dasselbe mit gewöhnlichem Aether hergestellte Flüssigkeitsgemisch gab andere Resultate (vgl. § 57 u. Tab. 67).

Es wurden ferner die Potentialdifferenzen P_1 und P_2 bestimmt, für welche die Flüssigkeitsschicht zwischen parallelen oder gekreuzten Nicol'schen Prismen die empfindliche Färbung Blauviolett gab. Der Gangunterschied der Lichtstrahlen, \neq und \perp zur Richtung der electricischen Kraftlinien polarisirt, beträgt dann eine halbe oder ganze mittlere Lichtwelle, und es ist:

$$(3) \quad \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^2 = 2.$$

Tabelle 61.

Electricische Potentialdifferenz
der ebenen Nickelectroden von 0,1644 cm Abstand und 19,3 cm Länge
bei empfindlicher Färbung.

Flüssigkeit	Nicol'sche Prismen		$\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^2$
	\neq P_1	\perp P_2	
Schwefelkohlenstoff A .	C.G.S. 32,07	C.G.S. 44,75	1,945
Schwefelkohlenstoff B .	42,83	60,22	1,977
3 Theile Schwefelkohlenstoff + 1 Theil Schwefel	41,96	59,77	2,030

Die vorstehende Zusammenstellung, bei der die Potentialdifferenzen in Einheiten des C.G.S.-Systems (vgl. § 44) gegeben sind, zeigt, dass dies in der That der Fall ist.

Bei dem Schwefelkohlenstoff *A* war der Abstand der Nickelelectroden 0,1616 cm (?).

Nennt man δ , resp. δ_{100} den Gangunterschied der zu einander senkrecht polarisirten Lichtstrahlen im Inneren der Flüssigkeit, wenn die ebenen Belegungen bei *a* cm Abstand voneinander *l* cm, resp. 100 cm Länge haben, so ist:

$$(4) \quad \delta = \delta_{100} \frac{l}{100} = B \cdot \frac{P^2}{a^2} \cdot \frac{l}{100}.$$

Die Grösse *B* ist der in Wellenlängen gemessene Gangunterschied der polarisirten Lichtstrahlen in einer Flüssigkeitssäule zwischen ebenen Belegungen von 100 cm Länge und 1 cm Abstand bei der electricischen Potentialdifferenz 1 C.G.S. Diese Grösse *B* müsste für verschiedene Werthe von *P*, δ , *l* und *a* bei derselben Flüssigkeit constant sein und würde die electricische Doppelbrechung der betreffenden Flüssigkeit charakterisiren.

Für die empfindliche Färbung Blauviolett bei parallelen oder gekreuzten Nicol'schen Prismen ist $\delta = \lambda/2$ $3\lambda/2$... Haben die ebenen Belegungen so geringe Länge oder so grossen Abstand, dass man mit electricischer Doppelbrechung nur eine Viertelwellenlänge Gangunterschied erzeugen kann, so kann man gleichzeitig mit der electricirten Flüssigkeit zwischen die parallelen Nicol'schen Prismen ein Glimmerblättchen von $\lambda/4$ einschalten, dessen Mittellinie \perp zu den ebenen Belegungen steht. Bei dem Electriciren der Belegungen erscheint dann für eine bestimmte Potentialdifferenz die empfindliche blauviolette Färbung, sobald $\delta = \lambda/4$.

Reiner Schwefelkohlenstoff und Schwefel in Schwefelkohlenstoff gelöst gaben folgende Resultate:

(Siehe Tab. 62 p. 740.)

Die Grösse *B* bezieht sich hierbei auf Licht von mittlerer Wellenlänge und scheint mit der Länge der durchstrahlten Flüssigkeitsschicht abzunehmen.

Tabelle 62.

Electrisirte Flüssigkeiten zwischen ebenen Nickelelectroden.
Weisses Licht.

	Electroden- Abstand a	Länge l	Potent.- Diff. P	δ	$B \cdot 10^6$
	cm	cm	C.G.S.	λ	λ
Schwefelkohlenstoff	0,1615	9,90	54,41	0,5	44,50
"	0,1615	19,80	38,81	0,5	44,85
"	"	"	59,76	1,0	46,73
"	0,1615	46,17	28,32	0,5	35,16
"	"	"	38,77	1,0	37,57
"	"	"	48,88	1,5	36,25
"	"	"	56,14	2,0	35,83
"	"	"	61,95	2,5	36,77
"	0,3230	47,00	55,33	0,5	36,26
"	"	"	76,49	1,0	37,94
"	0,3192	19,0	62,52	0,25	34,30
1 Th. Schwefel in 3 Th. Schwefelkohlenstoff	0,1644	19,3	41,96	0,5	39,77
	"	"	59,77	1,0	39,19

In ähnlicher Weise, wie zwischen ebenen Nickelplatten lässt sich in einem Flüssigkeitscondensator mit cylindrischen Belegungen die electrisirte Flüssigkeit zwischen parallelen oder gekreuzten Nicol'schen Prismen untersuchen.

Die ringförmige Flüssigkeitsschicht hat dann an verschiedenen Stellen verschieden gelegene optische Mittellinien (Axen), die mit den electrischen Kraftlinien oder den Cylinderradien zusammenfallen.

Die Färbung ist am lebhaftesten an den Stellen, die um $\pm 45^\circ$ von den Polarisations Ebenen der Nicol'schen Prismen entfernt sind, und ist von um so höherer Ordnung, je grösser das Quadrat der electrischen Kraft an der betreffenden Stelle des Flüssigkeitscylinders ist.

Man sieht also (vgl. Fig. 17), wie bei einer \perp zur optischen Axe geschnittenen Kalkspathplatte, farbige Ringe von einem weissen oder schwarzen Kreuze geschnitten. Die Farbenfolge in der cylindrischen Flüssigkeitsschicht ist aber von aussen nach innen dieselbe, wie die Farbenfolge der Kalkspathringe von innen nach aussen.

Wurde eine 47 cm lange Schwefelkohlenstoffsäule mit Nickelcylindern von 0,678 cm und 0,309 cm Radius zwischen gekreuzte Nicol'sche Prismen gebracht und Sonnenlicht hindurchgeleitet, so musste die Potentialdifferenz der Belegungen auf 67,07 C.G.S. gebracht werden, damit die Mitte des Flüssigkeitsringes durch rothes Glas wieder dunkel erschien. Bei einem blauen Glase genügte hierfür schon eine Potentialdifferenz von 57,88 C.G.S.

Das Verhältniss der Quadrate dieser Potentialdifferenzen ist 1,343 und nahezu gleich dem Verhältniss der Wellenlängen des von beiden Gläsern durchgelassenen Lichtes, welches durch besondere Versuche früher¹⁾ = 1,325 gefunden war.

Die Potentialdifferenzen P_1 und P_2 der cylindrischen Belegungen, bei welchen an derselben Stelle der cylindrischen Flüssigkeitsschicht für parallele und gekreuzte Nicol'sche Prismen dieselbe Farbe auftritt, müssen wieder der Gl. (3) genügen.

Ich habe mit der empfindlichen Färbung Blauviolett in der Mitte des Flüssigkeitsringes einige derartige Messungen ausgeführt und in der folgenden Tabelle zusammengestellt. Der äussere Radius des Flüssigkeitscylinders war 0,67 cm.

Tabelle 63.

Electrisirte Flüssigkeiten
zwischen cylindrischen Nickelelectroden.

Electroden- Abstand Länge		Potentialdifferenz		$\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^2$
$R_2 - R_1$	l	P_1	P_2	
Schwefelkohlenstoff				
cm	cm	C.G.S.	C.G.S.	
0,172	20	89,95	57,36	2,060
0,178	47,9	25,89	38,27	2,186
0,369	47	46,65	68,84	2,178
40 Th. Schwefel in 100 Th. Schwefelkohlenstoff gelöst				
0,172	20	36,57	48,48	1,757
"	"	36,33	54,14	2,220

Die Zahlen der letzten Spalte sind nahezu zwei. Eine grössere Uebereinstimmung lässt sich hier nicht erreichen

1) Quincke, Pogg. Ann. 127. p. 19. 1866.

wegen der Schwierigkeit, das Blauviolett genau an derselben Stelle des Flüssigkeitsringes zu beobachten.

Aus diesem Grunde eignen sich auch die Messungen an cylindrischen Flüssigkeitscondensatoren weniger als die mit ebenen Condensatoren zur Bestimmung der Grösse *B*.

§ 56. Electriche Doppelbrechung von Schwefelkohlenstoff für verschiedene Temperaturen mit Babinet'schem Compensator gemessen. Fehlerquellen der Messungen.

Genauer als mit den eben beschriebenen Methoden lässt sich der Unterschied der \neq und \perp zur Richtung der electricen Kraftlinien polarisirten Lichtstrahlen mit einem Babinet'schen Compensator messen.

Ich benutzte dabei das in § 14 meiner „Optischen Experimentaluntersuchungen“¹⁾ beschriebene Instrument, dessen Parallelfäden mit schwarzem Streifen in der Mitte stets parallel der Richtung der electricen Kraftlinien gestellt wurde; also parallel der Normale der ebenen Belegungen oder parallel dem Radius der cylinderförmigen Belegungen. Die Polarisations Ebenen der Nicol'schen Prismen waren unter $\pm 45^\circ$ gegen die electricen Kraftlinien geneigt. Vor dem analysirenden Prisma war ein rothes Glas angebracht, welches nahezu homogenes Licht der Fraunhofer'schen Linie *D* hindurchliess. 32 Umgänge der Compensatorschraube entsprachen einem Gangunterschiede von 1 Wellenlänge. Durch Schätzung konnte noch 0,002^{rev} eines Schraubenumganges gemessen werden. Als Lichtquelle benutzte ich fast ausschliesslich horizontale, von einem Heliostaten reflectirte, Sonnenstrahlen.

Bei dem Electriciren der Flüssigkeit zwischen ebenen Belegungen vom Abstand *a* cm und der Länge *l* cm verschob sich der dunkle Streifen gegen die Parallelfäden und wurde durch Drehen der Compensatorschraube um *b* Umgänge in die Mitte zwischen den Parallelfäden zurückgeführt. Der in ganzen Wellenlängen gemessene Gangunterschied, welchen eine Flüssigkeitssäule von 100 cm Länge unter übrigens gleichen Umständen erzeugen würde, ist dann:

1) Quincke, Pogg. Ann. 127. p. 203. u. Taf. I Fig. 4 u. 5. 1866.

$$(5) \quad \delta_{100} = \frac{b \cdot 100}{32 \cdot l},$$

woraus mit Hülfe von Gl. (4) die Constante der electricischen Doppelbrechung berechnet wird.

b und B können positiv oder negativ sein. Das erstere ist der Fall bei positiver electricischer Doppelbrechung, wie sie Schwefelkohlenstoff (vgl. § 35) zeigt, wenn der \perp den electricischen Kraftlinien polarisirte Lichtstrahl gegen den \perp zu den electricischen Kraftlinien polarisirten Lichtstrahl beschleunigt ist. b und B sind dagegen negativ bei negativer electricischer Doppelbrechung, wie sie Aether zeigt, wenn das \perp den electricischen Kraftlinien polarisirte Licht verzögert ist gegen das \perp zu den electricischen Kraftlinien polarisirte.

Die electricische Potentialdifferenz der ebenen Belegungen wurde durch Drehen der Holtz'schen Maschine und gleichzeitige Beobachtung des Reflexionselectrometers von einem Gehülfen längere Zeit constant erhalten, während ich selbst abwechselnd Schraubenelectrometer und Babinet'schen Compensator beobachtete.

Schwefelkohlenstoff wurde in einen Flüssigkeitscondensator mit ebenen Electroden gebracht, allmählich in der Sonne erwärmt und die electricische Doppelbrechung bei verschiedenen Temperaturen gemessen. Die Temperatur wurde mit einem direct in $0,1^\circ$ getheilten Thermometer bestimmt, das statt eines Zuleitungsdrahtes in die Flüssigkeit eingetaucht wurde.

Bei den mit * bezeichneten Beobachtungen wurden die Belegungen mehrere Minuten lang auf constanter Potentialdifferenz erhalten und abwechselnd Schraubenelectrometer und Babinet'scher Compensator abgelesen. Die angegebenen Zahlen sind das Mittel aus drei bis acht solchen einzelnen Messungen.

Ich untersuchte reinen weissen, frisch aus der Fabrik bezogenen Schwefelkohlenstoff oder solchen, der in verschlossenen Gefässen durch Einwirkung des Lichtes gelb geworden war.

Der Schwefelkohlenstoff wurde aus dem Flüssigkeitscondensator mit nahestehenden Nickelplatten direct ohne Filtriren in den Condensator mit weiterem Abstand der Nickel-

platten gegossen, um Verdampfung und Abkühlung des Schwefelkohlenstoffs und die dadurch bedingte Condensation von Wasserdampf aus der atmosphärischen Luft möglichst zu vermeiden.

Tabelle 64.

Electriche Doppelbrechung
zwischen ebenen Nickelelectroden mit Babinet'schem Compensator
gemessen.

Potential- differenz P	Babinet- scher Compens. b	δ_{100}	$B \cdot 10^6$	Temp. $^{\circ}\text{C.}$	Potential- differenz P	Babinet- scher Compens. b	δ_{100}	$B \cdot 10^6$	Temp. $^{\circ}\text{C.}$
Weisser Schwefelkohlenstoff bei Beginn des Electrisirens $a = 0,1644 \text{ cm}$ $l = 19,3 \text{ cm}$					Weisser Schwefelkohlenstoff* bei längerer Einwirkung $a = 0,1644 \text{ cm}$ $l = 19,3 \text{ cm}$				
C.G.S.	rev	λ	λ		C.G.S.	rev	λ	λ	
32,12	7,84	1,270	33,25	22,5°	31,28	7,41	1,185	32,61	22,5°
31,01	7,62	1,234	34,66	24,4	30,03	6,70	1,083	32,50	24,4
32,14	7,83	1,268	33,18	32,1	30,58	6,82	1,104	31,93	30,1
30,88	7,26	1,176	33,32	26,6	31,41	6,97	1,129	31,11	32,1
31,45	8,44	1,367	37,35	"	29,48	6,34	1,026	31,88	26,6
39,07	11,58	1,875	33,19	"	30,19	6,592	1,068	31,64	"
46,15	15,90	2,574	32,67	25,5	38,39	10,986	1,779	32,63	"
			35,945		45,89	15,657	2,535	32,54	25,5
								32,105	
					$a = 0,3192 \text{ cm}$ $l = 19,0 \text{ cm}$				
					69,34	8,43	1,887	29,39	26,0

Potential- differenz P	Babinet- scher Compensator b	δ_{100}	$B \cdot 10^6$	Temp. $^{\circ}\text{C.}$
--------------------------------	---	----------------	----------------	------------------------------

Gelber Schwefelkohlenstoff*
bei längerer Einwirkung

$a = 0,1644 \text{ cm}$ $l = 19,3 \text{ cm}$

C.G.S.	rev	λ	λ	
30,62	7,322	1,185	34,18	28,8°
38,04	10,504	1,701	31,78	"
46,04	15,883	2,572	32,80	"
			32,98	

$a = 0,3192 \text{ cm}$ $l = 19,0 \text{ cm}$

69,24	8,64	1,421	30,20	24,9
-------	------	-------	-------	------

Die ersten Messungen unmittelbar nach dem Beginn des Electrisirens, wenn der Schwefelkohlenstoff vorher einige Minuten unelectrisch war, geben stets grössere Werthe der Constante B , als die späteren Messungen. Gelb gewordener

verhält sich wie weisser Schwefelkohlenstoff, zeigt aber ein wenig grössere electricische Doppelbrechung als dieser.

Die electricische Doppelbrechung ist also bei dem Beginn der Einwirkung der electricischen Kräfte grösser als später und nahezu unabhängig von der Temperatur.

Die vorliegenden Messungen, bei denen die Temperatur um 10° schwankte, lassen sogar eine geringe Abnahme der Constante B mit steigender Temperatur erkennen, während die Zunahme der Dielectricitätsconstante des Glases mit steigender Temperatur (vgl. § 20) auch hier eine Zunahme von B hätte erwarten lassen. Dies ist in Uebereinstimmung mit den Versuchen an der electricischen Waage (§ 51), bei welchen der electricische Längszug und die Dielectricitätsconstante des Schwefelkohlenstoffs ebenfalls keine merkliche Aenderung bei Abnahme der Temperatur zeigten.

Die bei kleinem und grossem Electrodenabstand gefundenen Werthe von B stehen bei weissem Schwefelkohlenstoff in dem Verhältniss 1,092; bei gelbem in dem Verhältniss 1,090. Der Grund dieser Verschiedenheiten könnte in kleinen Ungenauigkeiten bei der Bestimmung des Abstandes a liegen.

Wird die Verbindung mit der Leydener Batterie aufgehoben und nur durch Drehen der Holtz'schen Maschine die Potentialdifferenz constant erhalten, so findet man zuweilen kleinere Werthe von B als mit Einschaltung der Leydener Batterie, wie die folgende Zusammenstellung zeigt.

Tabelle 65.

Electricische Doppelbrechung bei Schwefelkohlenstoff
mit Babinet'schem Compensator gemessen.

Ebene Nickelelectroden.

$a = 0,1644$ cm $l = 19,3$ cm.

Potential- Diff. P	Ohne Leydener Batterie				Mit	
	Babinet. Comp. b	Babinet.		Comp. b	Babinet.	
		δ_{100}	$B \cdot 10^6$		δ_{100}	$B \cdot 10^6$
C.G.S.	rev	λ	λ	rev	λ	λ
30,97	4,45	0,721	20,30	6,81	1,108	31,06
40,24	10,37	1,679	28,02	11,93	1,932	32,25
46,52	14,68	2,369	29,58	17,02	2,755	34,41
			28,80			32,57

Ich möchte den Grund dieser Erscheinung, die ich nur in einigen Fällen beobachtet habe, in schnellen Schwankungen der electricischen Potentialdifferenz suchen. In der That lassen die Nadel des Reflexionselectrometers und der Zeiger des Schraubenelectrometers kleine Schwankungen der Potentialdifferenz erkennen, wenn die Leydener Batterie fehlt. Sobald nun die electricische Doppelbrechung in der Flüssigkeit langsamer auftritt, als der Ausschlag der Nadel oder des Zeigers am Electrometer, muss man auch b und B kleiner finden, als wenn diese Schwankungen fehlen.

§ 57. Die positive und negative electricische Doppelbrechung wurde bei verschiedenen Flüssigkeiten zwischen ebenen Nickelelectroden von verschiedenem Abstand a und verschiedener Länge l für Licht der Fraunhofer'schen Linie D mit dem Babinet'schen Compensator in der § 56 beschriebenen Weise gemessen, während die Belegungen der Leydener Batterie aus acht Flintglasflaschen mit den Belegungen des Flüssigkeitscondensators leitend verbunden waren.

Der Abstand der Belegungen der Electroden wurde mit einem Kathetometermikroskop (§ 53), das noch $\frac{1}{150}$ mm zu messen erlaubte, an jedem Flintglasstäbchen genau gleich einer ganzen Anzahl Scalentheile des Ocularmikrometers gemacht und diese letzteren mit einer auf Glas geritzten Normalmillimetertheilung verglichen; die Länge der Belegungen wurde mit einem Oertling'schen Kathetometer gemessen.

Dieselbe Flüssigkeit wurde ohne Filtriren aus einem Flüssigkeitscondensator in den anderen gegossen, um Abkühlung durch verdampfende Flüssigkeit und eine Verunreinigung durch die aus der atmosphärischen Luft condensirten Wasserdämpfe möglichst zu vermeiden.

Beim Beginn des Electrisirens entweicht die absorbirte Luft in zahlreichen Blasen aus der Flüssigkeit, theils durch mechanische Erschütterung, theils wird sie wohl durch electricische Fortführung zu einer Electrode getrieben. Ausserdem hat die ausgeschiedene Luft eine kleinere Dielectricitätsconstante als die betreffenden isolirenden Flüssigkeiten (vgl. Tab. 57 § 53), und so treiben die electricischen Kräfte die

Luftblasen aus dem Raum zwischen den Electrodenplatten fort nach Stellen kleinerer electricischer Kraft.

Häufig sammeln sich die Luftblasen zu grösseren Blasen im oberen Theil der horizontalen Glasröhre *G* (Fig. 8 u. 9) des Flüssigkeitscondensators an. Sie müssen dann durch Neigen in ein Seitenrohr gebracht und entfernt werden, damit nicht bei starker Potentialdifferenz der Belegungen ein Funken durch die Luftblase hindurch zwischen den Electrodenplatten überspringt. Diese Funken ändern die Zusammensetzung der Flüssigkeit, dadurch auch das electricische Leitungsvermögen, die Dielectricitätsconstante und die electricische Kraft im Inneren der Flüssigkeit, sind also sorgfältig zu vermeiden.

Die Flüssigkeitscondensatoren wurden nach dem Gebrauch mit den verschiedenen Flüssigkeiten nicht auseinander genommen, sondern durch Ausspülen mit reinem Schwefelkohlenstoff oder Aether, längeres Stehen mit diesen Flüssigkeiten und wiederholtes Durchsaugen von Luft mit Hülfe der Wasserluftpumpe gereinigt und getrocknet.

Die Messungen an verschiedenen Sorten scheinbar reiner Flüssigkeit gaben ohne erkennbaren Grund oft ganz verschiedene Werthe der Constante *B* in Gl. (4), und es scheint, dass kleine Verunreinigungen die Grösse der electricischen Doppelbrechung erheblich beeinflussen, ebenso wie zufällige periodische Schwankungen der electricischen Kräfte, auf welche ich später (§ 60) noch ausführlicher zurückkommen werde.

Ich habe daher die folgenden in Tab. 66 aufgeführten Messungen an möglichst reinen Flüssigkeiten angestellt, die aus verschiedenen Bezugsquellen herrührten. Dieselben waren durch mehrfache Destillation gereinigt und so wasserfrei, wie möglich.

Der von der Chemischen Fabrik des Hrn. C. A. F. Kahlbaum in Berlin bezogene Schwefelkohlenstoff war dort zweimal mit besonderer Sorgfalt für diesen Zweck destillirt worden. Die andere Sorte Schwefelkohlenstoff wurde in Heidelberg als chemisch rein gekauft, längere Zeit mit wasserfreiem Kupfervitriol geschüttelt, filtrirt und destillirt. Beide Sorten gaben nahezu dieselben Resultate.

Der von C. A. F. Kahlbaum bezogene Aether war

ebenfalls zweimal sorgfältig destillirt worden. Er zeigte, kurze Zeit nach der Destillation untersucht, dieselben Eigenschaften, wie reiner Aether, der lange Zeit in einer gut verkorkten Flasche über gebranntem Marmor gestanden hatte, um ihn wasserfrei zu erhalten, und der dann direct durch ein Fächerfilter schnell in den Flüssigkeitscondensator filtrirt worden war. Man muss dafür sorgen, dass Trichter und Filter schon vorher für eine andere Portion derselben Flüssigkeit benutzt und dadurch staubfrei gemacht waren.

Das schwere Benzol hatte ein spec. Gew. von 0,8825 bei $15,9^{\circ}$ C. und erstarrte bei 4° fast ganz zu einer weissen Krystallmasse. Es war aber wohl ein Gemenge verschiedener Kohlenwasserstoffe, da bei langsamem Aufthauen sich einzelne am Boden befindliche Krystallblättchen erst nach Verlauf mehrerer Stunden in der darüber stehenden Flüssigkeit bei gewöhnlicher Zimmertemperatur auflösten.

Das leichte Benzol war auch als chemisch rein bezogen, hatte ursprünglich zu Versuchen über Comprimirbarkeit gedient, war dann vielfach zwischen Nickelelectroden electricisirt worden und plötzlich, nachdem ein Funken im Inneren der Flüssigkeit überggesprungen war, leitend geworden. Es hatte darauf mehrere Monate über gebranntem Marmor gestanden und dadurch seine Isolationsfähigkeit wieder erhalten. Der Brechungsexponent war aber von 1,5020 bei $15,70^{\circ}$ auf 1,4504 bei $16,51^{\circ}$ heruntergegangen. Während es ursprünglich zu einer weissen Krystallmasse erstarrte, blieb es jetzt noch bei $-19,64^{\circ}$ C. flüssig und besass bei $17,2^{\circ}$ ein spec. Gew. von 0,7994, also ein geringeres spec. Gewicht als das schwere Benzol. Es isolirte, wie das schwere Benzol, vortrefflich.

Spätere Versuche müssen zeigen, ob diese merkwürdige Veränderung wirklich, wie es den Anschein hat, durch electricische Kräfte hervorgerufen war.

Wegen dieser Unregelmässigkeiten habe ich dann später auch noch reines Benzol, aus Benzoëssäure hergestellt, untersucht, das bei $17,64^{\circ}$ ein spec. Gew. von 0,8822 hatte und bei $5,5^{\circ}$ C. zu einer weissen krystallinischen Masse erstarrte.

Die Mischungen von Aether und Schwefelkohlenstoff wurden erhalten, indem man letztere Flüssigkeit (von C. A. F. Kahlbaum bezogen) zu dem frisch von gebranntem Marmor abgegossenen und filtrirten Aether in einen graduirten Cylinder mit Glasstöpsel goss, die Flüssigkeit umschüttelte und bald nachher untersuchte. Diese Mischungen werden durch längeres Aufheben leitend und unbrauchbar.

Das Rapsöl war frisch geschlagen, mehrfach filtrirt, hatte längere Zeit über wasserfreiem Kupfervitriol gestanden, wurde in den Flüssigkeitscondensator filtrirt und sofort untersucht. Es isolirte ebenfalls gut.

Die Lösung von Schwefel in Schwefelkohlenstoff war als warme concentrirte Lösung filtrirt worden und hatte dann Monate lang über den in der Kälte abgeschiedenen Schwefelkrystallen gestanden. Ihre Concentration wurde nach der Untersuchung der electrischen Doppelbrechung durch Wägung vor und nach dem Verdampfen des Schwefelkohlenstoffs bestimmt. Sie enthielt 19,5 Gewichtsprocente Schwefel.

Tabelle 66.

Electrische Doppelbrechung
bei verschiedenen Flüssigkeiten zwischen ebenen Nickelelectroden mit
Babinet'schem Compensator gemessen.

Potential- differenz	Babinet'- scher Compens.	δ_{100}	$B \cdot 10^6$	Potential- differenz	Babinet'- scher Compens.	δ_{100}	$B \cdot 10^6$
<i>P</i>	<i>b</i>			<i>P</i>	<i>b</i>		
Schwefelkohlenstoff (Kahlbaum)				Schwefelkohlenstoff (Heidelberg)			
$a = 0,1615 \text{ cm}$		$l = 9,95 \text{ cm}$		$a = 0,1615 \text{ cm}$		$l = 9,95 \text{ cm}$	
C.G.S.	rev	λ	λ	C.G.S.	rev	λ	λ
29,21	3,41	1,072	32,73	29,21	3,04	0,955	29,17
39,99	6,35	1,995	32,52	39,99	6,11	1,919	31,28
47,74	9,29	2,918	33,38	47,74	8,57	2,693	30,80
			32,88				30,42
$a = 0,1615 \text{ cm}$		$l = 19,64 \text{ cm}$		$a = 0,1615 \text{ cm}$		$l = 19,64 \text{ cm}$	
29,21	7,37	1,173	35,83	29,21	6,80	1,081	33,06
39,99	13,91	2,213	36,08	39,99	12,94	2,059	33,56
47,74	18,91	3,009	34,42	47,74	18,34	2,918	33,38
			35,44				33,33

Potential- differenz <i>P</i>	Babinet- scher Compens. <i>b</i>	δ_{100}	$B \cdot 10^6$	Potential- differenz <i>P</i>	Babinet- scher Compens. <i>b</i>	δ_{100}	$B \cdot 10^6$
$\alpha = 0,1615 \text{ cm}$ $l = 46,17 \text{ cm}$				$\alpha = 0,1615 \text{ cm}$ $l = 46,17 \text{ cm}$			
C.G.S.	rev	λ	λ	C.G.S.	rev	λ	λ
17,42	4,82	0,326	28,08	17,42	5,40	0,365	31,42
29,21	14,54	0,984	30,07	29,21	14,70	0,995	30,40
39,99	26,56	0,798	29,30	39,99	28,98	1,962	31,98
45,58	34,12	2,310	28,98				31,27
			29,09				
$\alpha = 0,3230 \text{ cm}$ $l = 19,09 \text{ cm}$				$\alpha = 0,3230 \text{ cm}$ $l = 19,09 \text{ cm}$			
39,99	3,50	0,573	37,38	39,99	3,35	0,548	35,77
53,91	6,22	1,019	36,57	53,91	6,14	1,006	36,94
63,90	8,72	1,428	36,48	63,90	8,56	1,402	35,81
73,79	11,68	1,912	36,63	73,79	11,24	1,840	35,26
			36,77				35,95
$\alpha = 0,3230 \text{ cm}$ $l = 47,00 \text{ cm}$				$\alpha = 0,3230 \text{ cm}$ $l = 47,00 \text{ cm}$			
29,21	3,65	0,243	29,67	29,21	3,59	0,239	29,18
39,99	6,90	0,459	29,92	39,99	6,56	0,486	28,45
53,91	12,52	0,833	29,89	53,91	12,06	0,802	28,80
63,90	17,64	1,173	29,97	63,90	16,81	1,118	28,56
73,79	23,24	1,545	29,61	73,79	22,66	1,507	28,87
			29,81				28,77
3 Vol. Schwefelkohlenstoff + 1 Vol. Aether				1 Vol. Schwefelkohlenstoff + 1 Vol. Aether			
$\alpha = 0,1615 \text{ cm}$ $l = 9,95 \text{ cm}$				$\alpha = 0,1615 \text{ cm}$ $l = 9,95 \text{ cm}$			
29,21	3,06	0,961	29,46	29,21	2,29	0,719	21,97
39,99	5,58	1,753	28,57	39,99	4,25	1,336	21,76
47,74	7,91	2,485	28,43	47,74	5,91	1,857	21,23
53,91	10,11	3,176	28,49				21,65
63,90	14,23	4,470	28,54				
			28,68				
$\alpha = 0,1615 \text{ cm}$ $l = 19,64 \text{ cm}$				$\alpha = 0,1615 \text{ cm}$ $l = 19,64 \text{ cm}$			
29,21	5,89	0,937	28,63	29,21	4,24	0,675	20,61
39,99	10,80	1,718	28,01	39,99	7,92	1,260	20,54
47,74	15,11	2,404	27,51	47,74	10,98	1,747	19,98
53,91	19,52	3,106	27,87				20,38
63,90	27,06	4,305	27,49				
			27,90				
$\alpha = 0,1615 \text{ cm}$ $l = 46,17 \text{ cm}$				$\alpha = 0,1615 \text{ cm}$ $l = 46,17 \text{ cm}$			
29,21	12,38	0,888	25,60	17,42	3,33	0,225	19,36
39,99	23,06	1,561	25,44	29,21	9,09	0,615	18,79
47,74	32,91	2,227	25,48	39,99	17,04	1,153	18,79
51,52	38,25	2,589	25,43	46,40	23,33	1,580	19,12
			25,49				19,01

Potential- differenz <i>P</i>	Babinet'- scher Compens. <i>b</i>	δ_{100}	<i>B</i> · 10 ⁶	Potential- differenz <i>P</i>	Babinet'- scher Compens. <i>b</i>	δ_{100}	<i>B</i> · 10 ⁶
<i>a</i> = 0,3230 cm <i>l</i> = 19,09 cm				<i>a</i> = 0,3230 cm <i>l</i> = 19,09 cm			
C.G.S.	rev	λ	λ	C.G.S.	rev	λ	λ
39,99	2,92	0,478	31,28	39,99	1,80	0,295	19,23
53,91	5,26	0,861	30,92	53,91	3,29	0,539	19,34
63,90	7,04	1,153	29,45	63,90	4,45	0,729	18,62
73,79	9,78	1,601	30,68	73,79	6,31	1,033	19,79
			30,58				19,25
<i>a</i> = 0,3230 cm <i>l</i> = 46,04 cm				<i>a</i> = 0,3230 cm <i>l</i> = 47,00 cm			
29,21	2,78	0,189	23,06	39,99	3,70	0,246	16,04
39,99	5,32	0,361	23,55	50,36	6,49	0,431	17,75
53,91	9,42	0,639	22,93	63,90	10,21	0,679	17,35
63,90	13,56	0,920	23,52	73,79	13,52	0,899	17,22
73,79	19,20	1,303	24,97				17,09
			23,61				
1 Vol. Schwefelkohlenstoff + 5 Vol. Aether				Benzol aus Benzoëssäure			
<i>a</i> = 0,1615 cm <i>l</i> = 9,95 cm				<i>a</i> = 0,1615 cm <i>l</i> = 9,95 cm			
39,99	0,78	0,245	3,994	39,99	0,86	0,270	4,403
53,91	1,80	0,565	5,075	47,74	1,14	0,358	4,335
63,90	2,42	0,760	4,854	53,91	1,30	0,408	3,664
			4,641				4,134
<i>a</i> = 0,1615 cm <i>l</i> = 19,64 cm				<i>a</i> = 0,1615 cm <i>l</i> = 19,64 cm			
29,21	0,78	0,124	3,791	29,21	0,78	0,124	3,791
39,99	1,86	0,296	4,823	39,99	1,38	0,220	3,580
47,74	2,46	0,391	4,477	47,74	2,18	0,347	4,200
53,91	3,16	0,503	4,512	53,91	2,92	0,465	4,170
63,90	4,36	0,694	4,430				3,935
			4,407				
<i>a</i> = 0,1615 cm <i>l</i> = 46,17 cm				<i>a</i> = 0,1615 cm <i>l</i> = 46,17 cm			
29,21	1,87	0,127	3,869	29,21	1,48	0,100	3,061
				39,99	3,17	0,215	3,497
				47,74	4,01	0,271	3,286
							3,281
<i>a</i> = 0,3230 cm <i>l</i> = 19,09 cm				<i>a</i> = 0,3230 cm <i>l</i> = 19,09 cm			
63,90	1,26	0,206	5,271	73,79	1,24	0,203	3,889
73,79	1,71	0,280	5,369	77,52	1,60	0,262	4,547
			5,320	82,97	1,94	0,318	4,814
							4,417
<i>a</i> = 0,3230 cm <i>l</i> = 47,00 cm				<i>a</i> = 0,3230 cm <i>l</i> = 46,04 cm			
39,99	0,95	0,063	4,120	47,74	1,15	0,078	3,573
53,91	1,71	0,114	4,083	73,79	2,45	0,166	3,186
63,90	2,16	0,144	3,669	83,91	3,55	0,241	3,571
73,79	2,84	0,189	3,618				3,443
			3,872				

Potential- differenz <i>P</i>	Babinet'- scher Compens. <i>b</i>	δ_{100}	$B \cdot 10^6$	Potential- differenz <i>P</i>	Babinet'- scher Compens. <i>b</i>	δ_{100}	$B \cdot 10^6$
Schweres Benzol				Leichtes Benzol.			
$a = 0,1615 \text{ cm}$		$l = 9,95 \text{ cm}$		$a = 0,1615 \text{ cm}$		$l = 9,95 \text{ cm}$	
C.G.S.	rev	λ	λ	C.G.S.	rev	λ	λ
39,99	0,96	0,302	4,916	64,54	1,63	0,512	3,205
				67,85	2,06	0,647	3,664
							8,434
$a = 0,1644 \text{ cm}$		$l = 19,3 \text{ cm}$		$a = 0,1615 \text{ cm}$		$l = 19,64 \text{ cm}$	
36,33	1,96	0,220	4,510	63,90	3,02	0,480	3,068
50,48	2,56	0,414	4,396	73,79	4,31	0,686	3,284
60,52	3,71	0,601	4,433				3,176
68,29	5,00	0,810	4,691				
			4,507				
$a = 0,1615 \text{ cm}$		$l = 46,17 \text{ cm}$		$a = 0,1615 \text{ cm}$		$l = 46,17 \text{ cm}$	
29,21	2,06	0,139	4,260	29,21	1,45	0,098	2,998
39,99	3,92	0,265	4,325	39,99	2,72	0,184	3,001
47,74	5,33	0,361	4,127	47,74	3,59	0,243	2,942
58,15	8,36	0,566	4,364	58,91	4,73	0,320	2,874
			4,269				2,954
$a = 0,3240 \text{ cm}$		$l = 19 \text{ cm}$		$a = 0,3230 \text{ cm}$		$l = 19,09 \text{ cm}$	
35,27	0,42	0,069	5,828	39,99	0,18	0,029	1,922
50,71	0,73	0,126	5,131	58,91	0,42	0,069	2,469
60,78	0,89	0,146	4,159	63,90	0,63	0,103	2,635
70,04	1,52	0,250	5,350	73,79	1,03	0,169	3,230
			5,117	94,32	1,78	0,291	3,418
				106,60	2,12	0,347	3,185
							2,810
$a = 0,3230 \text{ cm}$		$l = 47,00 \text{ cm}$		$a = 0,3230 \text{ cm}$		$l = 47,00 \text{ cm}$	
39,99	0,57	0,058	3,773	39,99	0,49	0,033	2,125
53,91	1,46	0,097	3,486	53,91	1,17	0,078	2,794
63,90	2,04	0,136	3,465	63,90	1,44	0,096	2,446
73,79	2,55	0,170	3,248	73,79	2,00	0,133	2,548
			3,493				2,478
Aether				Aether			
(über gebranntem Marmorgestanden)				(frisch destillirt)			
$a = 0,1615 \text{ cm}$		$l = 9,95 \text{ cm}$		$a = 0,1615 \text{ cm}$		$l = 9,95 \text{ cm}$	
29,21	-0,81	-0,254	-7,773	29,21	-0,77	-0,242	-7,389
39,99	-1,32	-0,415	-6,759	39,99	-1,49	-0,468	-7,630
53,91	-2,42	-0,760	-6,821	47,74	-1,91	-0,600	-6,863
63,90	-3,56	-1,118	-7,141	53,91	-2,55	-0,801	-7,188
			-7,123				-7,267
$a = 0,1615 \text{ cm}$		$l = 19,64 \text{ cm}$					
63,90	-6,75	-1,074	-6,858				

Potential- differenz <i>P</i>	Babinet'- scher Compens. <i>b</i>	δ_{100}	$B \cdot 10^3$	Potential- differenz <i>P</i>	Babinet'- scher Compens. <i>b</i>	δ_{100}	$B \cdot 10^3$
<i>a</i> = 0,1615 cm <i>l</i> = 46,17 cm				<i>a</i> = 0,1615 cm <i>l</i> = 19,64 cm			
C.G.S.	rev	λ	λ	C.G.S.	rev	λ	λ
29,21	- 3,14	-0,212	-6,492	29,21	-1,90	-0,302	-4,928
39,99	- 5,80	-0,392	-6,398	39,99	-2,86	-0,455	-5,206
47,74	- 8,24	-0,558	-6,380	47,74	-4,04	-0,643	-5,769
53,91	-10,54	-0,714	-6,403				-5,301
63,90	-15,14	-1,024	-6,543				
			-6,443				
<i>a</i> = 0,3230 cm <i>l</i> = 19,09 cm				<i>a</i> = 0,3230 cm <i>l</i> = 19,09 cm			
39,99	-0,76	-0,124	-8,116	39,99	-0,57	-0,093	-6,087
53,91	-1,24	-0,203	-7,290	53,91	-1,43	-0,234	-8,407
63,90	-1,67	-0,273	-6,985	63,90	-1,57	-0,257	-6,567
73,79	-2,35	-0,385	-7,372	73,79	-2,15	-0,352	-6,743
			-7,441				-6,951
<i>a</i> = 0,3230 cm <i>l</i> = 47,00 cm				<i>a</i> = 0,3230 cm <i>l</i> = 47,00 cm			
39,99	-1,20	-0,080	-5,205	39,99	-1,56	-0,104	-6,764
53,91	-2,32	-0,154	-5,539	53,91	-2,35	-0,156	-5,611
63,90	-3,38	-0,225	-5,742	63,90	-3,48	-0,231	-5,913
73,79	-4,52	-0,302	-5,758	71,73	-4,48	-0,298	-6,040
			-5,561				-6,082
1 Theil Schwefel in 4 Theilen Schwefelkohlenstoff gelöst				Rapsöl			
<i>a</i> = 0,1644 cm <i>l</i> = 19,3 cm				<i>a</i> = 0,1615 cm <i>l</i> = 19,30 cm			
29,73	6,63	1,074	32,83	23,83	-0,38	-0,061	-2,826
38,41	11,73	1,900	34,83	25,57	-0,35	-0,057	-2,260
46,89	17,11	2,770	34,77				-2,543
			34,10				
<i>a</i> = 0,3192 cm <i>l</i> = 19,0 cm				<i>a</i> = 0,3192 cm <i>l</i> = 19,0 cm			
29,73	1,60	0,263	30,34	52,56	-0,33	-0,054	-2,008
39,73	2,73	0,449	28,99				
47,11	4,69	0,771	35,42				
52,88	5,14	0,845	30,81				
62,47	7,14	1,174	30,66				
70,87	9,36	1,539	31,23				
			31,24				
1 Vol. Schwefelkohlenstoff + 1 Vol. Terpentinöl				Terpentinöl			
<i>a</i> = 0,1615 cm <i>l</i> = 9,95 cm				<i>a</i> = 0,3230 cm <i>l</i> = 19,09 cm			
C.G.S.	rev	λ	λ	C.G.S.	rev	λ	λ
39,99	4,44	1,395	22,74	39,99	1,23	0,201	13,13
47,74	7,86	2,312	26,44	53,91	1,87	0,306	10,99
53,91	10,52	3,305	29,66	58,61	2,18	0,357	10,84
			26,28	73,79	2,95	0,483	9,25
							11,05

Potential- differenz <i>P</i>	Babinet'scher Compens. <i>b</i>	δ_{100}	$B \cdot 10^6$	Potential- differenz <i>P</i>	Babinet'scher Compens. <i>b</i>	δ_{100}	$B \cdot 10^6$
$\alpha = 0,1615 \text{ cm}$ $l = 19,64 \text{ cm}$				$\alpha = 0,3230 \text{ cm}$ $l = 19,09 \text{ cm}$			
C.G.S.	rev	λ	λ	C.G.S.	rev	λ	λ
29,21	1,58	0,251	7,681	29,21	1,04	0,069	8,453
39,99	3,34	0,531	8,662	29,99	2,29	0,152	9,931
47,74	4,88	0,776	8,882	53,91	3,54	0,235	8,453
53,91	5,86	0,932	8,368				8,946
			8,398				

Die Messungen an jedem einzelnen Flüssigkeitscondensator zeigen eine befriedigende Uebereinstimmung der Werthe der mit Gl. (4) berechneten Constanten B , sodass in der That die Phasenunterschiede δ proportional dem Quadrate der electricischen Potentialdifferenz zunehmen.

Unter den horizontalen Strichen der letzten Spalte sind die arithmetischen Mittel der einzelnen Messungen angegeben.

Diese mit den verschiedenen Apparaten für dieselbe Flüssigkeit erhaltenen Mittelwerthe von B finden sich in der folgenden Tabelle 67 zusammengestellt und stimmen nur angenähert miteinander überein. Die Unterschiede sind zu gross und bei den verschiedenen Flüssigkeiten so verschieden, dass sie nicht zufälligen Beobachtungsfehlern bei Bestimmung der Dimensionen der Nickelelectroden oder bei den optischen und electricischen Messungen selbst zugeschrieben werden können.

Man wird auch erkennen, dass ein grosser Theil der Messungen für dieselbe Potentialdifferenz oder denselben Abstand der Electroden, also für gleiche electricische Kräfte ausgeführt wurde, und die Beobachtungen dadurch direct vergleichbar sind, unabhängig von den absoluten Angaben des Schraubenelectrometers. (Siehe Tab. 67 p. 755).

Im allgemeinen nimmt B mit steigender Länge der Electrodenplatten ab, wie dies auch schon § 55 bei Versuchen mit weissem Licht ohne Babinet'schen Compensator gefunden wurde.

Ich glaube, aus diesen Messungen daher schliessen zu müssen, dass die Gl. (4) nicht in aller Strenge, sondern nur angenähert richtig ist, und dass die unter der Einwirkung

Tabelle 67.

Grösse der electrischen Doppelbrechung
für verschiedene Flüssigkeiten zwischen ebenen Nichtelectroden mit Babinet'schem Compensator gemessen.

Apparat:	$B \cdot 10^6$					Mittel
	Nr. 1	Nr. 2	Nr. 3	Nr. 4	Nr. 5	
Flüssigkeit	$a = 0,1615 \text{ cm}$					
	$l = 9,95 \text{ cm}$	$l = 19,64 \text{ cm}$	$l = 46,17 \text{ cm}$	$l = 19,07 \text{ cm}$	$l = 47 \text{ cm}$	
Schwefelkohlenstoff (Kahlbaum)	32,88	35,44	29,09	36,77	29,81	32,798
Schwefelkohlenstoff (Heidelberg)	30,42	33,33	31,27	35,95	28,77	31,948
3 Vol. Schwefelkohlenstoff + 1 Vol. Aether	28,68	27,90	25,49	30,58	23,61	27,252
1 Vol. Schwefelkohlenstoff + 1 Vol. Aether	21,65	20,38	19,01	19,25	17,09	19,476
1 Vol. Schwefelkohlenstoff + 5 Vol. Aether	4,641	4,407	3,869	5,320	3,872	4,422
Schweres Benzol (aus Steinkohlentheer)	4,916	4,507	4,269	5,117	3,493	4,460
Reines Benzol (aus Benzoesäure)	4,134	3,935	3,281	4,417	3,443	3,842
Leichtes Benzol	3,434	3,176	2,954	2,810	2,478	2,970
Terpentinöl	—	0,109	—	—	—	0,109
Rapsöl	—	—	—	—	—	—
Aether (frisch destillirt)	7,267	—	—	—	—	—
Aether (über gebr. Marmor gestanden)	—	—	—	—	—	—
20procentige Schwefelösung	7,123	—	—	—	—	—
1 Vol. Schwefelkohlenstoff + 1 Vol. Terpentinöl	26,28	34,10	—	31,24	8,946	32,67
β Schwefelkohlenstoff	—	39,26	—	37,68	—	38,47
100 Vol. Schwefelkohlenstoff + 2,34 Vol. Aether	—	34,77	—	—	—	34,77
Schwefelkohlenstoff mit Spuren Aether und Terpentinöl	—	33,85	—	41,15	—	37,50
1 Vol. Schwefelkohlenstoff + 1 Vol. β Aether	—	10,03	—	7,83	—	8,98

electricischer Kräfte stehenden benachbarten Theilchen einer Flüssigkeit sich ähnlich beeinflussen, wie die benachbarten Theile eines Magnets unter der Einwirkung magnetischer Kräfte.

Auch bei den letzteren zeigen Körper von kleineren Dimensionen verhältnissmässig grössere magnetische Wirkung.

Wie eine geringe Menge Kohle oder fremder Substanz die magnetischen Eigenschaften des Eisens vollständig ändert, wird auch in analoger Weise die electricische Doppelbrechung einer Flüssigkeit durch kleine Beimengungen anderer Substanz erheblich modificirt.

Bei den Mischungen von Aether und Schwefelkohlenstoff wirken diese Flüssigkeiten nicht so, wie sie ungemischt wirken würden, sondern die Wirkung des Schwefelkohlenstoffs überwiegt.

Für eine Mischung aus v_1 Volumentheilen Schwefelkohlenstoff und v_2 Volumentheilen Aether mit den Constanten B_1 , resp. B_2 der electricischen Doppelbrechung wäre die Constante:

$$(6) \quad B = \frac{v_1 B_1 + v_2 B_2}{v_1 + v_2}$$

zu erwarten. Setzt man:

$$10^6. B_1 = 32,37^1 \quad 10^6. B_2 = -6,542^1,$$

so ist für

Schwefelkohlenstoff	3 Vol.	1 Vol.	1 Vol.
Aether	1 Vol.	1 Vol.	5 Vol.
$10^6. B$ beob. =	27,25 ¹	19,48 ¹	4,42 ¹
$10^6. B$ ber. =	22,64	12,91	-0,06
Diff. =	4,61	6,57	4,36

Die Constante B müsste unter sonst gleichen Umständen proportional mit der in § 53, Tab. 57 gegebenen Dielectricitätsconstante der betreffenden Flüssigkeit zunehmen oder $= K_p. \beta$ sein. In der That lässt sich nun die electricische Doppelbrechung von Flüssigkeitsgemischen nahezu berechnen, wenn man in Gl. (6) β statt B setzt oder auf die Aenderung der Dielectricitätsconstante durch Beimengung der zweiten Flüssigkeit Rücksicht nimmt.

Setzt man:

$$10^6. \beta_1 = 12,08^1 \quad 10^6. \beta_2 = -1,381^1,$$

so ist für

Schwefelkohlenstoff	3 Vol.	1 Vol.	1 Vol.
Aether	1 Vol.	1 Vol.	5 Vol.
10 ⁰ . β beob. =	8,702 ⁴	5,504 ⁴	1,069 ⁴
10 ⁰ . β ber. =	8,715	5,350	0,863
Diff. =	-0,013	0,154	0,206

Die Unterschiede zwischen beobachteten und berechneten Werthen sind klein und von derselben Ordnung, wie die in ähnlicher Weise berechneten Dielectricitätsconstanten von Flüssigkeitsgemischen (vgl. § 53).

Mit Steinöl und Terpentinöl zwischen ebenen Nickel-electroden konnte ich für gewöhnlich keine merkliche electriche Doppelbrechung erhalten, wenn die Potentialdifferenz der 20 cm langen ebenen Nickelelectroden bei 0,3515 cm Abstand in Steinöl bis 54 C.G.S.; bei 0,1616 cm Abstand in Terpentinöl bis 62 C.G.S. gesteigert wurde.

Bei einer anderen Sorte von frischem und sehr gut isolirendem Terpentinöl gelang es mir, die in Tab. 67 angegebene positive electriche Doppelbrechung zu messen.

Bei einem Gemisch gleicher Raumtheile Terpentinöl und Schwefelkohlenstoff konnte ich die electriche Doppelbrechung zwar beobachten und den Phasenunterschied messen. Die Constanten B , mit Gl. (4) berechnet, sind aber je nach Länge und Abstand der Electroden sehr verschieden. Zum Theil hat diese Verschiedenheit darin ihren Grund, dass die optische Drehung der Polarisationssebene durch das Terpentinöl und die gewöhnliche electriche Doppelbrechung zusammenwirken, und dass das so entstandene elliptisch polarisirte Licht nur unter besonderen Umständen von dem Babinet'schen Compensator (dessen Hauptschnitte \neq und \perp zu den electriche Kraftlinien stehen) in linear polarisirtes verwandelt werden kann.

Zuweilen zeigen scheinbar reine Flüssigkeiten keine electriche Doppelbrechung, oder die electriche Doppelbrechung ist grösser, als bei den in der ersten Abtheilung von Tab. 67 aufgeführten Flüssigkeiten. Zu den ersteren Flüssigkeiten gehören Aether und Benzol, zu den letzteren Schwefelkohlenstoff. Ich werde diese allotropen oder durch zufällige Beimengungen

entstandenen Modificationen (die ich besonders bei Beginn meiner Untersuchungen gemessen habe, als mir der Einfluss geringer Beimengungen noch unbekannt war) durch ein vorgeseztes β unterscheiden. Einige solche Flüssigkeiten sind in der zweiten Abtheilung der Tabelle 67 aufgeführt.

Zuweilen mussten die Versuche auf längere Zeit unterbrochen werden, wenn Wolken die Sonne verdunkelten. Die Flüssigkeit blieb dann längere Zeit im Flüssigkeitscondensator stehen. β Aether, der kurze Zeit nach dem Einfüllen in den Flüssigkeitscondensator keine oder geringe electriche Doppelbrechung gezeigt hatte, wurde wirksamer, gab grössere Werthe der Constante B , nachdem er mehrere Stunden in dem offenen Flüssigkeitscondensator gestanden, sich durch Verdampfen abgekühlt und Wasserdampf aus der Luft condensirt und aufgelöst hatte.

Es kann dies nicht auffallen, da durch die Wasseraufnahme die Dielectricitätsconstante der Flüssigkeit zugenommen hat (vgl. § 51), bei gleichem Abstand und gleicher Potentialdifferenz der Electroden die electriche Kraft im Inneren der Flüssigkeit also auch grösser geworden ist.

Die in dem ersten Theile der Tabelle 67 aufgeführten Flüssigkeiten waren zwar möglichst rein, aber nicht absolut rein. Es ist eben unmöglich, die Verdampfung beim Einfüllen der Flüssigkeit oder während längerer Versuchsreihen ganz zu vermeiden, und kleine Spuren Wasser werden sich stets in der Flüssigkeit finden, ebenso wie Sonnenstäubchen. Dazu kommt die Aenderung des electriche Leitungsvmögens der Flüssigkeiten, die während des Electrisirens auftritt, und die gewöhnlich in einer bedeutenden Abnahme des electriche Leitungsvmögens besteht.

Ich werde auf diesen letzteren Punkt noch später zurückkommen.

Eine Zunahme des electriche Leitungsvmögens oder eine Vertheilung leitender Theilchen (Staub, Kohle) in der Flüssigkeit muss, wie schon Faraday¹⁾ bemerkt hat, ebenso wirken, wie eine Verminderung des Abstandes der Electroden-

1) Faraday, Exp. res. I. § 1267. Nov. 1837.

platten oder wie eine Vergrößerung der Dielectricitätsconstante. Es muss dadurch also auch eine Zunahme der electricischen Doppelbrechung herbeigeführt werden. Dabei können die leitenden Theilchen so klein sein, dass sie mit optischen Hilfsmitteln gar nicht mehr wahrzunehmen sind.

Mit der Zunahme des electricischen Leitungsvermögens kann aber andererseits auch die Geschwindigkeit wachsen, mit welcher sich die Electricität zwischen den Electroden austauscht. Die periodischen Wechsel der Stromstärke zwischen den Electroden ändern sich gleichfalls und damit auch bei scheinbar constantem Stande des Reflexions- oder Schraubenelectrometers die ebenfalls nur scheinbar constante Verschiebung des dunklen Streifens im Babinet'schen Compensator oder b (Gl. 5 § 56).

Bedenkt man, wie kleine Mengen Säure oder Salz das electricische Leitungsvermögen des an und für sich nicht leitenden destillirten Wassers ändern, so kann etwas Aehnliches bei anderen isolirenden Flüssigkeiten stattfinden, und die Schwankungen der Constanten B der electricischen Doppelbrechung können nicht überraschen.

§ 58. Ich habe ferner in derselben Weise Schwefelkohlenstoff zwischen cylindrischen Nickelelectroden electricisirt und die electricische Doppelbrechung mit dem Babinet'schen Compensator gemessen.

Solche cylindrische Electroden sind billiger herzustellen und leichter von der Umgebung zu isoliren, als ebene Electroden. Sie bieten ausserdem den Vortheil, dass die electricische Kraft von der inneren Electrode mit dem Radius R_1 bis zur äusseren Electrode mit dem Radius R_2 stetig abnimmt, proportional mit der Entfernung R von der gemeinsamen Axe beider concentrischen Cylinderflächen.

Bei einer Flüssigkeitsschicht zwischen cylindrischen Electroden von der Länge l cm würde der Gangunterschied der Lichtstrahlen, \parallel und \perp zu den electricischen Kraftlinien polarisirt, wieder durch Gl. (4) gegeben sein, wenn man darin setzt:

$$(6) \quad a = R \cdot \log \text{nat} \frac{R_2}{R_1}.$$

Wird die electriche Doppelbrechung durch b Umdrehungen des Babinet'schen Compensators aufgehoben (von denen 32^{rev} einer Wellenlänge entsprechen), und unterscheidet man die verschiedenen Grössen für die innere und äussere Cylinderoberfläche, wie die Radien durch den unteren Index 1 und 2, so ist:

$$(7) \quad \delta_1 = \frac{b_1}{32} \cdot \frac{100}{l} = B_1 \frac{P^2}{a_1^2}, \quad \delta_2 = \frac{b_2}{32} \cdot \frac{100}{l} = B_2 \frac{P^2}{a_2^2}, \quad \text{wenn:}$$

$$(8) \quad a_1 = R_1 \log \text{nat} \frac{R_2}{R_1}, \quad a_2 = R_2 \log \text{nat} \frac{R_2}{R_1}$$

gesetzt wird.

Die Beobachtungen müssten für B_1 und B_2 denselben Werth ergeben.

Der dunkle Streifen im Babinet'schen Compensator wurde \pm dem Cylderradius oder den electricen Kraftlinien gestellt. Bringt man dann die cylindrischen Electroden in der im § 57 beschriebenen Weise auf eine constante Potentialdifferenz, so wird der dunkle Streifen im Babinet'schen Compensator um so mehr verschoben, je näher er dem inneren Cylinder liegt. Der gerade Streifen verwandelt sich also in eine Curve (Fig. 18), aus deren Gestalt sich schon erkennen lässt, ob die electriche Doppelbrechung positiv oder negativ ist, und wie sich der Gangunterschied mit der Entfernung R von der gemeinsamen Cylinderaxe ändert.

Ich bestimmte die b_1 oder b_2 Schraubenumdrehungen des Compensators, welche den dunklen Streifen am inneren oder äusseren Cylinder in seine ursprüngliche Lage zurückführen, und las gleichzeitig das Schraubenelectrometer ab, während ein Gehülfe durch passendes Drehen der Holtz'schen Maschine bei gleichzeitiger Beobachtung des Reflexionselectrometers die electriche Potentialdifferenz auf constanter Grösse erhielt.

Die Genauigkeit dieser Messungen ist jedoch geringer als bei ebenen Electroden, da man nicht wie bei diesen den Abstand der langen Cylinderflächen mit dem Mikroskop messen und controliren kann. Auch hat eine sehr geringe Biegung einer Cylinderfläche schon einen erheblichen Ein-

fluss, sodass sehr leicht b_1 und B_1 zu klein, b_2 und B_2 zu gross gefunden werden. Dadurch wird ferner das Verhältniss der Gangunterschiede an der inneren und äusseren Cylinderfläche zu klein gefunden, welches gleich dem umgekehrten Verhältniss der Quadrate der Cylinderradien sein sollte.

Aus den in Tabelle 68 zusammengestellten Versuchen an Schwefelkohlenstoff ergibt sich, dass diese letztere Beziehung so gut wie nie erfüllt ist, da das Verhältniss bei den vier Apparaten von der:

Länge $l = 9,8$ cm	20,2 cm	47 cm	20 cm
$\left(\frac{R_2}{R_1}\right)^2 = 5,214$	4,552	4,817	1,806

hätte sein sollen.

Tabelle 68.

Electrische Doppelbrechung von Schwefelkohlenstoff zwischen cylindrischen Nickelelectroden mit Babinet'schem Compensator gemessen.

Potent.-Diff. P	Babinet'scher Compensator		Gangunterschied			$B_1 \cdot 10^6$	$B_2 \cdot 10^6$
	b_1	b_2	δ_1	δ_2	δ_1/δ_2		
$l = 9,82$ cm $R_2 = 0,685$ cm $R_1 = 0,3$ cm $R_2 - R_1 = 0,385$ cm							
C.O.S.	rev	rev	λ	λ		λ	λ
38,70	1,46	0,52	0,465	0,165	2,808	19,04	35,35
51,95	2,90	0,91	0,923	0,290	3,187	20,98	34,33
60,64	4,66	1,62	1,484	0,516	2,876	24,74	44,84
68,84	6,57	2,03	2,091	0,646	3,237	27,08	43,62
76,12	8,21	2,48	2,613	0,789	3,310	27,66	43,58
					3,084	23,90	40,34
$l = 20,2$ cm $R_2 = 0,672$ cm $R_1 = 0,315$ cm $R_2 - R_1 = 0,357$ cm							
38,70	4,14	1,15	0,640	0,178	3,599	24,31	30,80
51,95	6,90	2,04	1,068	0,316	3,383	22,48	30,32
60,64	10,86	2,69	1,691	0,416	4,037	25,96	29,34
68,84	12,90	3,56	1,995	0,551	3,624	23,94	30,14
					3,661	24,17	30,15
$l = 47,0$ cm $R_2 = 0,678$ cm $R_1 = 0,309$ cm $R_2 - R_1 = 0,369$ cm							
38,70	5,12	1,64	0,340	0,109	3,123	13,40	20,67
51,95	10,74	4,53	0,714	0,301	2,370	15,59	31,69
60,64	13,42	5,00	0,892	0,332	2,683	14,30	25,66
68,84	—	6,89	—	0,458	—	—	27,46
					2,725	14,42	26,37

Potent.- Diff. P	Babinet'scher Compensator		Gangunterschied			$B_1 \cdot 10^6$	$B_2 \cdot 10^6$
	b_1	b_2	δ_1	δ_2	δ_1/δ_2		
C.G.S.	rev	rev	λ	λ		λ	λ
15,07	0,480	0,480	0,032	0,032	1	8,28	39,90
20,65	1,316	1,316	0,087	0,087	1	12,05	58,05
24,97	2,125	2,125	0,141	0,141	1	13,38	64,43
28,34	2,735	2,529	0,182	0,168	1,081	13,47	59,41
31,39	3,573	3,176	0,238	0,211	1,125	14,22	60,84
42,29	5,446	4,066	0,362	0,270	1,339	11,93	42,90
*55,22	1,896	1,145	0,689	0,416	1,656	13,31	38,73
*64,76	3,271	1,460	1,189	0,530	2,240	16,70	35,90
*71,99	3,847	1,857	1,397	0,675	2,071	15,90	36,99
					—	13,25	48,57
$l = 20 \text{ cm} \quad R_2 = 0,672 \text{ cm} \quad R_1 = 0,500 \text{ cm} \quad R_2 - R_1 = 0,172 \text{ cm}$							
21,42	3,12	2,12	0,488	0,331	1,472	23,22	28,49
31,23	6,84	5,26	1,069	0,822	1,386	23,96	33,29
					1,386	23,59	30,89
28,21	6,23	5,04	0,974	0,787	1,236	26,74	39,07
38,93	12,53	8,93	1,958	1,396	1,403	28,25	36,38
					1,320	27,50	37,73

Bei den mit einem * bezeichneten Beobachtungen benutzte ich einen weniger empfindlichen Babinet'schen Compensator.

Die ersten drei Versuchsreihen beziehen sich auf denselben wasserfreien Schwefelkohlenstoff; der dunkle Streifen im Babinet'schen Compensator erschien stark gekrümmt und zeigte in der Mitte einen Wendepunkt.

Die zweite Versuchsreihe für die Electrode von 47 cm Länge ist mehrere Monate später erhalten und als ein Beispiel angeführt dafür, dass unter scheinbar gleichen Umständen der dunkle Streifen im Babinet'schen Compensator auch weniger gekrümmt erscheinen und erst bei sehr grossen Potentialdifferenzen einen Wendepunkt zeigen kann.

Wenn auch der bei ebenen Electroden für Schwefelkohlenstoff gefundene Werth von B (32,37) im allgemeinen zwischen den Werthen B_1 und B_2 der Tabelle 68 liegt, so sind doch die Abweichungen zu gross und zu unregelmässig, als dass ich sie durch die oben erwähnten Fehler erklären möchte. Es scheint zwischen cylindrischen Electroden mit

verschiedener electricischer Kraft in verschiedenem Abstand von den Electroden noch eine besondere Ursache wirksam zu sein, die B_1 und B_2 kleiner erscheinen lässt, als den in einem Felde von constanter electricischer Kraft zwischen ebenen Electroden gefundenen Werth von B .

Je kürzer die Cylinder, um so grösser wird unter sonst gleichen Umständen B_1 und B_2 gefunden, ähnlich wie bei ebenen Electroden.

Bei den nahestehenden Cylindern stimmt das arithmetische Mittel von B_1 und B_2 (27,24 λ und 32,61 λ) nahezu mit dem bei ebenen Electroden gefundenen Werthe überein.

Zuweilen findet man kleine Verschiedenheiten für b_1 bei derselben electricischen Potentialdifferenz, je nachdem die innere oder äussere Cylinderfläche positiv electricisch ist. Ich möchte den Grund für diese Verschiedenheit, die bis $\frac{1}{30}$ des ganzen Werthes b_1 betragen kann, in kleinen Verunreinigungen des Schwefelkohlenstoffs suchen, die sich durch electricische Fortführung bald an der inneren, bald an der äusseren Electrode ansammeln.

Ausserdem erhält man mit cylindrischen Nickelelectroden, wie mit den ebenen, zu verschiedenen Zeiten unter scheinbar gleichen Umständen etwas verschiedene Werthe der Constanten B_1 und B_2 .

Da bei grösseren Phasenunterschieden der verschobene dunkle Streifen im Babinet'schen Compensator einen Wendepunkt zeigt, so ist schon die Gestalt desselben mit den Gleichungen (7) und (8) nicht in Uebereinstimmung.

§ 59. In Tab. 69 (p. 764) finden sich eine Reihe Messungen der electricischen Doppelbrechung für verschiedene Flüssigkeiten zwischen cylindrischen Nickelelectroden zusammengestellt.

In den meisten Fällen wurden die Flüssigkeiten so starken electricischen Kräften ausgesetzt, wie die Natur der Flüssigkeit und der Abstand der Belegungen es gestattete, bis die Electricität mit Funkenentladung im Inneren der Flüssigkeit zwischen den Belegungen übergang.

Tabelle 69.

Electrische Doppelbrechung
bei cylindrischen Niclelectroden mit Babinet'schem Compensator
gemessen.

Potent.- Diff. <i>P</i>	Babinet'scher Compensator		Gangunterschied			<i>B</i> ₁ · 10 ⁶	<i>B</i> ₂ · 10 ⁶
	<i>b</i> ₁	<i>b</i> ₂	<i>δ</i> ₁	<i>δ</i> ₂	<i>δ</i> ₁ / <i>δ</i> ₂		
100 Th. Schwefelkohlenstoff + 33 Th. Schwefel							
<i>l</i> = 20 cm	<i>R</i> ₂ = 0,672 cm		<i>R</i> ₁ = 0,315 cm		<i>R</i> ₂ − <i>R</i> ₁ = 0,357 cm		
C.G.S.	rev	rev	<i>λ</i>	<i>λ</i>	<i>λ</i>	<i>λ</i>	<i>λ</i>
38,47	4,86	1,78	0,759	0,278	2,730	29,17	48,74
51,93	8,91	2,68	1,393	0,420	3,318	29,35	40,35
61,65	11,74	3,70	1,835	0,578	3,175	27,46	39,46
69,11	15,18	5,14	2,372	0,804	2,950	28,21	43,64
					8,043	28,55	43,05
Schwefelkohlenstoff + Jod							
<i>l</i> = 20 cm	<i>R</i> ₂ = 0,672 cm		<i>R</i> ₁ = 0,315 cm		<i>R</i> ₂ − <i>R</i> ₁ = 0,357 cm		
(Absorptionsstreifen bei <i>λ</i> = 0,000 452 mm)							
10,81	0,706	—	0,110	—	—	53,69	—
Schweres Benzol							
<i>l</i> = 20 cm	<i>R</i> ₂ = 0,672 cm		<i>R</i> ₁ = 0,315 cm		<i>R</i> ₂ − <i>R</i> ₁ = 0,357 cm		
43,46	0,728	0,286	0,114	0,045	2,545	3,423	6,137
75,43	2,106	0,960	0,329	0,150	2,194	3,286	6,836
					2,370	3,355	6,486
<i>l</i> = 47 cm	<i>R</i> ₂ = 0,677 cm		<i>R</i> ₁ = 0,309 cm		<i>R</i> ₂ − <i>R</i> ₁ = 0,369 cm		
28,85	1,040	—	0,069	—	—	5,070	—
Terpentinöl							
<i>l</i> = 20 cm	<i>R</i> ₂ = 0,672 cm		<i>R</i> ₁ = 0,315 cm		<i>R</i> ₂ − <i>R</i> ₁ = 0,357 cm		
41,61	0,758	—	0,118	—	—	3,880	—
77,73	1,883	0,760	0,294	0,106	2,777	2,768	4,546
79,00	1,962	—	0,306	—	—	2,790	—
						3,146	—
Steinöl							
<i>l</i> = 20 cm	<i>R</i> ₂ = 0,672 cm		<i>R</i> ₁ = 0,315 cm		<i>R</i> ₂ − <i>R</i> ₁ = 0,357 cm		
42,49	0,306	—	0,048	—	—	1,505	—
71,57	0,980	—	0,153	—	—	1,699	—
:	:	—	:	—	—	:	—
77,73	0,376	—	0,059	—	—	0,553	—
<i>l</i> = 47 cm	<i>R</i> ₂ = 0,678 cm		<i>R</i> ₁ = 0,309 cm		<i>R</i> ₂ − <i>R</i> ₁ = 0,369 cm		
41,60	0,204	—	0,014	—	—	0,482	—
55,20	0,604	—	0,040	—	—	0,777	—
71,57	0,880	—	0,058	—	—	0,673	—
:	:	—	:	—	—	:	—
55 bis	0,960	—	0,064	—	—	1,244	—
72						0,734	—

Potent.-Diff. P	Babinet'scher Compensator		Gangunterschied			$B_1 \cdot 10^6$	$B_2 \cdot 10^6$
	b_1	b_2	δ_1	δ_2	δ_1/δ_2		
Rapsöl							
$l = 20$ cm	$R_2 = 0,672$ cm		$R_1 = 0,315$ cm			$R_2 - R_1 = 0,357$ cm	
C.G.S.	rev	rev	λ	λ	λ	λ	λ
72,00	-1,722	-0,896	-0,269	-0,140	1,922	-2,950	-7,004
$l = 47$ cm	$R_2 = 0,677$ cm		$R_1 = 0,309$ cm			$R_2 - R_1 = 0,369$ cm	
38,54	-0,526	—	-0,035	—	—	-2,531	—
35,41	-1,078	—	-0,072	—	—	-3,370	—
55,00	-1,630	—	-0,108	—	—	-2,112	—
						-2,671	
Rüböl							
$l = 20,3$ cm	$R_2 = 0,676$ cm		$R_1 = 0,305$ cm			$R_2 - R_1 = 0,371$ cm	
41,61	-0,584	—	-0,096	—	—	-3,268	—
72,45	-0,700	—	-0,115	—	—	-1,292	—
						-2,280	
50,00	-0,306	—	-0,050	—	—	-1,186	—
60,00	-0,866	—	0,142	—	—	-2,331	—
70,00	-1,038	—	-0,170	—	—	-2,052	—
						-1,856	
$l = 47,8$ cm	$R_2 = 0,677$ cm		$R_1 = 0,309$ cm			$R_2 - R_1 = 0,369$ cm	
**19,13	-4,052	—	-0,282	—	—	-45,48	—
**27,01	-3,512	-0,492	—	—	—	-19,76	-13,34
**37,41	-1,374	-0,872	-0,096	-0,061	1,576	3,26	9,96
**41,61	-3,140	—	-0,219	—	—	-7,45	—
:	:	—	:	—	—	:	—
41,61	-1,008	—	-0,070	—	—	-2,39	—
19,13	-1,192	—	-0,134	—	—	-21,55	—
:	:	—	:	—	—	:	—
19,13	-0,908	—	-0,063	—	—	-10,20	—
25,27	-2,672	—	-0,186	—	—	-17,19	—
:	:	—	:	—	—	:	—
25,27	-1,548	—	-0,108	—	—	-9,96	—
Aether							
$l = 20$ cm	$R_2 = 0,672$ cm		$R_1 = 0,315$ cm			$R_2 - R_1 = 0,357$ cm	
42,29	-0,986	—	-0,154	—	—	-4,898	—
55,22	-1,502	—	-0,235	—	—	-4,375	—
64,76	-2,002	—	-0,318	—	—	-4,239	—
71,57	-2,258	-0,486	-0,353	-0,076	—	-3,915	-3,845
						-4,357	
31,56	-0,654	—	-0,102	—	—	-5,833	—
43,26	-0,886	—	-0,138	—	—	-4,200	—
55,75	-1,400	-0,854	-0,219	-0,133	1,640	-3,999	-11,14
64,82	-2,094	-1,238	-0,327	-0,193	1,691	-4,426	-11,94
71,69	-2,280	-1,404	-0,356	-0,219	1,624	-3,941	-11,08
73,52	-2,440	-1,540	-0,381	-0,241	1,584	-4,010	-11,53
77,14	-2,640	-1,766	-0,413	-0,276	1,495	-3,941	-12,02
					1,607	-4,333	-11,54

Potent.- Diff.	Babinet'scher Compensator		Gangunterschied			$B_1 \cdot 10^6$	$B_2 \cdot 10^6$
P	b_1	b_2	δ_1	δ_2	δ_1/δ_2		
$l = 47 \text{ cm} \quad R_2 = 0,678 \text{ cm} \quad R_1 = 0,309 \text{ cm} \quad R_2 - R_1 = 0,369 \text{ cm}$							
C.G.S.	rev	rev	λ	λ		λ	λ
31,39	-0,652	-0,182	-0,043	-0,012	3,582	-2,594	-3,49
42,29	-1,156	-0,376	-0,077	-0,025	3,075	-2,534	-3,97
55,22	-2,324	-1,724	-0,154	-0,115	1,351	-2,986	-10,68
64,76	-2,924	-1,704	-0,194	-0,113	1,716	-2,733	-7,66
filtrirt	—	—	—	—	—	-2,712	-6,45
64,76	-3,878	-2,702	-0,245	-0,180	1,361	-3,438	
$l = 20 \text{ cm} \quad R_2 = 0,672 \text{ cm} \quad R_1 = 0,5 \text{ cm} \quad R_2 - R_1 = 0,172 \text{ cm}$							
31,74	-0,84	—	-0,131	—	—	-2,849	
41,57	-1,64	—	-0,256	—	—	-3,243	
						-3,046	
1 Stunde später							
29,20	-1,22	-0,64	-0,191	-0,100	2,180	-4,888	-4,631
38,89	-2,32	-1,18	-0,362	-0,184	2,174	-5,238	-4,812
46,51	-3,41	-1,80	-0,533	-0,281	1,722	-5,384	-5,134
52,42	-4,56	-3,18	-0,713	-0,497	1,056	-5,669	-7,141
					1,788	-5,295	-5,429

Die Luftblasen, welche bei dem Electrisiren der Electroden aus der Flüssigkeit abgeschieden werden (vgl. § 57), können bei den cylindrischen Electroden nicht so gut entweichen und nicht so gut wahrgenommen werden, wie bei den ebenen Electroden. Diese Luftblasen verkleinern die Schlagweite zwischen den Electroden sehr erheblich und führen Funkenentladungen herbei, die bei derselben electrischen Potentialdifferenz und Flüssigkeit ohne Luftblasen nicht auftreten würden.

Schwefel in Schwefelkohlenstoff gelöst, Benzol, Rapsöl, Rüböl, Aether zwischen cylindrischen Electroden zeigten im Babinet'schen Compensator einen dunklen Streifen mit Wendepunkt, wie Schwefelkohlenstoff, der aber bei den drei zuletzt genannten Flüssigkeiten mit negativer electrischer Doppelbrechung umgekehrt lag, wie bei denen mit positiver electrischer Doppelbrechung (vgl. Fig. 18).

Bei Jod in Schwefelkohlenstoff gelöst, Terpentinöl und Steinöl habe ich keinen Wendepunkt am dunklen Streifen im Babinet'schen Compensator beobachtet, sondern nur eine Krümmung.

Den Wendepunkt habe ich übrigens auch für grosse Potentialunterschiede oder Phasendifferenzen bei Aether mit ebenen Nickelelectroden von 0,1615 cm Abstand und 46,17 cm Länge an dem für gewöhnlich geradlinigen Compensatorstreifen wahrgenommen. Derselbe rührte wohl nicht von fremden Beimengungen her, da er dieselbe Lage und Gestalt behielt, wenn das Vorzeichen der Electricität gewechselt wurde.

In den meisten Fällen hat der dunkle Streifen im Babinet'schen Compensator dieselbe Gestalt und Lage, mag die innere oder äussere Cylinderelectrode positiv electricisch sein. Kommen kleine Verschiedenheiten vor, so scheinen sie ihren Grund in zufälligen Beimengungen zu haben, die durch electricische Fortführung an der einen Electrode angehäuft werden.

Bei Benzol aus Steinkohlentheer zwischen Cylinderflächen von 0,172 cm Abstand konnte ich ebenso wenig, wie bei Terpentinöl und Steinöl zwischen ebenen Electroden eine so grosse Potentialdifferenz erreichen, dass die Doppelbrechung messbar gewesen wäre.

Im allgemeinen stimmen die Resultate mit den für ebene Nickelelectroden gefundenen überein. Wie bei Schwefelkohlenstoff liegen die an ebenen Electroden gefundenen Werthe von B zwischen denen von B_1 und B_2 an der inneren und äusseren Cylinderfläche.

Aether zeigt dieselben Unregelmässigkeiten, wie bei ebenen Electroden. Reiner Aether, der längere Zeit mit gebranntem Marmor in Berührung gewesen und frisch destillirt war, gab $B \cdot 10^6 = -3,046 \lambda$; und nachdem er in demselben Apparate eine Stunde ruhig gestanden hatte und von neuem untersucht wurde $-5,295 \lambda$, also bedeutend grössere electricische Doppelbrechung.

Die electricische Doppelbrechung des Schwefelkohlenstoffs nahm durch Zusatz von Schwefel ein wenig, durch Zusatz von Jod bedeutend zu. Das letztere hatte, wenigstens theilweise, seinen Grund in einer gleichzeitigen Vergrösserung des electricischen Leitungsvermögens oder Zunahme der Dielectricitätsconstante. Terpentinöl verlor, nachdem es längere Zeit electricisirt worden war, plötzlich das Isolationsvermögen,

und war dann keine electricische Doppelbrechung mehr an ihm zu beobachten.

Steinöl und Rüböl zeigen starke Schwankungen in der electricischen Doppelbrechung.

Eine bestimmte Sorte Steinöl zeigte ein Maximum von b_1 oder des Phasenunterschiedes, wenn die Potentialdifferenz der cylindrischen Belegungen grösser als 55 C.G.S. geworden war. Dieses Maximum blieb constant, wenn auch die Potentialdifferenz bis 72 C.G.S. gesteigert wurde.

Sehr merkwürdig war das Verhalten des Rüböls. Die mit einem ** bezeichneten Beobachtungen der Tab. 69 sind kurze Zeit nach dem Auftreten der electricischen Kräfte angesetzt. Die Punkte zwischen zwei übereinander stehenden Beobachtungen bedeuten, dass der erste Werth von b_1 oder δ_1 allmählich in den darunter stehenden übergegangen ist. Die Zeit, in welcher diese Aenderung erfolgt, kann mehrere Minuten betragen.

Die von electricischen Kräften in Rüböl hervorgerufene electricische Doppelbrechung ist stets negativ, der \neq den electricischen Kraftlinien polarisirte Strahl gegen den \perp dazu polarisirten verzögert.

Der Phasenunterschied der Strahlen \neq und \perp zu den electricischen Kraftlinien polarisirt, ist unter sonst gleichen Umständen bei längeren Rübölsäulen grösser als bei kürzeren; im ersten Augenblicke grösser als später. Er wächst langsamer als die Länge der durchstrahlten Flüssigkeitssäule. Die electricische Doppelbrechung tritt um so energischer auf, je schneller die electricische Potentialdifferenz der Belegungen steigt.

Legt man, während durch Drehen der Holtz'schen Maschine die Potentialdifferenz der Belegungen der Leydener Batterie auf constanter Höhe erhalten wird, plötzlich den Commutator um (vgl. Fig. 4), sodass das Vorzeichen der Electricitäten auf den Belegungen des Flüssigkeitscondensators wechselt, so geht der dunkle Streifen im Compensator in die Ruhelage zurück; aber schon nach 2 bis 3 Secunden ist das ganze Gesichtsfeld dunkel. Erst nach etwa 30 Secunden erhellt es sich wieder, und die jetzt sichtbare Verschie-

bung des dunklen Streifens im Babinet'schen Compensator nimmt allmählich ab. Der dunkle Streifen geht aus der Form 1 in 2 und dann in 3 (Fig. 19) über. Der Compensatorstreifen ist dabei so gezeichnet, dass er an dem inneren Cylinder zwischen den Parallelfäden steht.

Es ist also die bleibende electricische Doppelbrechung bei dauernder Einwirkung der electricischen Kräfte kleiner als die veränderliche Doppelbrechung, welche in dem ersten Augenblicke bei dem Auftreten der electricischen Kräfte wahrzunehmen ist, ehe noch die electricischen Kräfte an allen Stellen im Inneren der Flüssigkeit ihren dauernden constanten Werth erreicht haben.

Dieser veränderliche Theil der electricischen Doppelbrechung bei dem Beginn der electricischen Kräfte ist meiner Ansicht nach durch ungleiche electricische Ausdehnung des Rüböls bedingt, ähnlich wie ungleichmässige Erwärmung eines Körpers diesen doppeltbrechend macht. Analoge Erscheinungen habe ich früher bei Glas beobachtet und in derselben Weise erklärt (vgl. § 33—35).

Bei manchen Rübölsorten schien der bleibende Werth des Gangunterschiedes, wie bei Steinöl, einen Maximalwerth zu erreichen, sobald die electricische Potentialdifferenz der cylindrischen, 0,36 cm voneinander entfernten, Belegungen den Werth 16 C.G.S. überschritt.

Leider verhielten sich die verschiedenen Jahrgänge des Rüböls so verschieden, das Auftreten der Fettsäuren bei längerem Aufbewahren des Oeles beeinträchtigte das Isolationsvermögen so bedeutend, und die vernickelten Messing- oder Zinnelectroden wurden von dem Rüböl so stark angegriffen, dass ich eine eingehendere Untersuchung dieses merkwürdigen Verhaltens bisher nicht durchführen konnte.

Es mag hier schliesslich noch eine Zusammenstellung der an ebenen oder an der inneren und äusseren cylindrischen Electrode gefundenen Werthe der Constanten der electricischen Doppelbrechung folgen.

Tabelle 70.

Electrische Doppelbrechung

verschiedener Flüssigkeiten bei	ebenen	oder cylindrischen Electroden	
	$B \cdot 10^6$	$B_1 \cdot 10^6$	$B_2 \cdot 10^6$
Jod und Schwefelkohlenstoff	—	λ 53,69	λ —
1 Th. Schwefel + 4 Th. Schwefelkohlenstoff	32,67	28,55	43,05
Schwefelkohlenstoff	32,37	22,50	33,65
Schweres Benzol	4,46	4,21	6,49
Terpentinöl	0,11	3,15	4,55
Steinöl	0	0,6	—
Rapsöl	-2,27	-2,81	-7,00
Rüböl	—	-2,07	—
Aether	-6,54	-4,17	-6,82

§ 60. Sehr auffallend sind die Erscheinungen der electrischen Doppelbrechung, wenn aus irgend einem Grunde die electrischen Kräfte im Inneren der Flüssigkeit periodischen Schwankungen unterworfen sind, und gleichzeitig der dunkle Streifen im Babinet'schen Compensator sich um kleine Strecken verschiebt oder zuckt.

Diese Zuckungen oder Pulsationen erfolgten um so häufiger, je grösser die Potentialdifferenz der cylinderförmigen Electroden war. Der dunkle Streifen im Babinet'schen Compensator erschien dann an der inneren und äusseren Cylinderfläche um dieselbe Grösse verschoben, die Constanten B_1 und B_2 nahmen mit steigender Potentialdifferenz zu und erreichten erst für die eine oder die andere Belegung bei hohen Potentialdifferenzen den Werth, den man für gewöhnlich ohne Pulsationen findet.

Dabei entwickeln sich zahlreiche Luftblasen aus der Flüssigkeit, und man hört von dem Apparat einen Klirrton, dessen Tonhöhe mit sinkender Potentialdifferenz abnimmt. Derselbe mochte bei Schwefellösung (100 gr CS_2 + 43 gr S) und einer Potentialdifferenz von 40 C.G.S. der 0,172 cm voneinander entfernten cylindrischen Belegungen etwa 200 Schwingungen in der Secunde entsprechen.

Beobachtet man, ohne die Holtz'sche Maschine zu drehen, während die Leydener Batterie und die Electrometer

mit der inneren Belegung des Flüssigkeitscondensators verbunden bleiben, und die äussere Belegung zur Erde abgeleitet ist, das Reflexionselectrometer, so sieht man die Nadel desselben ruckweise bald längere Strecken zurück-, bald kürzere Strecken vorgehen. Es treten Schwankungen des electrischen Potentials auf, ähnlich den Schwankungen des (hydrostatischen) Druckes im Inneren einer Flüssigkeit, die aus einem Gefäss ausfliesst. Die Electricität fliesst aus der inneren Belegung der Leydener Batterie bald stark abwärts, bald ein wenig aufwärts (vgl. den Schluss von § 38). Die Electricität in der Flüssigkeit zwischen den Metallbelegungen scheint sich zu verhalten gleichsam wie ein pulsirender oder tönender Wasserstrahl, der aus einem grösseren Wassergefäss abfliesst.

Man kann ähnliche Töne hervorrufen, wenn man auf einen hohlen tellerförmigen isolirten Metallconductor, welcher mit einem Pole der Holtz'schen Maschine verbunden ist, ein sogenanntes Blitzrädchen setzt und aus den Spitzen dieses Rädchens Electricität in die Luft ausströmen lässt. Das Rädchen dreht sich, zuweilen ohne Ton. Nähert man ihm aber periodisch einen Leiter, z. B. die Hand, so tritt ein summender Ton oder Klirrton auf, der bei passender Drehungsgeschwindigkeit der Holtz'schen Maschine andauert. Die Tonhöhe ändert sich mit dem Eigenton der Luft in dem tellerförmigen, von elastischen Wänden gebildeten Conductor.

Die Töne erklären sich, wie bei einer tönenden Leydener Batterie oder einem Dolbear'schen Telephon¹⁾ aus elastischen Schwingungen, die durch periodische Schwankungen des electrischen Potentials oder der electrischen Anziehungskräfte hervorgerufen und unterhalten werden.

Zuweilen sind die sichtbaren Zuckungen des dunklen Streifens im Babinet'schen Compensator auch von hörbaren Zuckungen der Flüssigkeit oder der Belegungen begleitet.

Diese hörbaren Zuckungen, das Summen oder die Klirr-töne habe ich mit ebenen oder cylindrischen Belegungen in verschiedenen Flüssigkeiten wahrnehmen können, ohne

1) G. Wiedemann, Die Lehre von der Electricität. 2. p. 106. 1889.

aber bisher die näheren Bedingungen festzustellen, unter denen diese periodischen Entladungen zwischen den Belegungen des Flüssigkeitscondensators auftreten oder ausbleiben.

Es mögen hier des Beispiels wegen einige Beobachtungen an einem Flüssigkeitscondensator mit cylinderförmigen Electroden folgen. In der letzten Spalte steht unter T die Dauer einer Zuckung des dunklen Compensatorstreifens in Sekunden.

Tabelle 71.

Electrische Doppelbrechung
zwischen cylindrischen Nickelelectroden mit Babinet'schem Compensator
gemessen.

Potential- differenz P	Babinet. Compens. b_1	Gang- untersch. δ_1	$B_1 \cdot 10^6$	$B_2 \cdot 10^6$	Zuckungs- periode T
--------------------------------	-------------------------------	----------------------------------	------------------	------------------	-----------------------------

Schwefelkohlenstoff.

$l = 20 \text{ cm}$ $R_2 = 0,672 \text{ cm}$ $R_1 = 0,500 \text{ cm}$ $R_2 - R_1 = 0,172 \text{ cm}$

C.G.S.	rev	λ	λ	λ	
14,60	0,64	0,100	10,28	18,57	2,2''
20,40	1,14	0,178	9,36	16,90	2,3
24,45	1,84	0,288	10,52	18,99	1,5
28,06	2,26	0,358	9,80	17,71	1,5
31,28	3,50	0,547	12,22	22,07	1
33,77	3,98	0,622	11,92	21,54	1
36,28	4,62	0,722	11,99	21,65	0,9
38,78	5,94	0,928	13,49	24,37	0,63
40,42	7,80	1,219	16,31	29,45	0,63
42,45	8,30	1,297	15,73	28,42	0,55
49,94	13,23	2,067	18,11	32,78	0,41
56,20	16,88	2,698	18,26	32,98	0,40
			13,17	23,78	

100 Th. Schwefelkohlenstoff + 43 Th Schwefel

$l = 20 \text{ cm}$ $R_2 = 0,672 \text{ cm}$ $R_1 = 0,500$ $R_2 - R_1 = 0,172$

15,07	1,58	0,248	23,82	—	3''
20,55	3,13	0,489	25,28	—	2,5
24,99	4,75	0,741	25,95	—	0,8
28,45	6,91	1,078	29,13	—	0,4
31,57	9,76	1,525	33,44	—	0,47
36,57	12,85	2,007	32,81	—	0,24
42,67	20,12	3,479	41,78	—	0,18
*50,18	5,29	4,780	41,51	—	—
*52,70	5,54	5,000	39,36	—	—

Die Flüssigkeiten waren mehrfach filtrirt und anscheinend staubfrei.

Mit steigender Potentialdifferenz der Belegungen nimmt hier die Grösse der Constanten B_1 und B_2 zu. B_2 ist für Schwefelkohlenstoff und Potentialdifferenzen > 40 C.G.S. nahezu gleich dem bei ebenen Nickelelectroden gefundenen Werthe B .

Die Dauer einer Zuckung ist etwa umgekehrt proportional dem Quadrate der electricischen Potentialdifferenz der Belegungen.

Als Beispiel, dass bei Klirrtonen auch mit ebenen Electroden die Constante der electricischen Doppelbrechung B kleiner als gewöhnlich gefunden wird, möge folgende Versuchsreihe dienen.

Tabelle 72.

Ebene Nickelelectroden.

(Klirrtonen).

100 Th. Schwefelkohlenstoff + 33 Th. Schwefel.

 $a = 0,3192$ cm $l = 19,0$ cm.

Potentialdiff. P	Babin. Comp. b	δ_{100}	$B \cdot 10^6$
C.G.S.	REV	λ	λ
37,29	1,82	0,299	21,94
51,97	3,77	0,621	23,97
61,31	5,41	0,890	24,12
69,21	6,80	1,119	23,68
			23,43

Heidelberg, März 1883.¹⁾

IX. Ueber die Aenderung des Brechungsexponenten von Flüssigkeiten durch electricische Kräfte.

§ 61. Mit Hülfe der in § 55 beschriebenen Flüssigkeitscondensatoren habe ich auch versucht den Einfluss zu bestimmen, welchen electricische Kräfte auf den Brechungsexponenten einer Flüssigkeit haben, welche ähnlich wie das Glas einer Leydener Flasche electricisirt wird.

Ich benutzte dabei den Interferenzapparat, der zur Untersuchung des Brechungsexponenten von Flüssigkeiten durch hydrostatischen Druck gedient hatte.²⁾ Bei demselben

1) Die bei diesen Untersuchungen benutzten Apparate sind von Hrn. Mechaniker L. Zimmermann in Heidelberg, Hauptstrasse 63, angefertigt worden und durch diesen zu beziehen.

2) Quincke, Wied. Ann. 19. p. 401–435. 1883.

interferiren zwei horizontale von nahezu gleich dicken Plangläsern reflectirte Strahlenbündel und erzeugen ein reines Spectrum mit Fraunhofer'schen Linien, das von dunklen Interferenzstreifen durchzogen ist.

Ein Flüssigkeitscondensator mit ebenen Electroden wurde mit reinem Schwefelkohlenstoff gefüllt, die eine Belegung (wie in § 55 und Fig. 4) mit dem Schraubenelectrometer, dem Reflexionselectrometer, der inneren Belegung der Leydener Batterie von 8 Flintglas Flaschen und der Holtz'schen Maschine verbunden; die andere Belegung zur Erde abgeleitet. Dieser Flüssigkeitscondensator wurde so in den Interferenzapparat eingeschaltet, dass das eine Strahlenbündel die Flüssigkeit zwischen den verticalen Electrodenplatten, das andere die Flüssigkeit ausserhalb der Electrodenplatten durchlief.

Häufig verschwinden die Interferenzstreifen bei dem Einschalten des Flüssigkeitscondensators in den Interferenzapparat wegen kleiner Temperaturdifferenzen der Flüssigkeit an verschiedenen Stellen. Die Interferenzstreifen traten dann aber durch Electrisiren der Electroden sofort hervor, da die Flüssigkeit von der electrisirten Electrode abgestossen, von der zur Erde abgeleiteten Electrode angezogen und entladen, also von der Electricität gleichsam umgerührt wurde.

Das Licht war durch Reflexion an den dicken Plangläsern nahezu vollständig polarisirt, parallel den electrischen Kraftlinien.

Bei dem Electrisiren der Electrodenplatten von 20 cm Länge und 0,3192 cm Abstand bis zu einer Potentialdifferenz von 80 C.G.S. (oder 21400 Daniells) beobachtet man eine Verschiebung der Interferenzstreifen bald nach rechts, bald nach links, die einen oder mehrere Streifen betragen kann. Es laufen gleichsam Ausbiegungen oder Wellen über die verticalen Interferenzstreifen fort, senkrecht gegen die Richtung der electrischen Kraftlinien zwischen den Electrodenplatten. Die Heftigkeit der Wellenbewegung schien mit der Potentialdifferenz der Electrodenplatten zuzunehmen, war aber niemals constant oder gleichmässig.

Diese Erscheinung tritt auch auf, wenn die Flüssigkeit,

vor Verdampfung möglichst geschützt, stundenlang auf der Temperatur des Zimmers erhalten wird.

Der Brechungsexponent des Schwefelkohlenstoffs würde also durch die electricischen Kräfte bald vergrössert, bald verkleinert werden.

Aehnliche Resultate erhielt ich, wenn ich statt der ebenen Electroden cylinderförmige von 20 cm Länge anwandte, deren einander zugewandte Flächen 0,315 und 0,672 cm Radius hatten.

In § 50 und 52 wurde gezeigt, dass entsprechend den Ansichten von Faraday und Maxwell parallel den electricischen Kraftlinien eine Spannung, senkrecht zu den electricischen Kraftlinien ein Druck stattfindet, der meist nahezu gleich der Spannung und proportional dem Quadrate der electricischen Kraft P/a an der betreffenden Stelle der Flüssigkeit ist, multiplicirt mit der Dielectricitätsconstante. Der electricische Druck ist hiernach vom hydrostatischen Druck wesentlich verschieden.

Nichtsdestoweniger hat es ein Interesse, die Interferenzstreifenverschiebung zu berechnen, die einem hydrostatischen Druck von gleicher Grösse, wie der electricische, entsprechen würde.

Nennt man wie früher (§ 44 und 47) P die Potentialdifferenz und a den Abstand der ebenen Electrodenplatten, K die Dielectricitätsconstante der Flüssigkeit, bezieht diese Grössen auf das C.G.S.-System und berücksichtigt, dass dem Druck 1 Atmosphäre entspricht $1034 \text{ gr} \times 981 \text{ cm}$ auf 1 qcm, so ist der von den electricischen Kräften auf die Flüssigkeit zwischen den Electrodenplatten ausgeübte Druck in Atmosphären:

$$(1) \quad p = \frac{K}{8\pi \cdot 1034 \cdot 981} \cdot \frac{P^2}{a^2}.$$

Es gibt dies für:

$$P = 80 \text{ C.G.S.}, \quad a = 0,3192 \text{ cm},$$

$$p = K \cdot 0,002464 \text{ Atmosphären},$$

oder, $K = 2,5$ genommen (vgl. Tab. 57, § 53):

$$(2) \quad p = 0,006159 \text{ Atmosphären}.$$

Da eine Schwefelkohlenstoffsäule von 100 cm Länge nach meinen Messungen¹⁾ für Atmosphärendruck eine Streifenverschiebung von: $Y = 73,89 \varphi$,

für die Fraunhofer'sche Linie D geben würde, so müsste die electricisirte Flüssigkeitssäule von l cm oder 20 cm Länge bei p Atmosphären Druck eine Streifenverschiebung:

$$(3) \quad y_1 = p \cdot Y \cdot \frac{l}{100} = p \cdot 14,78 \varphi = 0,091 \varphi,$$

im Sinne einer Vergrößerung des Brechungsexponenten geben. Dabei ist vorausgesetzt, dass die electricische Druckkraft an allen Stellen zwischen den ebenen Electrodenplatten constant, und der electricische Druck durch die Gl. (1) gegeben ist.

Letztere Voraussetzung scheint unrichtig zu sein, da die wellenartigen Verschiebungen der Interferenzstreifen auf periodische Entladungen oder einen periodischen Wechsel der electricischen Kräfte im Inneren des Schwefelkohlenstoffs hindeuten. Ueberdies betrugen die von mir beobachteten Streifenverschiebungen im Sinne einer Vergrößerung des Brechungsexponenten 2 bis 3 φ , waren also 20 bis 30 mal grösser als der für die grössten electricischen Druckkräfte berechnete Werth von y_1 , wenn diese electricischen wie hydrostatische Druckkräfte wirkten.

Die Verschiebung der Interferenzstreifen im Sinne einer Verkleinerung des Brechungsexponenten können von einer Erwärmung des Schwefelkohlenstoffs herrühren.

In der That müssen die Flüssigkeitsbewegungen, welche beim Electricisiren der Flüssigkeit zwischen den Nickelelectroden auftreten und die Flüssigkeit umrühren, wegen der Reibung der Flüssigkeitstheilchen gegeneinander Wärme erzeugen, die Temperatur der Flüssigkeit erhöhen und den Brechungsexponenten verkleinern. Diese Flüssigkeitsbewegungen sind sehr heftig, wie man an den Luftblasen oder isolirenden Substanzen sehen kann, die zufällig in der Flüssigkeit vertheilt sind.

¹⁾ Quincke, Wied. Ann. 19. p. 431. 1883. Sitz.-Ber. d. Berl. Akad. 1883. p. 412.

Geht der Brechungsexponent n bei der Temperaturerhöhung um τ^0 in n_1 über, so ist angenähert:

$$(4) \quad n_1 - n = n_0 \nu \tau,$$

wo n_0 den Brechungsexponenten der Flüssigkeit bei 0^0 , ν den durch besondere Versuche (§ 36 u. 37, Tab. 35 u. 36) festgestellten Temperaturcoefficienten bezeichnen. Benutzt man diesen Werth für $n_1 - n$, um die von der Erwärmung herrührende Streifenverschiebung im Interferenzapparat zu berechnen, so findet man:

$$(5) \quad y_2 = \frac{l}{\lambda} (n_1 - n) = \frac{l}{\lambda} n_0 \nu \cdot \tau.$$

Für Schwefelkohlenstoff ist:

$$\begin{aligned} n_0 &= 1,640, & \nu &= -0,000\,557, \\ l &= 200 \text{ mm}, & \lambda &= 0,000\,589, \end{aligned}$$

und es würde dies:

$$y_2 = -1\varphi \text{ für } \tau = 0,0032^0$$

geben. Einer Verschiebung von drei Interferenzstreifen würde einer Temperaturerhöhung von etwa $\frac{1}{100}^0$ entsprechen. Eine solche durch electricische Flüssigkeitsreibung hervorgebrachte Temperaturerhöhung erscheint nicht unmöglich.

Aehnliche Wellenbewegungen, die über die Interferenzstreifen fortzulaufen scheinen, habe ich wahrgenommen, wenn statt des Schwefelkohlenstoffs in den Apparat mit ebenen oder cylinderförmigen Electroden andere isolirende Flüssigkeiten gebracht wurden, wie Schwefel in Schwefelkohlenstoff gelöst, Benzol, Terpentinöl, in geringerem Grade bei Steinöl.

Terpentinöl zwischen Nickelcylindern von 200 mm Länge, 3,2 mm und 6,7 mm Radius zeigte starke Wellenbewegungen und eine Verschiebung der Interferenzstreifen bis 5φ in wechselndem Sinne, wenn die Potentialdifferenz bis 70 C.G.S. gesteigert wurde; Steinöl eine Streifenverschiebung von 1φ in wechselndem Sinne bei denselben Electroden und einer electricischen Potentialdifferenz von 40 C.G.S.

Bei reinem frisch destillirten und möglichst wasserfreien Aether zwischen ebenen Nickelplatten von 200 mm Länge und 3,2 mm Abstand betrug die Streifenverschiebung $-0,2\varphi$ bis $-0,6\varphi$ im Sinne einer Verkleinerung des Brechungs-

exponenten durch electricische Kräfte bei einer Potentialdifferenz der Belegungen von 30 bis 56 C.G.S. Setzt man:

$$n_0 = 1,364, \quad \nu = -0,000433,$$

so ist nach Gl. (5):

$$y_2 = -1\varphi \text{ für } \tau = 0,005^\circ$$

und der beobachteten Streifenverschiebung von $-0,2\varphi$ bis $-0,6\varphi$ würde eine Temperaturerhöhung von 0,0001 bis 0,0003 °C. entsprechen.

Bei gut isolirendem Rüböl oder Rapsöl zwischen Nickelcylindern von 200 mm Länge, 3,2 mm und 6,7 mm Radius konnte die Potentialdifferenz der Belegungen bis 60 oder 80 C.G.S. gesteigert werden, ohne dass eine Funkenentladung durch die Flüssigkeit zwischen den Belegungen überging. Die Verschiebung betrug in vielen Fällen, gleich nach dem Eintreten der electricischen Kräfte, 1 bis 3 Streifen, im Sinne einer Zunahme des Brechungsexponenten, die dann in eine Verschiebung von 10 bis 20 Streifen im Sinne einer Abnahme des Brechungsexponenten durch electricische Kräfte überging. Wurde der Commutator umgelegt und das Vorzeichen der Electricität auf beiden Electroden geändert, so trat ebenfalls für kurze Zeit eine Verschiebung von 1 bis 3 Streifen im Sinne einer Zunahme des Brechungsexponenten ein. Bei manchen Sorten Rüböl fehlte diese anfängliche Verschiebung im Sinne einer Zunahme.

Einem Druck von 1 Atmosphäre würde bei einer Rübölssäule von 200 mm Länge nach meinen Messungen¹⁾ eine Verschiebung von von 9,25 Streifen entsprechen. Nimmt man einen electricischen Druck wie bei Schwefelkohlenstoff an, was etwa der Wirklichkeit entspricht, da die Dielectricitätsconstante des Rüböls auch nahezu 2,5 beträgt, so würde eine Streifenverschiebung durch electricischen Druck $y_1 = 0,057\varphi$ zu erwarten sein, wenn dieser wie hydrostatischer Druck wirkte. Diese berechnete Verschiebung ist also wieder viel kleiner als die anfänglich beobachtete Verschiebung von 1 bis 3 Streifen.

Einer Streifenverschiebung von $y_2 = -10\varphi$ im Sinne

1) Quincke, Sitz.-Ber. d. Berl. Acad. 1883. p. 412. Wied. Ann. 19. p. 431. 1883.

einer Verkleinerung des Brechungsexponenten würde bei Rüböl:

$$n_0 = 1,480, \quad v = -0,000\,241,$$

gesetzt, eine Temperaturerhöhung:

$$\tau = 0,083^\circ$$

entsprechen. Die Streifenverschiebung im Sinne einer Verkleinerung des Brechungsexponenten und die dieser entsprechende Temperaturerhöhung ist bei Rüböl grösser, als bei Schwefelkohlenstoff. Bei der grösseren Zähigkeit des Rüböls ist auch eine grössere Temperaturerhöhung durch electriche Reibung oder eine grössere Streifenverschiebung zu erwarten als bei Schwefelkohlenstoff unter sonst gleichen Umständen.

Unterbricht man das Electrisiren durch Entladung der Nickelelectroden, so gehen die Interferenzstreifen langsam zurück; es bleibt aber stets eine Verschiebung von mehreren Interferenzstreifen im Sinne einer Verkleinerung des Brechungsexponenten zurück.

Eine genaue Angabe über Grösse und Sinn der Streifenverschiebung bei den verschiedenen Flüssigkeiten zu machen, ist um so schwerer, als die Flüssigkeiten ihr Verhalten, speciell ihr electriche Leitungsvermögen, im Laufe der Versuche zu verändern scheinen. Ich werde auf diese merkwürdigen Erscheinungen noch an einer anderen Stelle zurückkommen.

Rüböl, Terpentinöl und Steinöl greifen ausserdem die vernickelten Messingelectroden an und lösen das Metall auf, auch ohne Electrisiren. Dabei nimmt die Isolationsfähigkeit der Flüssigkeit bedeutend ab; der grösste Potentialunterschied, den man den Electroden geben kann, wird kleiner, und damit auch die grösste, durch die electriche Kräfte hervorgebrachte Streifenverschiebung.

Der Sinn der Streifenverschiebung wechselt bei derselben Flüssigkeit, ähnlich wie die von mir früher (§ 31) beschriebene electriche Ausdehnung, und bestätigt die schon damals gemachte Bemerkung, dass verschiedene Wirkungen der electriche Kräfte gleichzeitig aufzutreten scheinen.

Dass in der That der hydrostatische Druck der Flüssigkeit zwischen den ebenen und cylindrischen Electroden wech-

selt, wenn diese auf constanter Potentialdifferenz erhalten werden, lässt sich leicht direct zeigen.

Man schiebt zu dem Ende einen hohlen Flintglasfaden von 0,5 bis 1 mm Durchmesser und der in Fig. 20 oder 21 abgebildeten Gestalt so in das Seitenrohr des Flüssigkeitscondensators ein, dass das kurze horizontale Ende in dem Raume zwischen den Electroden liegt. Durch Capillarwirkung füllt sich der Flüssigkeitsfaden mit der isolirenden Flüssigkeit und bildet am anderen Ende der Capillarröhre eine Flüssigkeitskuppe, die etwas höher liegt, als das Niveau der Flüssigkeit in der offenen Seitenröhre des Flüssigkeitscondensators.

Bei dem Electrisiren beobachtet man nun starke Schwankungen der Flüssigkeitskuppe, die durch ein Kathetometermikroskop (§ 53) gemessen werden können.

Für Schwefelkohlenstoff habe ich bei einer Potentialdifferenz von 70 C.G.S. der cylindrischen Nickelelectroden von 0,367 cm Abstand die Flüssigkeit bis 10 mm und mehr über den gewöhnlichen Stand gehoben gesehen.

Würde der durch Gl. (1) gegebene electriche Druck wirken wie ein hydrostatischer Druck von gleicher Grösse, so würde er an der betreffenden Stelle der Flüssigkeit eine Druckvermehrung bewirkt haben, die einem hydrostatischen Drucke einer Schwefelkohlenstoffsäule von $K \cdot 15 \text{ mm} = 37,5 \text{ mm}$ Höhe entsprechen würde, wenn man die Dielectricitätsconstante K des Schwefelkohlenstoffs wieder zu 2,5 annimmt.

Häufig beobachtet man auch ein Sinken der Flüssigkeitskuppe um mehrere Millimeter, wie denn die Schwankungen der Flüssigkeitskuppe bald schneller, bald langsamer aufeinander folgen.

Lässt man den von einer electrisirten Nähnadel ausgehenden Luftstrom auf ein kleines aus einem hohlen Flintglasfaden und etwas Schwefelkohlenstoff gebildetes Manometer wirken, indem man den electriche Luftstrom quer über die Manometeröffnung gehen lässt, so beobachtet man an der Flüssigkeitskuppe Druckschwankungen von 0,3 mm.

Aehnliche Druckschwankungen müssen auftreten im

Inneren einer tropfbaren Flüssigkeit in der Nähe einer electricisirten Spitze.

Bedenkt man ferner, dass bei den heftigen, durch Electriciren der Flüssigkeit hervorgerufenen Flüssigkeitsbewegungen auch Wirbel im Inneren der Flüssigkeit entstehen, welche den hydrostatischen Druck an den verschiedenen Stellen der Flüssigkeit in verschiedener Weise modificiren müssen, so kann es nicht überraschen, dass bald eine Zunahme, bald eine Abnahme des Brechungsexponenten wahrgenommen wird; dass ferner nach Aufhebung der electricischen Kräfte eine kleine bleibende Abnahme des Brechungsexponenten beobachtet wird, herrührend von einer Erwärmung, die durch die Reibung der electricisch umgerührten Flüssigkeit erzeugt wurde.

Möglicherweise hängen auch von diesen Wirbelbewegungen die Umstände ab, unter denen man bei dem Electriciren einer Flüssigkeit in einem Voltameter zwischen ebenen Metallplatten bald eine Volumenverminderung, bald eine Volumenvermehrung der Flüssigkeit (vgl. § 29, 31 u. Note § 39, p. 547) beobachtet.

Im allgemeinen zeigen diese Versuche an electricisirten Flüssigkeiten in dem Interferenzapparate:

1. Dass bei derselben Flüssigkeit bald eine Zunahme, bald eine Abnahme des Brechungsexponenten durch electricische Kräfte zu bemerken ist, die viele mal oder nur einmal miteinander abwechseln können.

2. Dass bei längerer Einwirkung der electricischen Kräfte eine Abnahme des Brechungsexponenten eintritt, die einer Temperaturerhöhung von $0,0001^{\circ}$ bis $0,1^{\circ}$ C. entspricht, mit der electricischen Potentialdifferenz der Electroden und der Zähigkeit der Flüssigkeit zunimmt und von einer Erwärmung durch Reibung herrühren kann, indem die Flüssigkeitstheilen von den electricischen Kräften bewegt und umgerührt werden.

3. Die Zunahme des Brechungsexponenten, welche bei einigen Flüssigkeiten nur bei dem Beginn der electricischen Einwirkung auftritt, bei anderen Flüssigkeiten während

der ganzen Dauer der electricischen Einwirkung in kurzen Perioden mit einer Abnahme des Brechungsexponenten abwechselte, ist viel grösser als der nach Gl. (1) berechnete electricische Druck erwarten lässt, wenn er ähnlich wie ein hydrostatischer Druck von gleicher Grösse wirkte.

4. Die eben erwähnte abwechselnd auftretende Abnahme und Zunahme des Brechungsexponenten scheint hervorgerufen durch den Wechsel des hydrostatischen Druckes im Inneren der Flüssigkeit, welche von den electricischen Kräften in wirbelnde Bewegung versetzt wird.

5. Die Electricität scheint nicht continuirlich, sondern stossweise durch die Flüssigkeit zwischen den Electroden überzugehen.

Heidelberg, März 1883.

II. *Versuche über die Glimmentladung; von Heinrich Hertz.*

(Hierzu Taf. IX Fig. 1–6.)

Zu Versuchen über die Glimmentladung in verdünnten Gasen haben bisher als Electricitätsquellen gedient die Influenzmaschine, das Inductorium und Batterien von grosser Elementenzahl. Der Influenzmaschine gaben den Vorzug die Hrn. G. Wiedemann und Rühlmann, E. Wiedemann und Spottiswoode bei vielen Untersuchungen, des Inductoriums bedienten sich hauptsächlich die Hrn. Plücker, Hittorf bei seinen früheren Versuchen, Goldstein und Crookes. Mit grossen Batterien wurden ausgeführt neben älteren Versuchen von Gassiot die neueren von Hittorf mit seiner Chromsäurekette, vor allem berühmt sind die Chlorsilberbatterie der Hrn. Warren de la Rue und Müller und die mit dieser ausgeführten Arbeiten. Es schien mir, als ob gewisse Versuche, welche für die Erkenntniss des Wesens der Glimmentladung von Wichtigkeit sind¹⁾, sich

1) Zu diesen Versuchen wurde ich ursprünglich angeregt durch Unterredungen, welche ich mit Hrn. E. Goldstein über die Natur der von

nicht anders als unter Benutzung einer Batterie würden entscheiden lassen; so wurde ich veranlasst, mir für diese Versuche eine Batterie von 1000 secundären Planté'schen Elementen zusammenzustellen. Es zeigte sich, dass die Batterie in der gewählten Anordnung nicht von Dauer war, indessen reichte sie aus, einen Theil der Versuche, welche ich im Auge hatte, auszuführen. Diese Versuche sollen in Folgendem beschrieben werden.

Beschreibung der Batterie.

Das Princip einer vielpaarigen secundären Kette, welches von Poggendorff in seiner Polarisationsbatterie benutzt worden war, und welches auf Planté'sche Elemente schon Planté selber angewandt hat, besteht darin, dass diese Elemente neben einander (auf Quantität) geschaltet, durch eine primäre Kette von verhältnissmässig kleiner electromotorischer Kraft geladen werden; dann aber, hintereinander (auf Spannung) geschaltet, fähig sind, sehr grosse electromotorische Kräfte hervorzubringen. Dabei ist es nicht nöthig, alle Elemente einzeln nebeneinander zu schalten, man kann auch Systeme von fünf oder zehn oder mehr Elementen dauernd hintereinander verbunden lassen und nur diese Systeme bei der Ladung nebeneinander stellen. Je grösser man die Zahl der dauernd hintereinander verbundenen Elemente wählt, um so einfacher ist der Mechanismus der Umschaltung; eine um so grössere electromotorische Kraft ist freilich auch zur Ladung erforderlich. Ich richtete es so ein, dass ich je fünf Elemente dauernd in Verbindung liess. Die benutzten Batteriegläschen hatten die Gestalt von Reagenzgläsern, sie hatten 125 mm Höhe, 14—15 mm Durchmesser und waren bis zu $\frac{2}{3}$ ihrer Höhe mit einer Mischung aus einem Volumen Schwefelsäure und neun Volumen Wasser gefüllt. Die als Electroden dienenden Bleistreifen sind von entsprechender Länge, von 10 mm Breite und 1 mm Dicke,

ihm so vielfach untersuchten Glimmentladung hatte. Während der Ausführung der Versuche liess Hr. Dr. Goldstein stets in bereitwilligster Weise seine Kenntniss der Litteratur und der Thatsachen mir zu gute kommen, sodass ich ihm vielfach zu Dank verpflichtet bin.

sie waren an ihren Köpfen mit Asphaltlack gefirnisst. Die benachbarten Electroden der inneren von den fünf Elementen waren ohne weiteres Zwischenglied aus demselben Bleistreifen gebogen, von den äusseren Electroden führten angelöthete Kupferdrähte zu zwei gläsernen Quecksilbernäpfen, welche die Pole des Systems bildeten. Je 50 Elemente waren auf ein gemeinsames Brettchen aufgekittet, je 250 standen in einem Kasten von 840 mm Länge, 120 mm Breite und 170 mm Höhe. Die 100 Glasnäpfchen, welche die zugehörigen Pole bildeten, liefen in einer Reihe an der Vorderseite des Kastens hin. Die Commutation wurde bewirkt durch zwei Commutatoren, welche miteinander vertauscht werden konnten, und von denen der eine für die Ladung, der andere für die Entladung diente. Dieselben waren gebildet aus Drahthäkchen, welche an einer Holzleiste befestigt waren, ihre Construction ist sehr einfach und bedarf wohl keiner besonderen Auseinandersetzung.

Die Batterie leistete, solange sie in gutem Zustande war, das Folgende. Zu ihrer Ladung waren zehn Bunsen'sche oder Grove'sche Elemente erforderlich. Hatten diese während einer Stunde ihren Strom in die Batterie gesandt, so war die letztere für die Arbeit eines Tages hinreichend vorbereitet. Die Spannungsdifferenz ihrer Pole kam dann der von 1800 Daniell'schen Elementen nahezu gleich, ihr innerer Widerstand war etwa gleich 600 S.-E., wie theils aus dem Verhalten einzelner Elemente, theils auch aus Versuchen, die mit dem Strom der ganzen Batterie in sehr grossen Widerständen angestellt wurden, ermittelt werden konnte. Diese Spannung erhielt sich, wenn die Batterie nicht oder nur äusserst wenig benutzt wurde, etwa 12—14 Stunden, dann aber war theils und hauptsächlich durch chemische Wirkung, theils durch Nebenschliessung die Ladung zerstört, und die Spannung sank schnell auf kleinere Werthe. Wurde die Batterie nur von Zeit zu Zeit durch grössere Widerstände geschlossen, wie es die Versuche meist mit sich brachten, so war sie auf etwa sechs Stunden benutzbar, andauernd vermochte sie den zur Erleuchtung eines Geissler'schen Rohres erforderlichen Strom auf zwei bis drei

Stunden zu liefern, wurde sie jedoch mit einem kleinen Widerstande oder gar in sich selbst geschlossen, so war sie in wenig Minuten, ja selbst in Bruchtheilen einer Minute erschöpft. Sie zeigte dann die bekannte Rückstandsbildung. In freier Luft gab die Batterie einen Schliessungsfunken von nahe an $\frac{1}{2}$ mm Länge; Geissler'sche Rohre der gewöhnlichen Form ohne Capillare erleuchtete sie innerhalb eines Druckintervalles von etwa $1\frac{1}{3}$ mm, wo das blaue Glimmlicht die Kathode noch als dünne Haut bekleidet, bis hinunter zu Drucken von wenigen Hundersteln Millimetern, wo die Strahlen desselben eine Länge von 120–150 mm erreichen. Im allgemeinen durften die Poldrähte der Batterie nicht ohne Einschaltung eines Widerstandes von vielen Tausend S.-E. mit den Electroden eines Geissler'schen Rohres verbunden werden, sonst ging die Glimmentladung sofort in Bogenentladung über, wobei gemeiniglich das Rohr sprang und die Batterie sich in wenig Augenblicken erschöpfte.

Diese Batterie ging in folgender Weise zu Grunde. Die Schwefelsäure saugte sich in den capillaren Raum zwischen den Bleiplatten und der Lackschicht ein und pflanzte sich in diesem Raume immer weiter fort. Wurde die scheinbar unversehrte Lackschicht an irgend einer Stelle abgeblättert, so war unter derselben durch den Geschmack die Säure leicht nachzuweisen. Letztere erreichte so die Kupferdrähte der Endplatten und erzeugte an denselben Auswucherungen von Kupfervitriol, welche sich an den Drähten ausbreiteten. Nachdem die Batterie drei bis vier Wochen in Gebrauch war, erreichten diese Auswucherungen an den Drähten der vorderen Endplatten das Quecksilber der Commutatornäpfe, sogleich amalgamirte dann das Quecksilber den Draht seiner ganzen Länge nach, und da das innere Ende der Drähte tiefer lag als das Niveau des Quecksilbers in den Näpfen, so floss das Quecksilber an dem amalgamirten Draht wie durch ein Heberrohr ab, und der Napf entleerte sich nach jeder neuen Füllung wieder in wenigen Stunden. Diesem Ausfliessen konnte nun zwar vorgebeugt werden, indem die betroffenen Drähte wieder ausgeglüht und dann auf eine Strecke mit Siegellack umschmolzen wurden, aber die Zerstörung der

Kupferdrähte schritt fort, und nach vier bis fünf Monaten brach eine grosse Zahl derselben an der Löthstelle ab. Es ist zu bemerken, dass einzelne Drähte völlig unversehrt blieben, es schienen dies diejenigen zu sein, welche durch Zufall auf eine gewisse Strecke von der Löthstelle aus verzinkt worden waren.

Die allgemeine Erscheinung der Batterieentladung in verdünnten Gasen ist heutzutage bekannt genug, ich halte mich deshalb bei derselben nicht auf, sondern gehe zur Darstellung der besonderen Versuche über.

I. Ist die Batterieentladung in verdünnten Gasen
continuirlich oder discontinuirlich?

Als Gassiot zuerst mit Hülfe einer grossen Batterie die Glimmentladung herstellte und das scheinbar vollkommen continuirliche Bild derselben im rotirenden Spiegel betrachtete, fand er, dass sich dieselbe in eine Reihe sehr schnell aufeinander folgender Partialentladungen zerlegen liess. Auf dieser Erfahrung beruhte die Ansicht der Physiker, dass die Glimmentladung ihrer Natur nach disruptiv sei, also, dass jede scheinbar continuirliche Entladung nothwendiger Weise aus einer Folge einzelner disruptiver Partialentladungen bestehen müsse. Diese Ansicht hatte wohl die Zustimmung der meisten Physiker, bis im Jahre 1879 Hittorf zeigte, dass die Erfahrung Gassiot's zu allgemeinen Schlüssen nicht berechtige; dass sich mit einer Batterie von hinreichend kleinem Widerstand eine Glimmentladung herstellen lasse, welche wenigstens der Drehspiegel nicht in Partialentladungen zu zerlegen vermöge; und dass verschiedene Anzeichen dafür sprechen, dass auch ein beliebig schnell rotirender Spiegel eine solche Auflösung nicht zu Stande bringen würde. Indessen musste nach einer Rechnung, welche Hr. E. Wiedemann¹⁾ anstellte, der Drehspiegel seinen Dienst versagen, wenn auch nur hunderttausend Entladungen in der Secunde sich folgen; daher vermochte Hr. Hittorf diejenigen Physiker nicht zu überreden, welche aus anderen Gründen zur Annahme der Discontinuität sich gedrängt fühlten, jedoch zuzugeben bereit waren, dass viele Hunderttausende,

1) E. Wiedemann, Wied. Ann. 10. p. 244. 1880.

ja Millionen von Einzelentladungen in der Secunde den Strom bilden könnten. Zu diesen gehören die Hrn. E. Wiedemann¹⁾, Goldstein²⁾, Warren de la Rue³⁾. Der letztere hat auch Versuche beschrieben, in welchen er die Discontinuität einer scheinbar continuirlichen Entladung durch andere Mittel als durch den Drehspiegel nachwies, aber dieser Nachweis liess sich nur führen unter besonderen Umständen, und diese Umstände scheinen solche zu sein, unter welchen auch der Drehspiegel die Discontinuität würde gezeigt haben.

Die in Rede stehende Frage kann hiernach noch als eine offene betrachtet werden; dieselbe darf allerdings nicht so formulirt werden: ob eine scheinbar continuirliche Entladung unter Umständen als eine discontinuirliche sich erweisen könne? — dass diese Frage zu bejahen sei, unterliegt keinem Zweifel — sondern sie ist so zu präcisiren: ob sich eine Entladung nachweisen lasse, welche unzweifelhaft als Glimmentladung sich darstelle, und welche dennoch bei Anwendung der feinsten auffindbaren Prüfungsmethoden keine Spuren von Discontinuität erkennen lasse.

Die Entladung, welche mit Hülfe der folgenden Methoden geprüft wurde, fand statt in einem Rohre von 340 mm Länge und 20 mm lichter Weite, zwischen einer als Kathode dienenden Stahlplatte von 18 mm Durchmesser und einem Stahldraht; sie fand statt in Luft bei solchem Drucke, dass das blaue Glimmlicht bis zu einer Entfernung von 50—60 mm von der Kathode reichte, und dass sich in dem Rohr noch sechs bis neun positive rothe Schichten bildeten. Die benutzte Stromstärke, welche durch einen eingeschalteten grossen Flüssigkeitswiderstand regulirt wurde, lag zwischen $\frac{1}{100}$ und $\frac{1}{400}$ Dan./S.-E. Nur bei der letzten anzuführenden Methode musste eine grössere Stromstärke benutzt werden, dieselbe betrug $\frac{1}{15}$ — $\frac{1}{30}$ Dan./S.-E.; es wurde deshalb ein etwas weiteres und kürzeres Rohr gewählt, sodass nur eine positive Schicht

1) E. Wiedemann, Wied. Ann. 10. p. 245. 1880.

2) E. Goldstein, Wied. Ann. 12. p. 101. 1881.

3) Warren de la Rue u. H. Müller, Ann. de chim. et de phys. (5) 24. p. 461. 1881, und Phil. Trans. 169. p. 225. 1878.

und diese nur andeutungsweise sichtbar wurde. Aber es konnte über die Natur der Entladung als Glimmentladung gleichwohl kein Zweifel sein. Es versteht sich von selbst, dass diese untersuchten Entladungen die gewöhnlichen Symptome der Intermittenz nicht zeigten, weder waren sie irgend empfindlich gegen die Annäherung eines Leiters, noch tönte ein in den Stromkreis eingeschaltetes Telephon, noch gaben die Röhren selbst einen Ton aus, noch liess sich endlich durch den Drehspiegel das Bild der Entladung in Einzelbilder zerlegen.

1. Es wurden zuerst die von Warren de la Rue¹⁾ angegebenen Versuche wiederholt, indem der Strom der Batterie ausser durch das Gasrohr auch, durch die primäre oder secundäre Spirale verschiedener kleiner Inductorien geleitet wurde, während die freie Spirale derselben durch ein Dynamometer oder Galvanometer geschlossen war. In keinem Falle erhielt ich eine Ablenkung dieser Instrumente, welche auf einen durch Intermittenz des Batteriestromes erregten hin- und hereilenden Inductionsstrom schliessen liess. Indess will dies Resultat nicht viel sagen. Was zunächst die dynamometrische Wirkung der inducirten Ströme anlangt, so wächst dieselbe zwar zunächst mit der Zahl der Unterbrechungen des inducirenden Stromes, aber wird diese Zahl sehr gross, so wird darum doch die dynamometrische Wirkung nicht unendlich, sondern nähert sich, da die einzelnen Inductionsstösse durch die eigene Selbstinduction gehindert werden, einer festen Grenze; selbst dieser Maximaleffect aber konnte mit dem von mir benutzten Dynamometer kaum noch wahrgenommen werden. Was die Wirkung im Galvanometer anlangt, so ist eine solche nach der bekannten Theorie der Induction überhaupt nicht zu erwarten, auch dann nicht, wenn der Strom bei jeder Einzelentladung schneller abfällt als ansteigt, und nur das entgegengesetzte Resultat der Hrn. Warren de la Rue und Müller veranlasste mich, diese Versuche anzustellen. Aber leider gelang es nicht, das von jenen Forschern beobachtete Phänomen zu reproduciren; so-

1) Warren de la Rue und H. Müller, l. c.

bald das Galvanometer der directen magnetischen Wirkung der durchflossenen Spirale entzogen war, konnte nach Schluss des Batteriestromes kein bleibender Ausschlag wahrgenommen werden, obwohl der Inductionsstoss beim Oeffnen und Schliessen des Stromes die Nadel über die sichtbare Scala hinaustrieb.¹⁾

2. In den Strom wurden ausser dem Rohre und einem grösseren Flüssigkeitswiderstand gleichzeitig ein Galvanometer und ein Dynamometer eingeschaltet und an beiden Instrumenten die verursachte Ablenkung abgelesen. Es wurde sodann die Batterie, das Gasrohr und der Flüssigkeitswiderstand von den beiden Messinstrumenten gelöst und statt ersterer ein Daniell und soviel metallischer Widerstand mit den letzteren verbunden, dass die Galvanometerablenkung wieder die frühere wurde. Es zeigte sich, dass dann auch die Dynamometerablesung mit aller Schärfe wieder die frühere geworden war. Wäre aber der Strom, den die grosse Batterie durch das Gasrohr erzeugte, ein intermittirender gewesen, so hätte er bei gleicher magnetischer Wirkung eine bedeutend grössere dynamometrische Wirkung haben müssen. Wäre beispielsweise die Dauer einer Partialentladung gleich $\frac{1}{4}$ der Zeit vom Beginne einer solchen Entladung bis zum Beginne der nächsten, so müsste während dieser Dauer der Strom viermal stärker sein als der eine gleiche magnetische Wirkung ausübende continuirliche Strom, daher wäre seine dynamometrische Wirkung während jener Dauer sechzehnmal, im Mittel über die ganze Zeit aber viermal grösser als die des continuirlichen Stromes. Dieser Versuch deutet daher auf Continuität der Entladung.

3. Es wurde der Strom dem Rohre zugeleitet durch eine Wheatstone'sche Brückenvorrichtung; einen Zweig derselben bildete die secundäre Spirale eines kleinen Inductoriums von 1700 S.-E. Widerstand und einem Selbstinductionscoefficienten von zehn Erdquadranten, die anderen drei Zweige waren gebildet durch gleichwerthige Metallwiderstände von verschwin-

1) Sicherlich lässt sich eine erfolgte Ablenkung der Nadel nicht als normale, irgend zu erwartende galvanometrische Wirkung auffassen. Eher vielleicht als sogenannte doppelsinnige Ablenkung, sodass das Galvanometer nur als ein sehr empfindliches Dynamometer wirkt.

dendem Selbstpotential. In die eigentliche Brücke war ein Dynamometer eingeschaltet und die Vorrichtung so abgeglichen, dass ein continuirlicher, dieselbe durchfliessender Strom keine Ablenkung des Dynamometers hervorbrachte. Dann rief auch der das Geissler'sche Rohr durchsetzende Batteriestrom keine Ablenkung hervor, obwohl er stark genug war, eine sehr merkliche Wirkung hervorzubringen, sobald das Gleichgewicht durch Einschaltung von 100 S.-E. in einen Zweig gestört wurde. Dieser Versuch spricht gegen die Discontinuität. Denn einen intermittirenden Strom können wir uns als zusammengesetzt denken aus einem continuirlich fliessenden Theil und einem solchen, welcher seine Richtung beständig wechselt. Nur für den ersteren war die Brücke abgeglichen, dem letzteren hingegen musste die Spirale bei ihrer starken Selbstinduction einen ausserordentlich viel grösseren scheinbaren Widerstand entgegensetzen, als die anderen Zweige. Es hätte also, wenn ein alternirender Theil vorhanden gewesen wäre, ein oscillirender Strom das Dynamometer durchfliessen müssen, und dieser hätte stark genug sein müssen, eine merkliche Ablenkung hervorzurufen.

Die bisherigen Versuche beweisen, dass in dem grössten Theile des metallischen Schliessungsbogen der Strom auch bei Einschaltung einer Luftstrecke continuirlich floss. Auf den Strom im Rohre selbst lassen dieselben einen Schluss nur insoweit zu, als man den Strom als gleichförmig in allen seinen Theilen annehmen darf. Beträgt nun aber die Zahl der Partialentladungen 100 000 oder mehr in der Secunde, so ist diese Annahme nicht allein unsicher, sondern es ist dann sogar unzweifelhaft, dass die Stromschwankungen nur auf kurze Strecken in die nothwendig mit grossem Selbstpotential behafteten Spiralen eindringen können, im Inneren derselben aber ausgelöscht werden müssen. Es könnte also von der beabsichtigten Wirkung nur ein vielleicht sehr kleiner Bruchtheil zu Stande kommen. In den folgenden Versuchen sind deshalb Spiralen vermieden.

4. Der Strom wurde durch eine Brückenvorrichtung (Fig. 1) geleitet, deren vier Zweige aus gleichen Flüssigkeitswiderständen von je 700 000 S.-E. bestanden. Es waren dies

dünne Glasröhren von 30 cm Länge, welche mit sehr verdünnter Zinkvitriollösung gefüllt waren. Die mittlere Potentialdifferenz an den Gelenken a und b — genauer das mittlere Quadrat dieser Differenz — konnte mit Hülfe eines Goldblattelektroskops wahrgenommen werden, es befanden sich nämlich die mit dem einen Gelenk verbundenen Goldblättchen in einem Metallkasten, welcher zu dem anderen Gelenk abgeleitet war. Die Goldblättchen wurden hier und in dem folgenden Versuch unter dem Mikroskop beobachtet, die eben noch wahrzunehmende Potentialdifferenz war etwa $\frac{1}{10}$ derjenigen, welche während des Stromdurchganges zwischen a und c herrschte. Die beiden Gelenke a und c konnten durch kurze metallische Leitungen mit den beiden Belegen eines Condensators von sehr grosser Capacität verbunden werden. Die Widerstände waren so abgeglichen, dass die Goldblättchen keine Divergenz zeigten, wenn der Strom ohne Einschaltung des Condensators die Brücke durchfloss. Es fand sich, dass dann auch nach Einschaltung des Condensators nicht die mindeste Divergenz wahrzunehmen war. Auch dies Resultat spricht gegen Discontinuität. Denn durchfliesst ein sehr schnell intermittirender Strom die Vorrichtung, und denken wir uns denselben wie vorhin zusammengesetzt aus einem continuirlichen und einem alternirenden Theil, so ist nur für ersteren die Brücke abgeglichen, für den letzteren hat dagegen der Zweig ac scheinbar einen verschwindenden Widerstand, da der Condensator ohne merkliche Steigerung des Potentialunterschiedes seiner Belegungen die durch den alternirenden Strom geförderte Electricitätsmenge aufzunehmen und abzugeben im Stande ist. Für den alternirenden Theil müsste daher die Potentialdifferenz zwischen a und c sehr klein, also diejenige zwischen a und b hinreichend gross werden, um wahrgenommen werden zu können. Es war nicht überflüssig, die Richtigkeit dieser Folgerung durch den Versuch zu prüfen. Es wurde deshalb in den äusseren Stromkreis ein Zahnrad mit sehr vielen Zähnen eingefügt, durch welches künstlich der Strom bis zu 2000 Malen in der Secunde unterbrochen werden konnte. Wurde diese Unterbrechung vorgenommen, so blieben trotz-

dem die Goldblättchen in Ruhe, sobald der Condensator ausgeschaltet war, sie divergirten aber nach Einschaltung desselben augenblicklich, diese Divergenz wuchs mit der Zahl der Unterbrechungen und war bei der oben angegebenen Zahl eine sehr beträchtliche. Eine einzelne Schliessung und Oeffnung des Stromes gab sich nach Einschaltung des Condensators durch ein kurzes Zucken der Goldblättchen zu erkennen. Ich schätze, dass schon viele Hunderttausende von Partialentladungen in der Secunde stattfinden müssten, um das angewandte Prüfungsmittel unwirksam zu machen. Es konnte allerdings unwirksam werden, wenn sich die Intermissionen so schnell folgten, dass die electricischen Wellen in der Zwischenzeit sich nur auf kleine Bruchtheile der Längen der benutzten Flüssigkeitswiderstände fortpflanzen konnten.

5. Mit der negativen Electrode wurden durch einen kurzen Kupferdraht die Blättchen eines Goldblattelektroskops verbunden; diese Blättchen hingen in einem Metallkasten, welcher entweder durch einen Metalldraht mit der positiven Electrode oder mittelst eines sehr grossen Widerstandes von einigen Millionen S.-E. gleichfalls mit der negativen Electrode verbunden werden konnte. Wurde durch das Rohr der Strom geleitet und der Metallkasten mit der positiven Electrode verbunden, so divergirten die Goldblättchen heftig, sie zeigten keine Spur von Divergenz, sobald der Metallkasten durch den erwähnten Widerstand mit der negativen Electrode verbunden war. Dieser Erfolg spricht gegen die Discontinuität der Entladung. Schwankte nämlich das Potential an der Kathode sehr schnell zwischen dem zur Entladung nothwendigen und einem viel kleineren Potential hin und her, so würde wohl das Potential der Goldblättchen diesen Schwankungen zu folgen vermögen, nicht aber dasjenige des Metallkastens, die auf dem letzteren vorhandene Electricitätsmenge würde beständig die dem mittleren Potentialwerthe entsprechende bleiben, der Ausschlag der Goldblättchen wäre also proportional dem Quadrat der Abweichung des Potentials von seinem Mittelwerthe. Dass eine intermittirende Entladung in der That Divergenz zur Folge hatte, konnte nachgewiesen werden, indem man den in den Batterie-

strom eingeschalteten Widerstand mehr und mehr wachsen liess; bei einem gewissen sehr hohen Werthe desselben fing dann die Entladung an, die von Hrn. Hittorf angegebenen Kennzeichen der Discontinuität zu zeigen, zugleich fingen dann die Goldblättchen an, nicht unbeträchtlich zu divergiren. Der gleiche Erfolg konnte durch künstliche Unterbrechung des Batteriestromes hervorgerufen werden. Auch das hier benutzte Prüfungsmittel muss versagen, sobald die Zahl der Unterbrechungen in der Secunde eine gewisse Höhe erreicht, aber die hierzu erforderliche Zahl lässt sich mit einiger Annäherung berechnen. Die Partialentladungen, wenn solche vorhanden waren, konnten nur bestehen in den Entladungen der auf der Kathode und den damit metallisch verbundenen Goldblättchen angesammelten Electricität, die Capacität dieses Systems war sicherlich nicht grösser als die einer Kugel von 20 mm Radius. Die Schwankung des Potentials bei jeder Entladung konnte nicht den Werth von 90 Daniells überschreiten, denn es zeigte sich, dass eine solche Abweichung des Potentials der Goldblättchen von dem des umgebenden Kastens sich schon durch eine wahrnehmbare Divergenz zu erkennen gab. Nun würden 1000 Entladungen in der Secunde einer Kugel von 20 mm Radius, die jedesmal auf 90 Daniells geladen würde, erst einen Strom bilden, wie ihn 1 Daniell in ca. 5 Millionen S.-E. erzeugt. Aber der bei den Versuchen benutzte Strom stieg bis zu Stärken von 1 Dan. in 100 S.-E. Wenn derselbe also überhaupt aus Partialentladungen sich zusammensetzte, so mussten deren mindestens 50 Millionen auf die Secunde entfallen.

6. Die Anode des zu untersuchenden Gasrohres war durch einen dicken Metalldraht mit der einen Platte eines Kohlrausch'schen Condensators verbunden, die Kathode war mit der anderen Platte verbunden durch einen sehr dünnen Silberdraht von 80 mm Länge und ca. 0,8 S.-E. Widerstand. An diesem letzteren war eine Vorrichtung angebracht, welche erlaubte, mittelst Spiegels und Scala eine äusserst kleine Verlängerung, also auch eine sehr kleine Temperaturerhöhung des Drahtes infolge eines hindurch gesandten Stromes wahrzunehmen. Es

war schon eine Temperaturerhöhung von $\frac{1}{30}^{\circ}$ C. erkennbar, der Strom welcher diese Temperaturerhöhung hervorrief, war gleich $\frac{1}{100}$ Daniell/S.-E. Der Draht bildete so eine Art Dynamometer ohne Spiralen und soll in Folgendem als solches bezeichnet werden.¹⁾ Es konnte nun der Kathode der Strom der Batterie, welcher bei diesen Versuchen bis zu Stärken von $\frac{1}{20}$ Daniell/S.-E. benutzt wurde, auf zweierlei Weise zugeleitet werden. Entweder derselbe mündete zwischen Condensator und Dynamometer, er musste alsdann das letztere durchfliessen und brachte in demselben einen Ausschlag von vier bis fünf Scalentheilen hervor. Oder aber er mündete zwischen dem Dynamometer und dem Gasrohr, dann war nicht der mindeste Ausschlag des Dynamometers, sicherlich aber nicht ein Ausschlag von $\frac{1}{4}$ Scalentheil wahrzunehmen. Hätte nun aber der Strom aus einzelnen Partialentladungen sich zusammengesetzt, so hätte eine beständige Ladung und Entladung des Condensators stattgefunden, also ein alternirender Strom das Dynamometer durchflossen. Die durch denselben verursachte Ablenkung hätte mindestens die Hälfte der durch den ganzen Strom hervorgerufenen betragen. Auch hier verursachte ich Intermittenz durch künstliche Unterbrechung im äusseren Schliessungskreise, der Erfolg war, dass nun bei beiden Arten der Schaltung Ablenkungen des Dynamometers eintraten, ja dieselben waren in beiden Fällen sogar grösser (sechs bis acht Scalentheile), als wenn der Strom ungestört floss. Dieser paradoxe Umstand erklärt sich dadurch, dass bei künstlicher Unterbrechung dynamometrisch stärker wirksame Condensatorentladungen eintraten, ohne dieselben aber nicht. Das hier angewandte Kriterium verliert nur dann seine Brauchbarkeit, wenn die einzelnen Partialentladungen sich so schnell folgen, dass die denselben entsprechenden electrischen Wellen den Silberdraht des Dynamometers in der Zwischenzeit nicht mehr zu durchsetzen vermögen. Wieviel derselben hierzu erforderlich seien, kann auf verschiedene Weise geschätzt werden, schon die niedrigste Schätzung ergibt viele Tausend Millionen. Die einfachste

1) Die Vorrichtung ist näher beschrieben in der Zeitschrift für Instrumentenkunde, Jan. 1883. p. 17.

Art ist vielleicht diese: Wenn die electrische Welle sich nicht durch den Dynamometerdraht fortpflanzt, so besteht jede Partialentladung nur in der Entladung der auf der Kathode angesammelten Electricität. Die Capacität der Kathode war kleiner als die einer Kugel von 20 mm Radius. Das Potential der Kathode konnte während der Einzelentladung nicht um Werthe schwanken, die viel mehr als $\frac{1}{100}$ Daniell aus einander lagen, denn wenn die mittlere Potentialdifferenz der Enden des Dynamometers diesen Werth erreichte, so trat eine wahrnehmbare Ablenkung ein. Um gleichwohl durch hinreichend schnell wiederholte Entladung der Kathode einen Strom von $\frac{1}{20}$ Dan./S.-E. zu erzeugen, mussten sich zwei Billionen Entladungen in der Secunde folgen. Diese Rechnung ist Einwänden zugänglich, aber ohne die grosse Zahl ängstlich vertheidigen zu wollen, gebe ich zu bedenken, ob es wohl wahrscheinlich ist, dass der electrische Strom als vollständig ausgebildete Partialentladung mit allen Schichten ein 200 mm langes Gasrohr zu durchdringen vermag; in einer Zeit, in welcher er unfähig ist, 80 mm eines metallischen Leiters gleichförmig zu durchsetzen.

7. Ich habe keine Prüfungsmethode gefunden, welche zu weitergehenden Schlüssen hätte berechtigen können. Aber es sind noch einige Erfahrungen anzuführen, welche, wenn auch an sich nicht beweisend, doch in demselben Sinne sprechen, wie die bisher mitgetheilten.

a. Schliesst man den Stromkreis, in welchen das Gasrohr und ein hinreichender Flüssigkeitswiderstand eingeschaltet ist, durch den Körper, so erhält man beim Schliessen einen Schlag, einen viel schwächeren Schlag beim Oeffnen, durch häufiges Oeffnen und Schliessen kann die Empfindung bis zur Unerträglichkeit gesteigert werden. Aber während das Rohr gleichförmig leuchtet, empfindet man nichts ausser einem Brennen in den Eintrittsstellen des Stromes.

b. Niemals treten bei der Batterieentladung recurrente Ströme als Nebenerscheinung auf, auch nicht unter Bedingungen, welche für das Zustandekommen derselben sehr günstig sind, und unter welchen die Ruhmkorffentladung sehr lebhafte Ströme dieser Art veranlasst.

c. Die folgenden Erfahrungen sind schon von Hrn. Hittorf angezogen: Bei einem hinreichend grossen Widerstand der Leitung ist die Entladung sicher discontinuirlich. Das Rohr lässt dann häufig einen Ton hören, dessen Höhe das Tempo angibt, in welchem sich die Entladungen folgen. Wird der Widerstand verkleinert, so wird der Ton höher und die Erscheinung ein wenig lichtstärker. Aber ein allmählicher Uebergang an die ruhige unempfindliche Entladung findet nicht statt, sondern bei einem bestimmten Widerstand verlischt der Ton sprunghaft, die Erscheinung verdreifacht ihren Glanz, und es lassen sich derselben nun keinerlei Anzeichen von Discontinuität mehr abgewinnen. Auffallender ist der Sprung, wenn die Electroden des Rohres mit den Belegen eines grossen Condensators verbunden sind; er findet dann häufig schon statt von einem Zustand aus, in welchem die einzelnen Entladungen sich noch durch das Auge unterscheiden lassen. Ist der Sprung einmal eingetreten, so übt dann die Einschaltung oder Ausschaltung des Condensators nicht mehr den mindesten Einfluss auf das Aussehen der Entladung aus.

Ich schliesse aus der Gesammtheit der mitgetheilten Versuche, dass die geprüften Entladungen continuirliche waren, ich folgere daraus, dass im allgemeinen die Batterieentladung als continuirlich zu betrachten sei, sobald sie nicht durch die bekannten Merkmale Discontinuität vertrathe, und weiter, dass auch die Entladungen des Inductoriums, deren Dauer je nach der Grösse des Apparates zwischen $\frac{1}{1000}$ und $\frac{1}{60}$ Secunde liegen kann, während dieses Intervalles als continuirlicher Strom anzusehen sei.

Um den gemachten Schlüssen volle Kraft zu geben, ist es nöthig, zu zeigen, dass den Betrachtungen, welche zu dem entgegengesetzten Resultate führen, volle Beweiskraft nicht beigelegt werden kann. Diese Betrachtungen scheinen vorzugsweise zu beruhen 1) auf der Erfahrung, dass ein schwacher Strom (wie ihn beispielsweise die Influenzmaschine liefert) allemal discontinuirlich ist, und auch dann nicht continuirlich wird, wenn sich mehrere tausend Partialentladungen in der Secunde folgen; 2) auf der Erfahrung, dass die Wärme-

entwicklung in einem Gasrohre der Intensität des Stromes, nicht dem Quadrat derselben proportional ist; 3) auf der damit zusammenhängenden Erfahrung, dass die Potentialdifferenz an den Enden des Rohres nicht steigt mit steigender Stromstärke, sondern auf dem Werthe verharret, bei welchem überhaupt der schwächste Strom das Rohr zu durchsetzen vermag. Dass diese Erfahrungen einen Schluss auf nothwendige Discontinuität nicht zulassen, zeige ich, indem ich eine einfache mechanische Vorrichtung angebe, welche in mancher Beziehung, jedenfalls aber in den angeführten, als Electricitätsleiter ein Gasrohr zu ersetzen vermag, und in welcher dennoch unter Umständen der Strom continuirlich fliesst. Es stelle A (Fig. 2) die Anode vor, es sei mit derselben elastisch und gut leitend das Gewicht α verbunden, welches der Kathode B nahe gegenüber liegt. Besteht nun zwischen A und B eine Potentialdifferenz, so wird α von B angezogen, es werde aber α an directer Berührung mit B gehindert durch den mit α verbundenen Ueberzug β von relativ grossem Widerstande w . Neben der beschriebenen Vorrichtung mögen sich zwischen A und B noch unzählig viele Aehnliche befinden, welche sich von der ersteren nur dadurch unterscheiden, dass der β entsprechende Widerstand für jede einzelne sehr gross sei. Die Potentialdifferenz zwischen A und B , welche nöthig ist, um die Gewichte α sowohl der ersten, als aller übrigen Vorrichtungen mit B in Berührung zu bringen, sei bis auf ein sehr kleines dieselbe und gleich p . Die ganze Vorrichtung kann dann ein Gasrohr ersetzen in folgender Hinsicht. Sie lässt überhaupt keinen Strom hindurch, solange nicht die Potentialdifferenz von A und B den Werth p erreicht. Sie wird einen intermittirenden Strom durchlassen, sobald A und B mit einer Electricitätsquelle verbunden werden, welche zwar eine Potentialdifferenz p , nicht aber gleichzeitig einen Strom von der Stärke p/w hervorzubringen vermag. Ist aber die Quelle im Stande, den genannten Strom zu liefern, so bleiben α und B dauernd in Berührung, und der Strom fliesst continuirlich. Welches nun auch die Stärke des Stromes sei, es wird doch die Potentialdifferenz nicht p übersteigen können, da sich immer mehr

Leitungen schliessen würden. Die gesammte Wärmeentwicklung wird daher auch der Intensität selbst, nicht dem Quadrat derselben proportional sein. Hiermit haben wir gezeigt, was unsere Absicht war.

Noch ein anderer Umstand scheint die Meinung der Autoren beeinflusst zu haben. Da nämlich die Lage und Entwicklung einer jeden Schicht des Glimmlichtes abhängt von der in der Richtung zur Kathode vorangegangenen Schicht, so bildet sich die berechnete Anschauung, dass auch zeitlich von der Kathode ab sich eine Schicht nach der anderen entwickeln müsse. Eine solche zeitliche Entwicklung aber ist nicht denkbar, falls die Entladung in allen Theilen eine continuirlich andauernde ist. Vielleicht kann man dem in Frage stehenden Umstande gerecht werden, wenn man zugibt, dass die Entladung als Ganzes continuirlich ist, aber annimmt, dass der Verlauf derselben in den einzelnen Stromfäden allerdings eine Function der Zeit sei. Leitet beispielsweise die Berührung eines jeden Gasmolecüls mit der Kathode eine electriche Bewegung ein, welche sich wellenartig in das Medium ausbreitete, so wäre eine successive Entstehung der Schichten wohl verständlich, ohne dass sich deshalb die Entladung in Partialentladungen zerfallen liesse. Dieselbe wäre immer noch continuirlich im Sinne der vorliegenden Arbeit.

II. Bezeichnen die Kathodenstrahlen die Bahn des Stromes?

Von der Kathode gehen bekanntlich geradlinig, angenähert senkrecht zur Kathode, unbekümmert um die Lage der Anode die Kathodenstrahlen aus, welche sich je nach der Dichte des Gases um einige Millimeter, Centimeter und selbst um Längen von der Ordnung eines Meters in das Medium fortpflanzen. In Luft sind dieselben blau, bei sehr kleinen Dichten aber äusserst lichtschwach, sie sind dann vorzüglich bemerkbar durch die Phosphoreszenz, welche sie an ihren Enden im Glase erregen. Nähert man dem Rohre einen Magnet, so erscheinen sie gebogen, angenähert in der Gestalt, welche ein vom Strom durchflossener, elastischer, an der Kathode befestigter Draht unter dem Einflusse des

Stromes annehmen würde. Diese Einwirkung ist ganz allgemein als eine electrodynamische aufgefasst, und so war die von den älteren Physikern, abgesehen von vorübergehend geäusserten Zweifeln, angenommene Ansicht diese: Die Kathodenstrahlen bezeichnen den Weg des Stromes, ihr blaues Licht rührt her von dem Glühen, resp. Phosphoresciren der Gastheilchen unter dem Einflusse des Stromes. Diese Anschauung aber führte nach genauerer Erkenntniss der That-sachen zu grossen Unwahrscheinlichkeiten, und so äussern sich denn neuere Arbeiten zum Theil sehr reservirt über die Beziehung der Kathodenstrahlen zum eigentlichen Entladungsvorgang.¹⁾ Unter diesen Umständen erschien es wünschenswerth, einen sicheren experimentellen Entscheid zu erhalten auf die Frage: Durchläuft der Strom die Länge der Kathodenstrahlen, ehe er sich zur Anode wendet? War diese Frage in negativem Sinne zu beantworten, so war überhaupt die Bahn des Stromes dem blossen Auge nicht erkenntlich, es trat dann die neue Frage auf: Welches ist die Bahn des Stromes in einem Raume, in welchem dem Strome verschiedene Wege zur Verfügung stehen? Ich habe die letztere und damit die erstere Frage zu beantworten versucht, indem ich experimentell die Stromlinien in einem durchströmten Gasraume bestimmte aus den Ablenkungen, welche die Entladung auf einen kleinen, in ihrer Nähe befindlichen Magnet ausübte.

Ehe diese Versuche in Angriff genommen werden konnten, war es nöthig, eine Vorfrage zu erledigen. Bilden nämlich die Kathodenstrahlen auch nicht den Weg des Stromes, so ist es doch unzweifelhaft, dass dieselben vom Magnet beeinflusst werden. Es ist deshalb von vornherein nicht unwahrscheinlich, dass in jedem Falle auch umgekehrt die Kathodenstrahlen eine Ablenkung des Magnets veranlassen; diese Wirkung könnte ja von einer electrodynamischen verschieden sein. Wäre eine solche vorhanden, so würde sie die beabsichtigten Versuche vereiteln. Die zunächst zu beschreibenden Versuche sollen zeigen, dass eine solche Wirkung nicht besteht.

1) Z. B. W. Spottiswoode and J. Fletcher Moulton, Phil. Trans. 171. p. 649. 1880.

In ein 300 mm langes Rohr von 28 mm Weite war als Kathode eine kreisförmige, abgedrehte Messingscheibe, welche den Querschnitt des Rohres füllte, eingesetzt, durch die durchbohrte Mitte dieser Scheibe war ein Thermometerrohr geführt, in welchem wiederum, genau centrisch zur Scheibe ein Draht von unmagnetischem Metalle sich befand, dessen in den Gasraum nur wenig über die Scheibe hervorragendes Ende die Anode bildete. Die den Strom zu- und ableitenden Drähte waren um einander geschlungen. Es mussten nun die Stromlinien in dem Gasraume jedenfalls symmetrisch zur Axe des Rohres liegen; denkt man sich also die Ströme ersetzt durch magnetische Flächen, so bilden dieselben durchaus geschlossene Ringmagnete, deren Wirkung nach aussen Null sein musste. Die Kathodenstrahlen aber waren voll entwickelt und füllten je nach der Dichte das ganze Rohr oder einen Theil desselben mit blauem Licht. Haben dieselben also eine ihnen eigenthümliche Wirkung auf einen ausserhalb befindlichen Magnet, so musste dieselbe hier getrennt von jeder electrodynamischen Wirkung zur Erscheinung kommen. Das Rohr war zur Vermeidung electrostatischer Einflüsse umgeben mit einer abgeleiteten Stanniolhülle, ohne welche Vorsicht die Versuche sich als unmöglich erwiesen. Der Magnet, auf welchen die Kathodenstrahlen wirken sollten, war derselbe, welcher bei den folgenden Versuchen benutzt wurde, er bestand in einem 12 mm langen, stark magnetischen Stückchen einer Taschenuhrfeder, er war aufgeklippt auf ein Spiegelchen von sehr dünnem Glase, welches an einem einfachen Spinnenfaden in dem sehr engen Raume zwischen zwei Platten von Birminghamglas aufgehängt war. Er glich also dem System eines Thomson'schen Galvanometers; war er durch äussere Magnete, wie immer in den folgenden Versuchen, stark astasirt, so war er durch Luftdämpfung aperiodisch und genügte doch in Bezug auf Sicherheit der Einstellung etc. selbst strengen Ansprüchen. In möglichster Nähe dieses Magnet wurde nun das vorerwähnte Rohr aufgestellt, einmal so, dass der Magnet eine tangentiale, dann so, dass derselbe eine radiale Kraft anzeigen musste, endlich so, dass eine Kraft parallel der Richtung des Rohres be-

merkbar geworden sein würde. Aber niemals zeigte sich eine Ablenkung, die im Fernrohr auch nur $\frac{1}{10}$ Scalentheil betragen hätte. Wurde aber der gleiche Strom — seine Stärke war etwa $\frac{1}{100} - \frac{1}{200}$ Dan./S.-E. — unter Benutzung einer zweiten Anode veranlasst, das Rohr der Länge nach zu durchsetzen, so ergaben sich Ablenkungen von 30—40 Scalentheilen. Gleiche Ablenkungen ergaben sich, wenn unter Beibehaltung der ersten Anode äussere Theile des Schliessungskreises dem Magnet bis auf einige Centimeter genähert wurden. Hiernach stand fest, dass, wenn überhaupt eine spezifische Einwirkung der Kathodenstrahlen auf den Magnet stattfand, diese doch nicht den 300. Theil derjenigen Wirkung erreichen konnte, welche den Kathodenstrahlen als Stromträgern zukam.

Bei den Hauptversuchen wurde nun die Entladung untersucht in einem parallelepipedischen, plattenförmigen Luftraume von 120 mm Länge, 120 mm Breite und 10 mm Dicke. Das Gefäss, welches diesen Luftraum umschloss, ist in Fig. 3 dargestellt. Es wurde gebildet aus einem gegossenen, starken Messingrahmen, welcher als Gerüst diente und zugleich die Seitenwände hergab, und zwei luftdicht auf diesem Rahmen aufliegenden Platten von Spiegelglas von 4—5 mm Stärke. Die letzteren trugen den gewaltigen Druck der Luft mit Sicherheit, konnten auch, während derselbe auf ihnen lastete, erhitzt werden, sie bogen sich aber so stark unter demselben, dass die Krümmung bei seitlichem Ueberblicken der Platte leicht bemerkt werden konnte. Den Messingrahmen durchsetzte ein mit Hahn versehenes Rohr zum Auspumpen und mehrere Aluminiumelectroden, letztere waren in Glasröhren eingekittet und so von dem Rahmen isolirt. Das Dichten des Gefässes gelang erst nach einigen vergeblichen Versuchen. Die Schwierigkeit bestand einmal darin, dass wegen der Durchbiegung des Glases ein genaues Aufschleifen unmöglich war, und jeder feste Kitt beim Auspumpen Sprünge erhielt, und zweitens darin, dass in den inneren Raum durchaus keine Spur zersetzbarer organischer Substanz kommen durfte, also auch die reichliche Benutzung von Fett ausgeschlossen war. Die schliesslich benutzte Dichtung wird

durch Fig. 4 erläutert. Auf dem abgeschliffenen vorspringenden inneren Rande α des Rahmens wurde ein Streifen dünner ausgewalzter Guttapercha gelegt, welcher sich von der Innenkante um die Breite eines Millimeters entfernt hielt. Dann wurden die Glasplatten erhitzt aufgelegt, und soweit es die mangelhafte Dichtung gestattete, das Gefäss ausgepumpt, gleichzeitig wurde dann der Hohlraum β mit einer erwärmten Mischung von vier Theilen Colophonium und einem Theil Baumöl ausgegossen. Diese Masse erwies sich nach dem Kaltwerden als hinreichend flüssig, um den Bewegungen der Glasplatten zu folgen, und doch als so zäh, dass sie erst im Laufe von Monaten durch ihre eigene Schwere wieder aus dem Hohlraume ausfloss. Das Gefäss hielt sich tagelang völlig luftleer, durchsetzte allerdings der Strom dasselbe längere Zeit, so stieg der Gasdruck ein wenig, aber nicht so stark, dass dadurch die beabsichtigten Versuche beeinträchtigt worden wären. Das Gefäss wurde sodann mit einer vom Rahmen und den Electroden isolirten, mit der Erde aber leitend verbundenen Stanniolhülle umgeben. Nachdem es bis auf wenige Hundertstel Millimeter Druck entleert war, wurde es auf ein durch Stellschrauben in horizontale Stellung zu bringendes Brett gelegt, welches mit Coordinatenpapier überzogen war. Genau über dem Nullpunkt dieses Coordinatensystems schwebte die schon oben beschriebene Magnetnadel in solcher Höhe, dass eben das entleerte Gefäss unter ihr, ohne anzustossen, verschoben werden konnte. Sie befand sich nur 2 mm über der Oberfläche der oberen Spiegelplatte, also 12 mm über der Mittelschicht des durchströmten Gasraumes. Beim Einsetzen des Stromes wurde die Nadel abgelenkt, die Grösse dieser Ablenkung hing ab von der Stromstärke und der Stellung der Nadel zur Strombahn; bei den Versuchen hatte der Gesamtstrom eine Stärke von $\frac{1}{100}$ bis $\frac{1}{200}$ Dan./S.E., dabei zeigte die Nadel in günstigster Stellung Ablenkungen bis zu 80 Scalentheilen. Da $\frac{1}{10}$ Scalentheil abgelesen werden konnte, handelte es sich um genau messbare Grössen. Mit Hülfe des Coordinatenpapiers liess sich die Lage der Platte zum Magnet in genau angebbarer Weise variiren; es ist klar, dass diese Anordnung erlaubte, mit

einiger Genauigkeit die Vertheilung der magnetischen Kräfte zu bestimmen, welche die Strömung in der Luftplatte dicht oberhalb dieser Platte und parallel mit derselben hervorrief. Es handelt sich aber darum, aus dieser Vertheilung auf die Vertheilung der Strömung in der Luftplatte zu schliessen.

Dies geschieht mit Hülfe des folgenden Satzes: Die Strömungsfuction der electricischen Strömung in einer ebenen Platte ist gleich der mit einer Constanten multiplicirten Potentialfunction der von der Strömung hervorgerufenen magnetischen Kräfte in unmittelbarer Nähe der Platte. Die Strombahnen fallen also zusammen mit den Niveaulinien jenes Potentials, und die Stromintensitäten zwischen je zwei Niveaulinien, zwischen welchen das Potential um den gleichen Werth wächst, sind gleich. Man findet diesen Satz unter anderem bewiesen in Maxwell's Treatise on electricity and magnetism¹⁾, man macht sich denselben aber auch ohne Rechnung leicht klar, wenn man bedenkt, dass ein Magnetpol, welcher einer ebenen durchströmten Platte unbegrenzt genähert wird, nur von denjenigen Stromtheilen, welche in einer unmittelbaren Nähe liegen, eine zur Platte parallele Kraft erfährt.

Die in unserem Falle untersuchte Stromplatte ist nicht unendlich dünn, und der prüfende Magnet schwebt nicht in unmittelbarer Nähe ihrer Mittelebene, sondern 12 mm über der letzteren. Es kann daher mit seiner Hülfe nur die Vertheilung des Potentials in einer Ebene erforscht werden, welche 12 mm über der Mittelebene der Luftschicht liegt. Aber die magnetischen Kräfte in dieser Ebene werden denjenigen im Inneren der Luftschicht nahezu gleich sein, es werden daher auch die Niveaulinien des Potentials in derjenigen Ebene, in welcher der Magnet beweglich ist, den Stromlinien äusserst ähnlich sein. Die eleganteste Methode, diese Niveaulinien zu erforschen, bestände darin, dass man die Platte in solcher Weise unter dem Magnet verschöbe, dass der letztere beständig unabgelenkt bliebe; die Linie, welche die Projection des Magnets auf die Platte dabei beschreibt, ist eine Niveaulinie, also eine Stromlinie. Da aber die Ablenkung des Magnets aus der Entfernung mit Spiegel

1) Maxwell, Treatise on electricity and magnetism 2. p. 264. 1873.

und Scala abgelesen werden musste, so war diese Methode nicht ohne weitläufige Mechanismen anzuwenden. Es wurde deshalb das folgende Verfahren eingeschlagen. Die Platte wurde so unter dem Magnet verschoben, dass die Projection des letzteren auf sie eine Parallele zu einer Seite der quadratischen Platte beschrieb, und dass der Magnet dabei in seiner unabgelenkten Lage senkrecht zu dieser Parallelen stand. Für eine Reihe von Punkten dieser Geraden wurden dann die Ablenkungen bestimmt, welche das Einsetzen des immer auf gleicher Stärke gehaltenen Stromes veranlasste. Dieselben waren proportional dem Differentialquotienten des Potentials längs der untersuchten Geraden. Diese Differentialquotienten wurden dann graphisch aufgetragen, nach bestem Ermessen interpolirt und durch mechanische Integration der erhaltenen Curve die Aenderung des Potentials längs der untersuchten Geraden bestimmt. Das gleiche Verfahren wurde auf eine Reihe von Geraden, welche der ersten parallel waren, und auf eine dazu senkrechte Gerade angewandt. Es ist klar, dass dadurch schon der Werth des Potentials für alle Punkte der untersuchten Ebene angebbar wurde, und dass es dann leicht war, Punkte mit gleichem Werthe des Potentials zu verbinden und diese Verbindungslinien in solchen Abständen zu ziehen, dass von der einen zur anderen das Potential um gleiche Werthe wuchs. Indessen infolge der Methode musste nothwendig den erhaltenen Werthen eine gewisse Unsicherheit anhaften, und es war erforderlich, ein Maass für diese zu gewinnen. Zu dem Ende wurde nicht nur für eine Gerade, welche zu den zuerst untersuchten Parallelen senkrecht war, der Lauf des Potentials ermittelt, sondern für mehrere solche Geraden. Es konnte dann der Werth des Potentials für einen jeden Punkt auf ebenso viele unabhängige Weisen ermittelt werden, und es wurde so Ausgleichung nicht nur ein zuverlässigeres Resultat erhalten, sondern auch ein Maass der Unsicherheit gewonnen. Es zeigte sich, dass dieselbe nicht so gross war, dass sie die Resultate hätte wesentlich beeinträchtigen können.

Diese Resultate lassen sich nicht besser darstellen, als durch die Figuren 5a, b, c. In denselben bezeichnet α das

blaue Kathodenlicht, β die positiven Schichten, die ausgezogenen Liniensysteme sind äquidistante Niveaucurven des Potentials. In a und c beträgt der Druck gegen $\frac{1}{10}$ mm, daher münden hier die Kathodenstrahlen frei, in b ist der Druck so klein gemacht, dass die Batterie nur eben noch den Raum continuirlich zu durchsetzen vermochte, es treffen daher hier die Kathodenstrahlen senkrecht auf die gegenüber liegende Wand. In Bezug auf die Bedeutung der gezeichneten Niveaucurven sind folgende Bemerkungen zu machen: 1) Zur Construction einer jeden Figur wurden etwa 50—60 Ablenkungen verwendet, die sich nicht gleichmässig über die ganze Fläche vertheilten, sondern sich auf diejenigen Gegenden concentrirten, welche als die wichtigsten erschienen. 2) Die Unsicherheit, welche blieb, ist durch die Zahl der gezeichneten Niveaucurven angedeutet. Von denselben sind nämlich so viele gezogen, dass die Unsicherheit in der Lage der einzelnen etwa gleich dem Intervall zwischen zwei benachbarten ist. 3) Um aus den gezeichneten Niveaulinien die eigentlichen Stromlinien zu erhalten, muss man sich die Endpunkte derselben auf die Electroden vereinigt und die Linien selbst etwas mehr gegen diejenigen Stellen zusammengedrückt denken, an welchen sie am dichtesten sind. Die eigentlichen Stromlinien können natürlich die Wände des Gefässes nirgend schneiden, wie das die von uns gezeichneten Linien thun.

Die Betrachtung der Figuren ergibt nun eindeutig das Folgende: die Richtung der Kathodenstrahlen fällt durchaus nicht mit der Stromrichtung zusammen. An einzelnen Stellen sind die Stromlinien fast senkrecht zur Richtung der Kathodenstrahlen. Einzelne Theile des Gasraumes sind lebhaft vom Kathodenlicht erhellt, obwohl in ihnen die Intensität der Strömung verschwindend klein ist. Die Strömung geht in roher Annäherung von Pol zu Pol in ähnlicher Vertheilung, wie solche in einem festen oder flüssigen Leiter stattfinden würde. Daraus folgt, dass die Kathodenstrahlen mit der Bahn des Stromes nichts gemein haben.

1. Gegen die Vorversuche wird man einwenden: da der Magnet die Kathodenstrahlen ablenke, so müssen auch

rückwärts die Kathodenstrahlen den Magnet ablenken. Demgegenüber kann bestritten werden, dass der Ausdruck „der Magnet lenke jene Strahlen ab“, und der dadurch gegebene Vergleich mit der Ablenkung eines durchströmten elastischen Drahtes so passend gewählt sei, wie dies auf den ersten Blick den Anschein hat. Ein solcher Draht würde bei Beginn des Stromes gerade sein und erst nach einer endlichen Zeit in seine abgelenkten Lage gebracht werden. Wir wissen aber, dass auch Kathodenstrahlen, welche Entladungen von weniger als ein Milliontel Secunde Dauer angehören, schon vollständig gebogen erscheinen.¹⁾ Dass die electrodynamische Wirkung die Entladung in Gasen mit solcher Geschwindigkeit in Bewegung zu setzen vermöge, dagegen spricht die De la Rive'sche Rotation des Glimmlichts um den Magnetpol; diese ist unzweifelhaft eine electrodynamische Wirkung, aber sie erfolgt auch nur mit sehr messbarer Geschwindigkeit. Ferner wird bei jeder eigentlichen electrodynamischen Wirkung das ponderable Substrat der Strömung in Bewegung gesetzt, bei der Ablenkung der Entladung aber nicht.²⁾ Diese Ablenkung würde also vielmehr dem durch Hrn. Hall entdeckten Phänomen entsprechen. Aber auch diese Analogie wird mangelhaft, wenn man bedenkt, dass ja die Kathodenstrahlen als Strombahnen überhaupt nicht anzusehen sind. Endlich: dass die Wirkung des Magnets auf die Entladung nicht eine rein electrodynamische sein kann, beweist die Thatsache, dass die Annäherung eines kräftigen Magnets im Stande ist, die Batterieentladung auszulöschen, welche Entladung dann nach Entfernung des Magnets sich sofort wieder entzündet. Die Wirkung des Magnets, welche das Zustandekommen des Stromes verhindert, kann sicherlich nicht eine Wirkung auf den Strom sein, sondern nur eine Wirkung auf das zu durchströmende Medium. Diese Schwierigkeiten und die Thatsache, dass die Kathodenstrahlen auf den Magnet nicht zurückwirken, scheinen mir die Wahrscheinlichkeit nahezu legen, dass die Analogie zwischen der Ablenkung der Kathodenstrahlen und

1) Goldstein, Ueber eine Form der electr. Abtossung. III. Theil.

2) Goldstein, Wied. Ann. 12. p. 262. 1881.

der electrodynamischen Wirkung eine ganz äusserliche sei. Man entgeht jenen Schwierigkeiten und findet diese Thatsache gerechtfertigt, wenn man, auf eine Erklärung einstweilen verzichtend, aussagt: der Magnet wirke auf das Medium, die Kathodenstrahlen aber pflanzen sich anders fort in einem magnetisirten als in einem unmagnetisirten Medium. Ihre Ablenkung ist alsdann dem Vergleich mit der Ablenkung eines durchströmten Drahtes entzogen, vielmehr in Analogie gestellt mit der Drehung der Polarisationssebene des Lichtes in einem magnetisirten Medium.

2. Die Hrn. E. Wiedemann und Goldstein haben, wie mir scheint, auf Grund triftiger Erwägungen, ihre Ansicht dahin ausgesprochen, dass die Entladung eine an sich unsichtbare Bewegung des Aethers sei, welche sich in Licht nur dadurch umsetze, dass sie ihre Energie zunächst an die Gastheilchen abgebe. Ich wünschte indess, hierin an Stelle des Wortes „Entladung“ das Wort „Kathodenstrahl“ gesetzt zu sehen, welche Begriffe den genannten Forschern zusammenfielen, in Wahrheit aber strenge zu trennen sind. Der Ansicht, dass die Kathodenstrahlen an sich lichtlos seien und nur durch ihre Absorption im Gase Licht erzeugen, wird man sich kaum erwehren können, wenn man aufmerksam den folgenden Versuch erwägt. Das schon früher beschriebene Rohr, welches zu den Vorversuchen dieses Abschnittes gedient hatte, wurde so weit evacuirt, dass nur die Entladungen eines grossen Inductoriums noch hindurchgingen, und dass unter der Einwirkung solcher Entladungen an dem der Kathode gegenüberliegenden Ende helle Phosphorescenz auftrat. Nach dem Vorherigen kann man nicht zweifeln, dass sich die Strombahnen auf die nächste Umgebung der dicht beisammen liegenden Electroden beschränken, und dass nur die Kathodenstrahlen es sind, welche das Rohr der Länge nach durchsetzen. Es befand sich nun in dem Rohr an dem phosphorescirenden Ende ein Quecksilbertropfen. Wurde durch Erhitzen des Rohres an dieser Stelle das Quecksilber verdampft und dadurch ein Gas von grösserer Dichte daselbst erzeugt, so füllte sich das Ende des Rohres mit rosaweissem Licht, welches das Quecksilberspectrum

zeigte. Die grüne Phosphorescenz des Glases erblasste dabei und hörte ganz auf, wenn die durchstrahlte Schicht von Quecksilberdampf eine gewisse Dicke erreichte. Wurde durch den Magnet den Kathodenstrahlen ein Weg gewiesen, bei welchem sie nicht den Dampf zu durchsetzen hatten, so hörte der letztere auf, zu leuchten, und es erschien dafür die Stelle der seitlichen Glaswand, auf welche nun die Strahlen fielen, in grünem Phosphorescenzlicht. Man konnte so beliebig das Glas oder den Quecksilberdampf leuchten lassen. Füllte sich dann durch weiteres Erhitzen und Destilliren ein immer grösserer Theil des Rohres mit dem dichteren Dampfe, so leuchtete von dem dampferfüllen Theile immer nur die der Kathode zunächst gelegene Strecke auf eine Länge von 5—6 cm, der dahinter gelegene Theil des Rohres blieb dunkel. War schliesslich das ganze Rohr mit dem dichteren Dampfe gefüllt, so umgab das Leuchten als gewöhnliches Kathodenlicht die Kathode bis auf eine Entfernung von einigen Centimetern. Es erregen also die Kathodenstrahlen das Leuchten da, wo sie zuerst auf ein dichteres Medium treffen und von demselben absorbirt werden, zu ihrer Absorption reicht eine verschwindend dünne Schicht eines festen Körpers aus, aber es ist eine Schicht von endlicher Dicke eines Gases hierzu erforderlich. Je dichter das Gas, auf eine um so kürzere Strecke vermögen die Kathodenstrahlen dasselbe zu durchdringen, dies ist vermuthlich einer der Gründe, aus welchen in dichteren Gasen das Kathodenlicht sich auf die nächste Nähe der Kathode beschränkt.

3. Bei dem vorigen Versuche konnte man nicht zweifelhaft sein, dass das Gas auch dann, wenn es in unmittelbarer Nähe der Kathode leuchtete, doch nicht leuchtete unter dem Einfluss des Stromes, sondern unter dem Einfluss der Kathodenstrahlen. Denn dies Leuchten konnte durch unmerkliche Uebergänge übergeführt werden in ein ganz ähnliches Leuchten, welches in grossem Abstand von der Kathode stattfand in einem Raume, in welchem der Strom Null war. Es ist aber sehr unwahrscheinlich, dass in diesem besonderen Falle zwar das Kathodenlicht keine directe Wirkung des Stromes sollte gewesen sein, dass dies aber im allgemeinen der Fall sein sollte. Da ferner nach den Untersuchungen

des Hrn. Goldstein das Kathodenlicht so viele Analogien mit den einzelnen positiven Schichten zeigt, dass es selbst als eine degenerirte solche Schicht angesehen werden kann, so ist es sehr unwahrscheinlich, dass das Leuchten der Gase in den positiven Schichten ganz andere Ursachen haben sollte, als das Leuchten im Kathodenlicht. Man wird so zu der anfangs gewagt scheinenden Annahme geführt, dass das Leuchten des Gases in der Glimmentladung überhaupt keine unmittelbare Wirkung des Stromes sei, sondern mittelbar entstehe durch Absorption der durch den Strom erzeugten Kathodenstrahlen.¹⁾ Könnten wir die Entstehung der Kathodenstrahlen verhindern, so wäre das Gas überall so dunkel wie in den doch auch vom Strom durchflossenen dunklen Zwischenräumen der Schichten, könnten wir umgekehrt Kathodenstrahlen erzeugen auf anderem Wege als durch die Entladung, so könnten wir das Gas erleuchten auch ohne Strom. Einstweilen ist allerdings diese Trennung nur in der Vorstellung ausführbar.

4. Eine Reihe von Erscheinungen, welche anders nur schwer zu erklären sind, stellen sich fast als selbstverständlich dar, wenn man die Kathodenstrahlen als eine von der eigentlichen Entladung gänzlich unabhängige Bewegung auffasst, welche mit derselben nicht mehr zusammenhängt, als das Licht, welches von der Entladung ausstrahlt. Ich nenne nur die Durchdringung der Schichten; die Reflexion der Kathodenstrahlen von der Anode, das Heraustreten dieser Strahlen aus engen Metallgittern, welche die Anode bilden und die Kathode vollständig umgeben. Ich sah unter diesen Umständen voll entwickelte Kathodenstrahlen durch ein Drahtgitter treten, welches nicht weniger als 36 Maschen auf den Quadratmillimeter hatte.

III. Haben die Kathodenstrahlen electrostatische Eigenschaften?

Gibt man zu, dass die Kathodenstrahlen nur eine Begleiterscheinung des eigentlichen Stromes sind, und dass dieselben

1) d. h. von Strahlen, welche ihrer Natur nach identisch sind mit den Kathodenstrahlen. Der Name wird offenbar unpassend, wenn er auch die Strahlen der positiven Schichten umfassen soll.

electrodynamische Wirkungen nicht ausüben, so ist wohl die nächstliegende Frage die nach ihrem electrostatischen Verhalten. Leider konnte ich die darauf bezüglichen Versuche nicht mehr mit der Batterieentladung ausführen, sondern musste mich mit den Entladungen eines kleinen Inductoriums behelfen. Da die letzteren wegen ihrer Unregelmässigkeit und der Plötzlichkeit ihres Verlaufes zu electrostatischen Messungen sehr ungeeignet sind, so erhielten die Versuche nicht die Schärfe, deren sie sonst vielleicht fähig gewesen wären, doch darf das Hauptresultat wohl als feststehend betrachtet werden. Die in der Ueberschrift aufgeworfene Frage kann in zwei einfachere zerlegt werden, nämlich erstens: Veranlassen die Kathodenstrahlen das Auftreten electrostatischer Kräfte in ihrer Umgebung? und zweitens: Werden sie selbst in ihrem Verlauf beeinflusst durch äussere electrostatische Kräfte? Unter Kathodenstrahlen sind hier durchaus solche zu verstehen, welche von der sie erzeugenden Strombahn getrennt sind, dieselben sollen der Einfachheit halber als reine bezeichnet werden.

A. Auf die erstgenannte Frage wurde eine Antwort gesucht mittelst der in Fig. 6 dargestellten Anordnung. *AB* ist das 25 mm weite, 250 mm lange Glasrohr, in welchem der Strahl erzeugt wurde, α ist die Kathode; alle mit β bezeichneten Theile sind gut metallisch miteinander verbunden und bilden, soweit sie im Inneren des Glasrohres liegen, die Anode. Sie bestehen erstens aus einem Messingrohr, welches die Kathode zum grössten Theil umgibt und nur gegenüber derselben eine 10 mm im Durchmesser haltende, kreisförmige Oeffnung besitzt, durch welche die Kathodenstrahlen austreten können, zweitens aus einem Drahtnetz, dessen Maschen etwa 1 qmm bedecken, und durch welches die Kathodenstrahlen hindurchpassiren müssen, drittens aus einem metallischen Schutzkasten, welcher den grössten Theil des Glasrohres völlig umgibt und verhindert, dass in dem ausserhalb des Drahtnetzes gelegenen Theil des Gasraumes durch Influenz von aussen, z. B. von der Kathode her, electrostatische Kräfte auftreten können. Wenn die früher erhaltenen Resultate nur halbwegs Bedeutung haben, so sind

die Kathodenstrahlen, nachdem sie die Mündung des Metallcylinders und obenein das Drahtnetz passiert haben, als rein zu betrachten. Sie sind aber deshalb nicht minder lebhaft, sondern lassen bei geringer Dichte die Glaswand bei *B* in lebhaftem grünen Phosphoreszenzlicht erglänzen, in welchem sich der Schatten des Drahtnetzes genau abzeichnet. Es war nun der in den Schutzkasten hineinragende Theil des Glasrohres umgeben mit einem metallischen Mantel γ , welcher mit dem einen Quadranten eines empfindlichen Electrometers verbunden war, während der Schutzkasten mitsammt dem anderen Quadranten zur Erde abgeleitet wurde. Wurde in das Innere dieses Mantels eine auch nur kleine Menge Electricität gebracht, so entzog dieselbe durch Influenz dem Electrometer die entgegengesetzte Electricität, sodass ein Ausschlag erfolgte. Das Einbringen von Electricität konnte z. B. in der Weise geschehen, dass an Stelle des Glasrohres *AB* in das Innere des geschützten Raumes und des Mantels γ hineinragend ein Metallstab angebracht wurde, welcher ungefähr Gestalt und Lage des Kathodenstrahles hatte und mit der Kathode leitend verbunden war, während der Strom des Inductoriums wie bei den eigentlichen Versuchen das Rohr durchsetzte. Der Ausschlag, welchen das Electrometer alsdann annahm, war zu gross, um gemessen zu werden, er konnte aber geschätzt werden auf zwei bis drei Tausend Scalentheile. Wurde dann der Strom unterbrochen, so ging das Electrometer nahezu in die alte Lage zurück, und dies Spiel konnte beliebig wiederholt werden. Quantitativ ähnliche Wirkungen hätte nun der Kathodenstrahl hervorbringen müssen, wenn er aus einem Strom von Theilchen, die auf das Potential der Kathode geladen waren, bestand, qualitativ ähnliche aber überhaupt dann, wenn er irgend electrostatische Kräfte in seiner Umgebung erregte. Dies war nun das Resultat des Versuchs: Wurden die Quadranten des Electrometers leitend verbunden und nun das Inductorium in Gang gesetzt, so blieb natürlich zunächst die Nadel in Ruhe, wurde nun die Verbindung der Quadranten gelöst, so fing infolge von Unregelmässigkeiten der Entladung die Nadel an, Schwankungen bis zu 10 bis 20 Scalentheilen um die

Ruhelage zu machen, wurde dann das Inductorium unterbrochen, so blieb die Nadel ruhig auf ihrer Ruhelage, um beim Wiedereinsetzen des Stromes wieder um dieselbe zu schwanken u. s. w. Hieraus ist mit Sicherheit zu schliessen, dass, soweit die Genauigkeit des Versuches geht, sich eine electrostatische Wirkung des Strahles nicht wahrnehmen lässt; insbesondere, dass, falls derselbe aus einem Strom electrisirter Theilchen bestand, dann das Potential auf seiner Mantelfläche doch höchstens $\frac{1}{100}$ desjenigen an der Kathode betrage. Dieser Schluss bleibt genau bestehen, wenn sich nun auch zeigt, dass der ausserhalb des Drahtnetzes gelegene Theil des Rohres keineswegs einfach unelectrisch ist, sondern dass etwas complicirtere Verhältnisse vorliegen. Setzt man nämlich das Inductorium in Bewegung, nachdem der Apparat durch lange Ruhe unelectrisch geworden ist, so erhält das Electrometer eine bedeutende Ablenkung (150 bis 200 Scalentheile), eine negative Ladung des Glasrohres anzeigend. Aber diese Ladung und Ablenkung bleibt constant, wenn man auch beliebig das Inductorium in Thätigkeit und ausser Thätigkeit setzt. Dieselbe hält stundenlang nach Unterbrechung des Apparates an. Die Stellung der Nadel verändert sich aber augenblicklich, wenn man während der Thätigkeit des Apparates dem Rohre einen Magnet nähert, um dann wieder in der neuen Lage constant zu bleiben, solange der Magnet seine Lage beibehält. Es dringt also thatsächlich durch das Drahtnetz hindurch Electricität in den geschützten Raum, solange bis das gesteigerte Potential das weitere Eindringen verhindert. Die Gesetze, welchen dies Eindringen unterliegt, sollen hier nicht festgestellt werden, es genügt, dass dasselbe mit den Kathodenstrahlen nichts zu thun hat. Denn weder wird das Eintreten der letzteren irgend wie beeinträchtigt, wenn das weitere Eindringen der Electricität verhindert ist, noch wird, wie der zuerst beschriebene Versuch zeigt, die Menge der im Glasrohr einmal vorhandenen Electricität dadurch um ein Bemerkbares vermehrt, dass die Kathodenstrahlen den Raum zu durchströmen beginnen.

B. Um Aufschluss zu geben, ob die reinen Kathoden-

strahlen durch electrostatische Kräfte beeinflusst wurden, wurden die folgenden Versuche angestellt. Die Kathodenstrahlen wurden in einem 260 mm langen Glasrohr von einer kreisförmigen Aluminiumkathode von 5 mm Durchmesser aus erzeugt. Die Kathode war, ähnlich wie in den vorigen Versuchen fast völlig von der Anode umgeben, und nur durch ein Drahtnetz traten die Strahlen nach aussen. In ihren weiteren Weg war ein feiner Draht gestellt, dessen scharfer Schatten, in einer Entfernung von 120 mm im Phosphoreszenzbild erscheinend, ein genaues Merkmal einer etwaigen Ablenkung abgab. Es zeigte sich, dass eine auf den Strahl senkrecht zu seiner Richtung wirkende magnetische Kraft, welche nur halb so gross wie die horizontale Intensität des Erdmagnetismus war, hinreichte, die Lage dieses Schattens sehr merklich zu verändern. Das Rohr wurde nun zwischen stark und entgegengesetzt electrisirte Platten gebracht, ohne dass indess eine Einwirkung auf das Phosphoreszenzbild sichtbar wurde. Es war aber hierbei zweifelhaft, ob die grosse electrostatische Kraft, welchem das Rohr ausgesetzt war, im Inneren nicht compensirt würde durch eine daselbst eintretende elektrische Vertheilung. Um diese Zweifel zu heben, wurden im Inneren des Rohres zwei Metallstreifen in 20 mm Abstand angebracht, zwischen welchen auf eine Länge von 120 mm der Strahl von dem schattengebenden Draht aus hindurchgehen musste, und welche durch Leitungen nach aussen auf verschiedenes Potential gebracht werden konnte. Wurden dieselben zunächst mit den Polen einer Batterie von 20 kleinen Daniell'schen Elementen verbunden, so zeigte Schluss und Oeffnung dieser Verbindung nicht den mindesten Einfluss auf das Phosphoreszenzbild, also dass eine auf den Strahl senkrecht zu seiner Richtung wirkende Kraft von einem Dan. auf 1 mm jedenfalls noch keine Wirkung auf denselben äusserte. Es wurden sodann 240 Planté-Elemente der grossen Batterie geladen, und ihre Pole mit den beiden Metallplatten verbunden. Diese 240 Elemente waren allein durchaus nicht fähig, den Gasraum zu durchbrechen, sobald aber das Inductorium einsetzte, und die Kathodenstrahlen den Raum zwischen den Platten

erfüllten, entstand zwischen den Platten die Batterieentladung, welche, da kein Flüssigkeitswiderstand eingeschaltet war, sofort in Bogenentladung überging. Die gleiche Erscheinung konnte dann auch schon mit einer viel geringeren Zahl von Elementen, bis herab zu 20 bis 30 hervorgerufen werden. Dies entspricht einer von Hrn. Hittorf gemachten Entdeckung, wonach der von den Kathodenstrahlen erfüllte Raum schon sehr kleinen Kräften gegenüber durchlässig ist. Wurden die 240 Elemente mit einem grossen Widerstand zwischen die Platten geschaltet, so ging nur während jeder einzelnen Entladung des Inductoriums eine ebenso kurz andauernde schwache Batterieentladung über. Dabei erschien dann das Phosphoreszenzbild der Ruhmkorffentladung in der Nähe der negativen Platte durch Deflexion etwas verzerrt, der in der Mitte zwischen beiden Platten befindliche Schatten des Drahtes aber war nicht sichtbar verschoben. Man kann daher als Resultat angeben: Unter den Umständen des Versuches wurde der Kathodenstrahl durch keine electromotorische Kraft abgelenkt, welche überhaupt in dem von ihm durchsetzten Raume zu Stande kommen kann, jedenfalls aber noch nicht durch eine electromotorische Kraft von ein bis zwei Dan. auf das Millimeter. Hieran knüpfen sich die folgenden Bemerkungen.

1. Soweit die unter III beschriebenen, allerdings unvollkommenen Versuche ein Urtheil zulassen, sind an den Kathodenstrahlen electrostatische Eigenschaften nicht wahrzunehmen. Unter II wurde theils bewiesen, theils wahrscheinlich gemacht, dass auch electrodynamische Wirkungen im engeren Sinne von ihnen nicht ausgehen. Daher kann die Frage aufgeworfen werden, ob wir überhaupt berechtigt seien, die Kathodenstrahlen an sich als eine electriche Erscheinung anzusehen? Es erscheint nicht als unwahrscheinlich, dass dieselben ihrer Natur nach keine engeren Beziehungen zur Electricität haben, als das Licht, welches von einer electricen Lampe ausgeht.

2. Die unter II mitgetheilten Versuche lassen sich ganz wohl mit der von verschiedenen Seiten vertretenen Ansicht vereinigen, nach welcher der Kathodenstrahl gebildet werden solle aus einem Strom electricisirter materieller Theilchen.

Aber die unter III erhaltenen Resultate scheinen einer solchen Ansicht entgegen zu treten. Dass sich die Kathodenstrahlen ganz unähnlich verhalten einem mit der Kathode verbundenen Stab von gleicher Gestalt, ist wohl nahezu das Gegentheil von dem, was man nach jener Anschauung erwarten sollte. Man kann ferner fragen, wie gross die Geschwindigkeit electricisirter Theilchen sein müsse, damit eine senkrecht zur Bahn derselben wirkende magnetische Kraft von der absoluten magnetischen Intensität Eins stärker ablenkend wirke als eine electrostatische Kraft von einem Dan. auf 1 mm. Man findet, dass jene Geschwindigkeit elf Erdquadranten in der Secunde übersteigen müsse. Ohne eine solche Geschwindigkeit anzunehmen, könnte jene Anschauung, nach dem unter B dargestellten Versuch, von der Einwirkung des Magnets auf die Strahlen keine Rechenschaft ablegen, aber eine solche Geschwindigkeit wird man nicht für wahrscheinlich halten.

Schluss.

Durch die beschriebenen Versuche glaube ich bewiesen zu haben:

1. Dass bis zur Beibringung stärkerer Beweismittel für das Gegentheil wir die Batterieentladung als continuirlich, also die Glimmentladung nicht als nothwendig disruptiv anzusehen haben.

2. Dass die Kathodenstrahlen eine die Entladung nur begleitende Erscheinung sind, mit der Bahn des Stromes in erster Annäherung aber nichts zu thun haben.¹⁾

3. Dass den Kathodenstrahlen entweder gar keine oder doch nur sehr schwache electrostatische und electrodynamische Eigenschaften zukommen.

Ausserdem aber habe ich versucht, eine ganz bestimmte Anschauung über das Wesen der Glimmentladung als wahrscheinlich hinzustellen, deren Hauptzüge diese sind:

Das Leuchten des Gases in der Glimmentladung ist

1) Da das Vorhandensein der Kathodenstrahlen in einem Gasraum die Durchlässigkeit desselben wesentlich beeinflusst, so kann man kaum zweifeln, dass in zweiter Annäherung die Lage und Entwicklung der Kathodenstrahlen auf die Bahn des Stromes mitbestimmend einwirkt.

kein Phosphoresciren unter dem directen Einfluss des Stromes, sondern ein Phosphoresciren unter dem Einfluss der durch den Strom erregten Kathodenstrahlen. Diese Kathodenstrahlen sind electricisch indifferent, unter den bekannten Agentien ist das Licht die ihnen am nächsten verwandte Erscheinung. Die Drehung der Polarisationssebene des letzteren ist das Analogon zur Beugung der Kathodenstrahlen durch den Magnet.

Wenn diese Anschauung richtig ist, so ist man durch die Erscheinungen gezwungen, verschiedene Arten von Kathodenstrahlen anzunehmen, deren Eigenschaften in einander übergehen, welche den Farben des Lichts entsprechen und welche sich unterscheiden nach Phosphorescenzerregung, Absorbirbarkeit und Ablenkbarkeit durch den Magnet.

Die diesen Ansichten am nächsten stehenden früheren sind die von den Herren E. Wiedemann¹⁾ und E. Goldstein²⁾ geäußerten. Wenn man die unten citirten Stellen mit dem Gegenwärtigen vergleicht, wird man ebenso leicht die Uebereinstimmungen, wie die Abweichungen erkennen. Die beschriebenen Versuche wurden im physikalischen Institut der Universität Berlin ausgeführt.

Kiel, im Mai 1883.

III. *Ueber den Unterschied der positiven und negativen Entladung; von H. Hellmann in Riga.*

Obwohl seit dem Jahre 1881 durch Hrn. Dr. E. Goldstein die Frage studirt ist, ob sich die Unterschiede in den Erscheinungsformen des sogenannten positiven und negativen Lichtes in Vacuumröhren nicht als allein abhängig von den äusseren Entladungsbedingungen, nicht aber von der Art der Electricität erweisen dürften, so ist es — so weit meine Literaturkenntniss reicht — doch noch nicht gelungen, die positive und negative Entladung in völlig gleicher Form zu

1) E. Wiedemann, Wied. Ann. 10. p. 249. 1880.

2) E. Goldstein, Wied. Ann. 12. p. 265. 1881.

erhalten; namentlich habe ich nirgends eine Notiz gefunden, welche den von Hrn. Goldstein aufgestellten Satz¹⁾: „Die Zahl der Schichten des Kathodenlichtes ist in allen Fällen constant gleich 3, resp. 4. Ihre Zahl variirt also weder mit der Beschaffenheit des Gases, noch mit seiner Dichte, noch mit der Gefässform, Dimension und gegenseitigen Lage der Electrode“ — in Frage stellten. Es ist mir nun gelungen, an einer Crookes'schen, mit Luft gefüllten Entladungsröhre mit parallelen runden Electroden Scheiben und angesetzttem Aetzkaligefäss Entladungen zu beobachten, welche dem zu widersprechen scheinen und die Entladungsform von beiden Electroden aus fast gleich, und zwar beiderseits geschichtet zeigen. Die Länge der Röhre betrug $50\frac{1}{2}$ cm, die Entfernung der Electroden $46\frac{1}{3}$ cm, die Dicke der Röhre fast 3 cm. Das Aetzkali war seit langer Zeit nicht geschmolzen worden, und wurde auch zum Versuch nicht erwärmt. Der Inductionsapparat war von mittlerer Grösse. Bei der Entladung zeigte sich sofort an beiden Electroden das rothe Häutchen, welches sie ganz überzog, nur war es bei der positiven Electrode wenig breiter als bei der negativen, und nicht so scharf begrenzt, aber sehr deutlich erkennbar. Daran schloss sich an beiden Electroden ein dunkler Raum von 2—3 mm. In dem ersten Moment der Entladung zeigte sich nur die bekannte, zum positiven Pol concave Schichtung, die anfangs verwaschen, schnell deutlich wurde und immer vorhanden blieb. In der Mitte der Röhre standen sich immer zwei Schichten gegenseitig sehr nahe, und war die dem positiven Pol nähere röthlich, die weitere bläulich und wenig stärker gekrümmt. Zwischen je zwei Schichten war die Entfernung grösser. Die von der Anode ausgehenden Schichten blieben immer in lebhafter Bewegung. Doch kaum war die Entladung wenige Minuten im Gange, so trat eine zur negativen Electrode concave Schichtung auf. Alle diese Schichten waren gleich weit voneinander entfernt, standen weiter voneinander ab als die positiven, waren alle von röthlicher Farbe und bedeutend stärker gekrümmt. So oft sie nur auf-

1) Goldstein, Eine neue Form electrischer Abstossung. p. 95.

traten, waren sie völlig unbeweglich. Anfangs reichte diese Schichtung von der negativen Electrode bis fast zur positiven, trat aber bald in der Mitte der Röhre gegen die positive Schichtung sehr zurück, und ganz in der Nähe der negativen Electrode ging sie in diffuses röthliches Licht über. Je näher der positiven Electrode, desto deutlicher wurden die negativen Schichten, und konnte man die entgegengesetzt gekrümmten Schichten sich hier am deutlichsten durchschneiden sehen. Je grösser die Schwingungsweite des Unterbrechers durch Entfernung der Schraube wurde, desto deutlicher wurde die von der negativen Electrode ausgehende Schichtung. Bei kurzer Schwingungsweite verschwand sie; ebenso bei der geringsten eingeschalteten Funkenstrecke. Hörte der Inductionsapparat wegen zu grosser Schwingungsweite des Unterbrechers auf zu arbeiten, so verschwand der grösste Theil der positiven Schichtung zuerst, bis fast zur Anode; die negative Schichtung war dann am hellsten und verschwand mit Aufhören des Stromes auf einmal. Die Kathode war vor der Mündung des Kaliröhrchens. Ableitende Berührung und Aufheben der Röhre änderten nichts.

IV. Neue Beobachtungen über die Thermo- und Actinoelectricität des Bergkrystalles, als Erwiederung auf einen Aufsatz der Herren C. Friedel und J. Curie¹⁾; von W. Hankel.

(Aus den Ber. der math.-phys. Classe der Königl. sächs. Ges. d. Wiss. mitgetheilt vom Hrn. Verf.)

In zwei Abhandlungen („über die thermoelectrischen Eigenschaften des Bergkrystalles“ 1866²⁾ und „über die actino- und piezoelectrischen Eigenschaften des Bergkrystal-

1) Vorgetragen in der Sitzung am 5. März 1883, zum Druck übergeben am 30. März.

2) Hankel, Abh. d. K. sächs. Ges. d. Wiss. 13. p. 318—392. 1866.

les und ihre Beziehung zu den thermoelectrischen“ 1881¹⁾) sind von mir in Betreff des electrischen Verhaltens des Bergkrystalles bei Aenderung der Temperatur, der auf ihn fallenden Wärmestrahlung und des Druckes folgende Gesetze nachgewiesen worden.

I. Thermoelectricität.

1) Die Bildung der Bergkrystalle ist durch das Auftreten der trigonalen Trapezoëder und der trigonalen Pyramiden eine nach den Nebenaxen hemimorphe.

2) An den beiden Enden jeder der hemimorphen Nebenaxen treten bei Temperaturänderungen entgegengesetzt electrische Pole auf, sodass am Umfange einfacher Krystalle stets positive und negative Pole abwechseln.

3) Bei steigender Temperatur sind die Polaritäten die umgekehrten wie bei sinkender.

4) Bei sinkender Temperatur liegen die positiven Pole an denjenigen Axenenden, an welchen die Flächen der trigonalen Pyramiden und Trapezoëder auftreten, die negativen an den entgegengesetzten. Bei steigender Temperatur erscheinen die erstgenannten Enden negativ, die zuletztgenannten positiv.

5) Bei ringsum normal ausgebildeten einfachen Bergkrystallen zeigt sich in der Ausbreitung der beiden electrischen Polaritäten auf der Oberfläche ein Unterschied, je nachdem die Krystalle zu den sogenannten linken oder rechten gehören. Bei den linken erstrecken sich beim Erkalten im allgemeinen die negativen Zonen von den grossen Pyramidenflächen des oberen Endes über die Seitenkanten, welche keine trigonalen Gestalten tragen, hinweg zu den am unteren Ende nach rechts gelegenen grossen Pyramidenflächen, während sich die positiven Zonen in gleicher Richtung von den kleinen Pyramidenflächen des oberen Endes über die mit trigonalen Flächen versehenen Kanten zu den am unteren Ende rechts liegenden kleinen Pyramidenflächen hinabziehen. Bei den rechten Krystallen gehen die negativen Zonen von den grossen Pyramidenflächen des oberen

1) Hankel, *ibid.* 20. p. 457–547. 1881.

Endes über die nicht mit trigonalen Gestalten versehenen Kanten zu den am unteren Ende links liegenden grossen Pyramidenflächen, und die positiven von den kleinen Pyramidenflächen des oberen Endes über die trigonale Gestalten tragenden Kanten zu den links liegenden kleinen Pyramidenflächen des unteren Endes. Eine Umkehrung des Krystalles, wobei das untere Ende zum oberen gemacht wird, läst selbstverständlich die schiefen Lagen der Zonen ungeändert.

6) Abweichungen von der normalen Bildung haben Aenderungen in der Ausbreitung der electricischen Zonen auf der Oberfläche im Gefolge. Solche Abweichungen entstehen namentlich durch Verwachsungen zweier Individuen. Jedes der in einem scheinbar einfachen Krystalle vorhandenen Individuen zeigt auf seinen an die Oberfläche tretenden Flächenstücken möglichst die denselben entsprechende Polarität.

7) An den Enden der Hauptaxe, nach welcher keine hemimorphe Bildung statt hat, erscheinen ebenfalls electricische Spannungen, aber von gleicher Art. An normal gebildeten Krystallen sind beide Enden der Hauptaxe beim Erkalten positiv.

8) Bei Temperaturen über 200° verschwindet die während der Erhitzung aufgetretene electricische Spannung.

II. Actinoelectricität.

1) Treffen Wärmestrahlungen einen einfachen Bergkrystall, so entstehen an den Enden der hemimorph gebildeten Nebenaxen, also auf den sechs Kanten des Prismas, electricische Pole.

2) Die electricische Spannung wächst bei der Bestrahlung anfangs rasch, dann langsamer und erreicht in 40 Secunden nach deren Beginn ihr Maximum.

3) In dem gleichen Zeitraume von 40 Secunden verschwinden nach dem Aufhören der Bestrahlung die electricischen Spannungen, indem sie anfangs rasch, dann langsamer abnehmen.

4) Auf den mit den Flächen der trigonalen Gestalten versehenen Kanten¹⁾ treten bei der Bestrahlung positive, auf

1) Oder auf den Kanten, auf welchen die Flächen der trigonalen Gestalten liegen würden, wenn sie vorhanden wären.

den übrigen drei Kanten negative Pole auf. Bei der Bestrahlung zeigen also die Kanten dieselbe electriche Polarität, welche sie thermoelectrisch bei der Abkühlung annehmen.

5) Die Richtung, in welcher die Wärmestrahlung den Krystall trifft, ist in Bezug auf die Art der auf den Kanten auftretenden Electricität gleichgültig; die Strahlen können selbst parallel mit der Hauptaxe durch den Krystall gehen.

6) Die Quelle, aus welcher die Strahlung kommt, kann jede beliebige sein: Sonnenlicht, electriche Kohlenlicht, Gasflamme, Kerzenflamme, mit heissem Wasser gefüllter Metallwürfel, erwärmte Metallkugel u. s. w.

7) Die Stärke der auf derselben Kante eines Krystalles erregten electricen Spannung ist proportional der Intensität der Bestrahlung.

8) Die Strahlen, welche die Actinoelectricität hervorufen, sind nicht genau dieselben, welche von dem berussten Ende einer Thermosäule absorbiert werden. Bei dem Durchgange durch farblose und gefärbte Glasplatten werden die actinoelectrischen Strahlen mehr geschwächt, als die auf die Thermosäule wirkenden.

9) Bei zusammengesetzten Krystallen zeigt jedes auf der Oberfläche erscheinende Stück möglichst die ihm entsprechende Polarität.

10) Der Vorgang für die Erzeugung der Actinoelectricität ist umkehrbar. Beim Annähern oder Auflegen einer kalten Metallkugel auf die Kante eines erhitzten Bergkrystalles entsteht infolge der Strahlung seitens des Krystalles auf die genäherte Kugel eine electriche Erregung, wie sie thermoelectrisch bei steigender Temperatur sich zeigen würde.

III. Piezoelectricität.

1) Bei Ausübung eines Druckes in der Richtung einer Nebenaxe des Bergkrystalles entstehen, wie J. und P. Curie gefunden haben, polarelectriche Spannungen an den Enden dieser Axe, und zwar sind dieselben an den trigonale Gestalten tragenden Kanten negativ, an den anderen positiv.

Beim Nachlassen des Druckes treten die entgegengesetzten Polaritäten auf.

2) Ich habe nun gezeigt, dass die in der oben angegebenen Vertheilung auftretenden Polaritäten der von J. und P. Curie aufgestellten Regel, wonach Druck und Abkühlung (Nähern der Molecüle), und ebenso andererseits Nachlassen des Druckes und Erwärmung (Entfernung der Molecüle von einander) dieselbe Modification der Electricität hervorrufen sollen, widersprechen.

3) Beim Zusammendrücken in der Richtung der einen Nebenaxe zeigen die Endpunkte der anderen beiden Nebenaxen die einer Ausdehnung entsprechenden Polaritäten; ebenso beim Druck in der Richtung einer Zwischenaxe (Verbindungsline der Mitten zweier gegenüber liegenden Seitenflächen) die Enden der darauf senkrechten Nebenaxe.

4) Bei zusammengesetzten Krystallen zeigt jedes an der Oberfläche erscheinende Stück möglichst die ihm entsprechende Polarität.

Gegen eine Anzahl der im Vorstehenden aufgeführten Sätze haben nun in einem Aufsatz: „Sur la pyroelectricité du quartz“¹⁾ die Hrn. C. Friedel und J. Curie Einwendungen erhoben, die sich im wesentlichen darauf reduciren, dass die von mir angegebene thermoelectrische Vertheilung nur Folge einer unregelmässigen Erkaltung sei, dass die thermoelectrischen Pole auf den Kanten des Bergkrystalles vielmehr das umgekehrte Zeichen erhalten müssen, und so nach die am Bergkrystalle auftretenden piëoelectrischen Vorgänge mit der von Curie aufgestellten Regel übereinstimmen. Schliesslich sollen nach ihnen auch die actino-electrischen Vorgänge als besondere nicht existiren, sondern ebenfalls nur unregelmässigen Erhitzungen ihre Entstehung verdanken.

Ich werde indess den strengen Nachweis führen, dass die obigen Einwendungen in jeder Beziehung durchaus unbegründet sind.

1) C. Friedel u. J. Curie, Bull. de la société minéralogique de France. 5. p. 282—296. Dec. 1882.

Zur Zurückweisung dieser Einwendungen bedürfte es eigentlich nur des Hinweises auf die in meinen Abhandlungen mitgetheilten speciellen Beobachtungen. Da jedoch gerade in der letzten Zeit der Bergkrystall in electricischer Beziehung vielfach in Anspruch genommen worden, so will ich, um auch nicht das geringste Bedenken gegen meine Versuche und die daraus gezogenen Schlüsse bestehen zu lassen, durch ganz specielle Versuche die Ansichten der Herren Friedel und Curie als irrthümlich nachweisen.

Ad I. a) Beschaffenheit der thermoelectrischen Pole. — Nach meinen Beobachtungen liegen, wie ich oben angeführt habe, beim Erwärmen die thermoelectrisch positiven Pole auf den Kanten, welche keine trigonalen Gestalten tragen, die negativen auf den mit solchen Flächen versehenen Kanten; beim Erkalten sind die electricischen Spannungen auf den ersteren Kanten negativ, auf den letzteren positiv. Hr. Friedel hat nun in einer früheren Mittheilung¹⁾ die Beschaffenheit der electricischen Pole auf den Kanten gerade entgegengesetzt angegeben und hält diese Ansicht in dem zuvor p. 822 citirten Aufsätze vom Jahre 1882 aufrecht.

Bei meiner ersten, in meiner Habilitationsschrift vom Jahre 1840 veröffentlichten Untersuchung der thermoelectrischen Vorgänge am Bergkrystall hatte ich den Krystall auf einer Metallplatte frei liegend erhitzt und ebenso abkühlen lassen und zur Bestimmung der electricischen Spannungen die Spitze eines isolirten, durch einen sehr dünnen Draht mit dem Goldblättchen eines Electrometers verbundenen Platindrahtes den verschiedenen Punkten der Oberfläche bis zur Berührung genähert. Da jedoch bei diesem Verfahren die Beobachtung der auf dem berührten Flächenstücke vorhandenen Polarität durch die Vertheilungswirkung der auf den benachbarten Theilen befindlichen entgegengesetzten Electricitäten oft sehr wesentlich gestört wurde, so hüllte ich später den Krystall bis auf die zu prüfende Fläche oder Kante in Eisen- oder Kupferfeilicht ein. Hierdurch

1) Ch. Friedel, Bull. de la société minéralogique de France. 2. No. 2. p. 34. 1879.

wurden alle auf den bedeckten Theilen befindlichen electrischen Spannungen unwirksam gemacht, und es übten nur noch die auf den freien Theilen vorhandenen eine Vertheilung auf den mittelst einer Hebelvorrichtung, jedoch nicht bis zur Berührung, genäherten Draht aus.

Die Hrn. Ch. Friedel und Curie haben nun nach diesem Verfahren meine Versuche am Bergkrystalle wiederholt und die von mir gemachten Angaben bestätigt. Sie sagen: „Nous avons obtenu ainsi des résultats s'accordant en général avec ceux de M. Hankel.“

Die auf diese Weise beobachteten Polaritäten sollen nun aber nach der Ansicht der Hrn. Friedel und Curie nicht wahre thermoelectrische Spannungen darstellen, sondern nur durch eine unregelmässige (irrégulier) Abkühlung des Krystalles hervorgerufene piëzoelectrische sein. Die von dem Kupferfeilicht bedeckten seitlichen Theile müssten rascher erkalten, als die frei an der Luft liegenden; infolge dessen trete eine seitliche Zusammenpressung ein, welche in der Richtung der vertical gestellten Nebenaxe eine Ausdehnung und somit eine dieser entsprechende Polarität erzeuge.

Der Unterschied in der Temperatur der freiliegenden, und der bedeckten Theile der Krystalloberfläche lässt sich nun aber sehr vermindern, wenn man den Krystall in eine grössere Menge Kupferfeilicht einsetzt. In einem kupfernen Kasten von 93 mm Länge und 85 mm Breite wurde ein Bergkrystall¹⁾ in das Kupferfeilicht so eingesetzt, dass eine Kante²⁾ frei blieb, und die in ihr endigende Nebenaxe vertical stand. Die Länge dieser Nebenaxe betrug 23 mm; der Abstand der beiden mit ihr parallelen Prismenflächen mass 19 mm. Die am unteren Ende der vertical gerichteten Nebenaxe befindliche Kante³⁾ war 3 bis 4 mm von dem Boden des kupfernen Gefässes entfernt, und das Kupferfeilicht in

1) Es war der in der Abb. von 1881 unter Nr. 4 aufgeführte. Ich werde die prismatischen Seitenflächen, ebenso wie in jener Abhandlung mit den Zahlen 1 bis 6, und die Kanten durch Zusammenstellung der Flächen, welche in ihnen zum Durchschnitt kommen, bezeichnen.

2) Die Kante (1. 2).

3) Die Kante (4. 5).

solcher Menge eingeschüttet, dass seine Oberfläche im Niveau der freigelassenen Kante lag. Auf jeder Seite der Kante war ein 4 bis 5 mm breiter Streifen von dem Feilicht befreit.

Der kupferne Kasten mit seinem Inhalte wurde längere Zeit in einem Ofen auf einer Temperatur von 135° gehalten. Nach dem Herausnehmen drückte ich ein Thermometer mit cylindrischem Gefässe dicht an der einen verticalen Prismenfläche des Krystalles in das Kupferfeilicht und stellte den Kasten zur Abkühlung auf den Rand eines anderen kupfernen Gefässes. Auf die freistehende Kante wurden winzig kleine Brocken eines bei $51,8^{\circ}$ schmelzenden Stearins gebracht. Als das dicht neben dem Krystall stehende Thermometer 52° zeigte, schmolz das Stearin noch, behielt aber seinen festen Zustand, als das Thermometer 51° angab. Im vorliegenden Falle ist also, selbst unter der Annahme, dass die bedeckte Krystallfläche nicht noch etwas wärmer gewesen als das anliegende Thermometer, der Unterschied zwischen den freien und bedeckten Theilen ein sehr geringer.

Es ist nun aber auch nicht schwer, die Temperaturverhältnisse umzukehren, und die bedeckten Theile wärmer zu erhalten als die freien. Zu diesem Zwecke wurde anstatt des Kupferfeilichts Sand genommen und der Krystall in gleicher Weise eingehüllt. Der Kasten mit seinem Inhalte war längere Zeit einer Temperatur von 90° ausgesetzt gewesen. Als bei der Abkühlung das neben der prismatischen Seitenfläche stehende Thermometer 53° zeigte, schmolz das auf die freie Kante gelegte Stearin nicht mehr. Jetzt waren also die freien Theile kälter als die bedeckten, es musste also, umgekehrt wie zuvor, eine Ausdehnung senkrecht zu der vertical gerichteten Nebenaxe, und also nach dieser eine Zusammenziehung stattfinden. Wäre die Meinung der Hrn. Friedel und Curie richtig, so hätte bei dem sich im Sande abkühlenden Krystalle auf der frei liegenden Kante die entgegengesetzte Polarität von der auf dem im Kupferfeilicht erkaltenden Krystalle auftreten müssen.

Als nun die Kante auf ihr electricisches Verhalten untersucht wurde, zeigte sie dieselbe electricische Spannung, sowohl wenn der Krystall in der oben angegebenen Weise in Kupfer-

feilicht, als auch, wenn er in Sand eingehüllt ward. Befand sich der Krystall in Sand eingehüllt, so liess sich nicht nur die Electricität der freiliegenden Kante beobachten, sondern auch links und rechts neben ihr konnten über dem Sande die entgegengesetzten, den benachbarten Kanten angehörigen electrischen Spannungen wahrgenommen werden, weil ihre Vertheilungswirkung auf den genäherten Platindraht durch Sand nicht gehindert wurde.

Sonach hat also der Umstand, ob das freiliegende Flächenstück etwas wärmer oder kälter ist als der bedeckte Theil der Krystalloberfläche, keinen Einfluss auf die nach meinem Verfahren beobachteten thermoelectrischen Spannungen, und es sind dieselben also nicht durch eine unregelmässige Abkühlung hervorgerufene piezoelectrische.

Die Hrn. Friedel und Curie suchen die Ursache der thermoelectrischen Spannungen allein in dem Auftreten ungleichen Druckes und kommen zu dem Schlusse, dass die durch eine regelmässige Erhitzung auf der Oberfläche des Bergkrystalles entwickelte Electricitätsmenge auf irgend einer Fläche gleich Null sein müsse.¹⁾

Um diese Folgerung zu prüfen, erhitzten sie einen Bergkrystall längere Zeit auf 180 bis 200°, fassten denselben in eine Pincette, die ihn nur in zwei Punkten berührte, und liessen ihn dann in der Luft frei erkalten, um die Abkühlung möglichst regelmässig (aussi régulièrement que possible) zu gestalten. Als sie dann den Krystall mittelst eines angehängten Platindrahtes untersuchten, fanden sie keine Electricität oder nur auf ganz unregelmässige Weise vertheilte Spuren derselben²⁾, obwohl an dem Electrometer noch $\frac{1}{100}$ der Spannung eines Daniell'schen Elementes beobachtet werden konnte.

1) Il serait du reste facile d'établir, que la quantité d'électricité dégagee par un échauffement régulier sur une surface quelconque doit de même être nulle.

2) En opérant ainsi nous n'avons point trouvé d'électricité sur les cristaux, ou seulement des traces distribuées d'une façon tout à fait irrégulière. Nous avons opéré de même sur les lames taillées perpendiculairement à l'un des axes d'héminorphisme et nous n'avons pas davantage trouvé d'électricité.

Dieser Ausspruch setzt mich in Verwunderung; es müssen höchst unglückliche Umstände bei den Versuchen der Hrn. Friedel und Curie obgewaltet haben, wodurch es ihnen unmöglich geworden, die auf den frei in der Luft erkaltenden Bergkrystallen auftretenden electricen Spannungen wahrzunehmen. Ich werde durch specielle Versuche beweisen, dass auf den frei in der Luft erkaltenden Bergkrystallen electriche Spannungen entstehen, und dass die Pole gerade dieselbe Lage haben, wie bei der Prüfung der in Kupferfeilicht oder Sand eingehüllten Krystalle. Bei den Beobachtungen auf dem ringsum freien Krystalle kann natürlich der Fall eintreten, dass ein infolge der Bildung des Krystalles schwacher Pol, welcher zwischen zwei entgegengesetzt electricen starken oder auch nur neben einem solchen sehr starken Pole liegt, bei der Prüfung mittelst des angenäherten Platindrahtes nicht in seiner eigentlichen Beschaffenheit wahrgenommen werden kann, weil die starken entgegengesetzt electricen seitlichen Pole die schwächere Vertheilungswirkung des unterhalb der Spitze des Platindrahtes liegenden überbieten. Wie schon oben erwähnt, ist es gerade dieser Umstand gewesen, der mich zur Einhüllung der Krystalle in eine leitende Substanz bewogen hat.

Ein Bergkrystall¹⁾ wurde mit seinem unteren Ende mittelst Gummi arabicum auf einem Korce befestigt und längere Zeit bis 190° erhitzt. Der Kork war unten in der Richtung seiner Axe mit einer Durchbohrung versehen, mittelst welcher er auf einen neben der zur Annäherung des Platindrahtes dienenden Hebelvorrichtung befindlichen horizontalen starken cylindrischen Messingdraht aufgesteckt werden konnte. Der Bergkrystall lag dann mit seiner Hauptaxe horizontal unterhalb des mit dem Goldblättchen des Electrometers verbundenen Platindrahtes und durch Verschieben und Drehen des Messingdrahtes in der Hülse seines Trägers, sowie durch Verschieben der Schlitten der Hebelvorrichtung

1) Der in meiner Abhandlung von 1866 mit Nr. IV bezeichnete und auf Taf. I unter Fig. 9 und 10 abgebildete. Die Seitenflächen sind oben mit denselben Ziffern bezeichnet, wie in jener Abhandlung.

liess sich mit Leichtigkeit jeder Punkt einer Kante oder Fläche des Krystalles mittelst Annäherung des Platindrahtes auf seine electriche Spannung untersuchen. Die Empfindlichkeit des Electrometers war so gross, dass die Spannung an dem einen Pole eines Daniell'schen Elementes, dessen anderer Pol zur Erde abgeleitet war, einen Ausschlag des Goldblättchens von 39 Scalentheilen hervorbrachte ($D = 39$).¹⁾

Ich will der Kürze wegen nur die auf einem in halber Höhe durch den Krystall gelegten Querschnitte beobachteten electricen Spannungen anführen. Es werde der linke Endpunkt einer Seite dieses Querschnittes mit d , die Mitte derselben mit e und der rechte Endpunkt mit f bezeichnet. Der Punkt f der Fläche 1 und der Punkt d der Fläche 2 liegen also dicht neben der Mitte der Kante (1.2). Die folgende Tabelle gibt die auf den verschiedenen Punkten dieses Querschnittes einige Zeit nach dem Beginn des Erhaltens beobachteten electricen Spannungen.

	d	e	f	Kante (Mitte)
Fläche 1.	-21	-21	+42	(1.2)+50
„ 2.	+62	## ²⁾	+13	(2.3)+ 8
„ 3.	- 4	+13	##	(3.4) ##
„ 4.	##	##	- 7	(4.5)-11
„ 5.	-40	-37	+21	(5.6)+29
„ 6.	+53	##	-48	(6.1)-33

Der auf die Kante (2.3) fallende negative Pol vermag nur am linken Rande der Fläche 3 aufzutreten; auf der Kante (2.3) selbst gibt er sich nur durch die geringe Stärke der positiven Spannung kund.

Ein anderer Bergkrystall³⁾ wurde ebenso behandelt, und die folgenden Spannungen beobachtet.

1) In dieser Weise $D = 39$ werde ich im Folgenden kurz die Empfindlichkeit des Electrometers bezeichnen.

2) Die Zeichen ## und = bedeuten eine so starke electriche Spannung, dass das Goldblättchen ganz aus dem Gesichtsfelde des Mikroskops hinaus getrieben wurde.

3) Der in der Abh. von 1881 mit Nr. 4 bezeichnete und in Fig. 4 auf Taf. I derselben abgebildete Krystall.

	d	e	f	Kante (Mitte)
Fläche 1.	=	+ 5	+50	(1. 2) +44
2.	+44	-32	=	(2. 3) -70 ¹⁾
3.	-68	+42	+70	(3. 4) +70
4.	≠	+37	+28	(4. 5) +35
5.	+53	≠	+45	(5. 6) +22
6.	+13	-38	=	(6. 1) =

Bei diesem Krystalle vermag auf der Kante (4.5) die ihr entsprechende negative Spannung nicht sichtbar zu werden: dieselbe tritt aber sehr bestimmt auf, wenn der Krystall bis auf diese Kante in Kupferfeilicht eingesetzt wird.

Die beiden mitgetheilten Beobachtungsreihen werden genügen, um die Behauptung der Hrn. Friedel und Curie, dass auf der Oberfläche eines regelmässig erkaltenden Bergkrystalles electriche Spannungen theoretisch nicht zu erwarten wären und auch thatsächlich sich nicht zeigten, als unbegründet zu widerlegen. Der mit seinem unteren Ende an dem sehr schlecht leitenden Korke befestigte Bergkrystall kühlte sich sicherlich noch regelmässiger ab, als der in der metallischen Pincette an zwei Punkten gefasste.

Aus allen im Vorstehenden angeführten Versuchen ergibt sich also das unumstössliche Resultat, dass die von mir angegebene thermoelectrische Vertheilung in Wirklichkeit vorhanden ist.

b) Verbreitung der electricen Polaritäten auf der Oberfläche der Bergkrystalle. Oben p. 819 habe ich die eigenthümlich schief von oben nach unten gehende Richtung der electricen Zonen auf kurzen, ringsum normal ausgebildeten Bergkrystallen beschrieben und angegeben, wie diese Richtung bei den sogenannten rechten und linken Krystallen verschieden ist. Die Hrn. Friedel und Curie meinen, dass ich durch eine vorgefasste Idee über einen Zusammenhang der plagiëdrischen Hemiëdrie und der nicht deckbaren rechten und linken Gestalten mit den electricen Erscheinungen zu jenem Ausspruche gekommen sei. Diese

1) Die Mikrometerscala enthielt beiderseits nur 50 Selth.; blieb das Goldblättchen überhaupt noch sichtbar, so wurden die grösseren Ausschläge als 50 nur geschätzt.

Aeusserung muss ich jedoch mit aller Bestimmtheit zurückweisen; nicht eine vorgefasste Idee, sondern die Betrachtung der auf dem Krystall Nr. XI (einem sogenannten linken) meiner ersten Abhandlung (1866) beobachteten und in das Taf. II Fig. 29 gezeichnete Netz desselben eingetragenen electricischen Spannungen wies deutlich auf die schiefe Lage der electricischen Zonen hin, und die Vergleichung dieser Vertheilung mit der auf Taf. I Fig. 4 derselben Abhandlung abgebildeten Vertheilung auf einem rechten Krystalle zeigte hinlänglich den Unterschied in der Richtung der electricischen Zonen bei linken und rechten Bergkrystallen. Eben diese schiefe, mit dem Gegensatze von rechten und linken Krystallen zusammenhängende Richtung bestätigen auch die in die Netze der Krystalle Nr. 1, 2 und 3 der zweiten Abhandlung (1881) eingetragenen Beobachtungen.

Jedem, der die in diese Krystallnetze eingetragenen Beobachtungen betrachtet, muss der Unterschied zwischen sogenannten rechten und linken Krystallen auffallen, und ich kann mich daher hier mit einer Hinweisung auf jene Zeichnungen vollständig begnügen; und dies um so mehr, da auch die Hrn. Friedel und Curie die gedrehte Lage der Zonen auf den ringsum ausgebildeten Krystallen mit kleinen Prismenflächen anerkennen; nur scheint sie ihnen rein zufällig und vielleicht aus der äusseren Form der Pyramiden und aus der daraus entstandenen Ungleichheit der Temperatur hervorgegangen zu sein. Nun, die Anzahl der in beiden Abhandlungen gegebenen, zuvor angeführten Abbildungen der eben bezeichneten Krystalle dürfte hinreichen, um blosser Zufälligkeit auszuschliessen.

Dass durch die Einschiebung längerer Prismenflächen und durch eine infolge kleinerer eingefügter um 180° gedrehter Stücke bewirkte anomale Ausbildung der Pyramidenflächen die schiefe Lage mehr oder weniger undeutlich wird, ist wohl selbstverständlich.

Aus der angegebenen Verbreiterung der beiden Electricitäten auf der Oberfläche der ringsum normal ausgebildeten Krystalle folgt nicht, dass die electricischen Axen nur Axen im geometrischen Sinne sein können. Der Bergkrystall ist

in der Richtung seiner Nebenaxen hemimorph, und infolge dieser Bildung ist wohl zu erwarten, dass ebenso wie beim Turmalin jedes Bruchstück in der Richtung der hemimorphen Axen seine Pole bewahrt.¹⁾ Dieser Satz gilt aber nicht mehr für das thermoelectrische Verhalten symmetrischer Substanzen, bei denen, wie ich an vielen Beispielen (Topas, Schwerspath, Apophyllit, Brucit, Gyps, Orthoklas, Pennin u. s. w.) gezeigt habe, die electricische Vertheilung auf Bruchstücken eine andere sein kann, als auf dem ganzen Krystalle.

Ad II. Es ist den Herren Friedel und Curie nicht gelungen, die von mir entdeckten actinoelectrischen Spannungen zu beobachten. Sie haben die Strahlung einer Gasflamme durch eine Flussspathlinse auf den Bergkrystall geleitet und dabei nur schwache und unregelmässige Anzeichen von Electricität erhalten. Da keine weiteren Details von ihnen angegeben werden, so vermag ich natürlich den Grund dieses Misserfolges nicht nachzuweisen. Flussspath ist wohl nie in sehr grossen reinen Stücken zu haben und lässt auch weniger vollkommen die Wärme durch, als Steinsalz. Weit besser wäre es gewesen, den von mir meistens benutzten Hohlspiegel oder auch selbst einfach die directe Strahlung der Flamme zu benutzen. Bei empfindlichen Krystallen reicht, wie ich in meiner Abhandlung schon erwähnt, ein in die Nähe des Bergkrystalles gehaltenes brennendes Streichhölzchen oder die Flamme eines Wachsstockes hin, um sehr beträchtliche Ausschläge im Electrometer hervorzurufen. Die Herren Friedel und Curie sprechen selbst die Vermuthung aus, dass es ihnen vielleicht nicht gelungen, sich genügend dem von mir angewandten Verfahren zu nähern. Sie fordern den Nachweis, dass die actinoelectrischen Erscheinungen eine von der Thermoelectricität verschiedene Ursache haben und nicht einfach durch eine unregelmässige Erwärmung hervorgerufen werden.

1) Ich selbst habe bis jetzt keine Beobachtungen an parallel mit der Hauptaxe zerschnittenen Bergkrystallen angestellt. Aus den von Hrn. Friedel mit senkrecht gegen die electricischen Axen geschnittenen Platten angestellten Versuchen ergibt sich keine Abweichung von den an vollständigen unverletzten Krystallen von mir gemachten Beobachtungen.

Die Beweise für die Verschiedenheit der Actinoelectricität und der Thermoelectricität habe ich in meiner Abhandlung bereits niedergelegt, und ebenso finden sich Versuche darin, welche darthun, dass eine infolge der Bestrahlung eintretende unregelmässige Erwärmung nicht die Ursache der Actinoelectricität sein kann. Ich will indess hier dieselben nochmals zusammenstellen und durch neue Beobachtungen weiter stützen.

a) Die in meinen beiden Abhandlungen und ebenso die im vorhergehenden Abschnitte mitgetheilten Beobachtungen beweisen, dass diejenigen Kanten, welche trigonale Gestalten tragen, beim Erwärmen negativ und beim Erkalten positiv werden, während die drei anderen Kanten beim Erwärmen positiv und beim Erkalten negativ werden. Bei der Bestrahlung tritt jedoch auf den ersteren Kanten positive, auf den letzteren negative Polarität auf¹⁾, also dieselbe, welche auf diesen Kanten bei der Abkühlung sich zeigt. Wäre die Actinoelectricität thermoelectrischen Ursprungs, so müssten, weil die Bestrahlung doch unbedingt eine Erhöhung der Temperatur des Krystalles hervorbringt, die Electricitäten gerade die entgegengesetzten sein. Die Actinoelectricität kann also nicht durch denselben Vorgang entstehen, wie die Thermoelectricität.

b) Dies letztere geht ferner daraus hervor, dass die Actinoelectricität in ungefähr 40 Secunden nach dem Beginn der Bestrahlung ihr Maximum erreicht und ebenso auch wieder in einem solchen Zeitraume nach dem Aufhören der Bestrahlung verschwindet²⁾, während die thermoelectrischen Spannungen sich nur sehr langsam mit der Erwärmung und Abkühlung der Masse des Krystalles entwickeln.

c) Die actinoelectrischen Spannungen entstehen nicht durch ungleiche Erwärmungen.

In meiner Abhandlung habe ich bereits angegeben, dass für das Auftreten der Actinoelectricität überhaupt die Richtung, in welcher die Wärmestrahlen auf den Krystall treffen,

1) Hankel, l. c. p. 509 ff.

2) Hankel, l. c. p. 513 ff.

gleichgültig ist, dass die Strahlen selbst parallel mit der Hauptaxe, also senkrecht gegen die Nebenaxen gehen können.¹⁾

Um eine möglichst gleichförmige Bestrahlung zu erhalten, wurde jetzt ein Bergkrystall²⁾, ähnlich wie im vorhergehenden Abschnitte, mit seinem unteren Ende auf einem Korce befestigt und mit diesem auf den Messingstab gesteckt, sodass seine Hauptaxe horizontal lag. In der Verlängerung der Hauptaxe stand ein Hohlspiegel, welcher die von zwei dicht hintereinander brennenden Gasflammen ausgehenden Wärmestrahlen möglichst parallel mit der Hauptaxe auf den Krystall sandte. Es wurden zwei Flammen genommen, um ein sehr grosses, nahe gleichmässig bestrahltes Feld zu erhalten. Der Krystall konnte mittelst des cylindrischen Messingstabes um seine Axe gedreht, und die an der Hebelvorrichtung angeschraubte und mit dem Goldblättchen des Electrometers in Verbindung stehende Kugel auf die jedesmal obere Kante desselben aufgelegt werden.

In einer solchen Versuchsreihe, bei welcher $D = 55$, wurde beobachtet auf der Kante:

	(1. 2)	(2. 3)	(3. 4)	(4. 5)	(5. 6)	(6. 1)
der Ausschlag	+90	-50	+54	-60	+81	-49

Es traten also dieselben Electricitäten an den einzelnen Kanten auf, wie solche bei der Bestrahlung in der Richtung einer Nebenaxe sich gezeigt hatten.³⁾

d) In meiner Abhandlung⁴⁾ habe ich ferner angeführt, dass, wenn die Bestrahlung einige Minuten fortgesetzt wird, sich infolge der Erwärmung der Masse des Krystalles neben der Actinoelectricität gleichzeitig auch die Thermoelectricität zu entwickeln beginnt. Letztere ist aber der ersteren entgegengesetzt; es beginnt also der durch die Actinoelectricität hervorgerufene Ausschlag abzunehmen, oder, wenn man das Electrometer entladen hat, das Goldblättchen nach der entgegengesetzten Seite zu gehen. Dabei besteht aber die Actinoelectricität im Krystalle fort, solange die Bestrahlung an

1) Hankel, l. c. p. 507.

2) Der in der Abh. von 1881 mit Nr. 12 bezeichnete.

3) Hankel, l. c. Taf. II Fig. 12 C.

4) Hankel, l. c. p. 510.

hält. Gesetzt, die kupferne Kugel wäre an die Kante (1.2) des zuvor benutzten Krystalles angelegt, welche bei der Bestrahlung positiv wird. Hat man das Electrometer entladen, so bleibt auf der Kugel die entsprechende Menge negativer Electricität gebunden; während durch die entstehende schwache negative Thermoelectricität umgekehrt in der Kugel eine entsprechend schwache positive gebunden wird. Wäre die Thermoelectricität allein vorhanden, so würde in den ersten Secunden nach dem Auslöschen der bestrahlten Flamme das Goldblättchen seine Lage nicht oder nur sehr wenig ändern, indem die Erkaltung der Masse des Krystalles erst allmählich sich einstellt; infolge der durch das Verschwinden der Actinoelectricität auf der Kugel frei werdenden negativen Electricität zeigt dagegen das Goldblättchen einen fast ebenso grossen negativen Ausschlag, wie zuvor beim Eintritt der Bestrahlung positiven.

e) Eben diese Vorgänge lassen sich auch ohne Flamme blos durch das Auflegen einer warmen Metallkugel auf die Kante eines Bergkrystalles erhalten, wie ich gleichfalls in meiner Abhandlung¹⁾ schon angegeben habe. Mittelst der Hebelvorrichtung wurde eine ungefähr 70° warme Messingkugel von 25 mm Durchmesser auf die mit trigonalen Flächen versehene Kante eines Bergkrystalles²⁾, welcher, um ihm eine feste Lage zu geben, bis auf diese Kante in Kupferfeilicht eingesetzt war, aufgelegt. Es entstand ein Ausschlag von +45 Scalentheilen. Das Electrometer wurde 40 Secunden nach dem Auflegen entladen und wieder isolirt. Das Goldblättchen ging jetzt nach der negativen Seite, in einer Minute bis -10. Das Electrometer wurde wieder entladen. Wäre nun blos die negative Thermoelectricität an der Kante vorhanden gewesen, so hätte die Kugel nur gebundene positive Electricität enthalten können, und beim Abheben der Kugel von der Kante hätte das Goldblättchen einen positiven Ausschlag von ungefähr 10 Scalentheilen zeigen müssen. Thatsächlich entstand aber beim Abheben ein starker negativer Ausschlag von -25 Scalentheilen, ein Beweis, dass die positive Actino-

1) Hankel, l. c. p. 520.

2) Der in der Abb. von 1881 mit Nr. 8 bezeichnete; Kante (3.4).

electricität fortbestanden, und nur in ihrer Vertheilungswirkung durch die geringere negative Thermoelectricität etwas geschwächt worden war.

Es ist dies ein ganz anderes Verhalten, als die nur thermoelectrische Spannungen aufweisenden Krystalle, z. B. der Turmalin, darbieten. Wird z. B. auf das bei steigender Temperatur negative Ende eines Turmalins die zuvor beschriebene, auf 30 bis 40° erwärmte Kugel aufgelegt, so geht das Goldblättchen langsam und stetig nach der negativen Seite. Entladet man nun das Electrometer, isolirt es wieder und hebt die Kugel ab, so entsteht ein entsprechender positiver Ausschlag.

f) Die actinoelectrischen Vorgänge sind, wie ich ebenfalls in meiner Abhandlung¹⁾ gezeigt habe, umkehrbar; d. h. bei Annäherung eines kalten Körpers an die Kante eines Bergkrystalles entstehen ebenfalls actinoelectrische Spannungen auf diesen Kanten, nur mit entgegengesetzter Polarität, als wenn den Kanten ein warmer Körper genähert wird.

Ich erhitzte bei den früheren Versuchen die bis auf die zu prüfende Kante in Kupferfeilicht eingehüllten Bergkrystalle und näherte der freiliegenden Kante die zuvor beschriebene, auf der Temperatur des Zimmers befindliche Messingkugel bis zur Berührung. Bei diesem Verfahren wirkte aber gleichzeitig die auf dieser Kante vorhandene thermoelectrische Spannung auf die Kugel und musste bei der Beurtheilung des Resultates in Rechnung gezogen werden.

Ich habe jetzt diese umgekehrten actinoelectrischen Vorgänge in etwas abgeänderter Weise wiederholt, indem ich die Temperaturunterschiede dadurch hervorbrachte, dass ich den Bergkrystall auf der gewöhnlichen Zimmertemperatur beliess, dagegen aber den genäherten Körper abkühlte. Als solcher diente zunächst ein hohler Messingwürfel, der auf einer Seite geschwärzt, und mit einer Mischung aus Kochsalz und Schnee gefüllt war, sodass seine Temperatur bis -7 oder -8° sank.

1) Hankel, l. c. p. 592 ff.

Bei diesem Verfahren war zwar die Störung durch die Thermoelectricität des Krystalles ausgeschlossen, dafür trat aber eine andere ein. Es waren der Krystall und die an seiner Kante stehende kupferne Kugel nebst der Leitung zum Electrometer möglichst mit Metallschirmen bedeckt; dessenungeachtet wurde doch durch das bloss Hinstellen eines mit der Erde verbundenen Leiters (des durch einen Kupferdraht stets zur Erde abgeleiteten Messingwürfels von der Temperatur des Zimmers), die Vertheilungswirkung der in der Zimmerluft vorhandenen Electricität auf die Kupferkugel und ihre Leitung zum Electrometer so geändert, dass mehr oder weniger grosse Ausschläge im Electrometer entstanden. Als z. B. zufällig ein Bunsen'scher Brenner einige Minuten im Zimmer gebrannt hatte, rief das Hinstellen des auf Stubentemperatur befindlichen Messingwürfels, einfach durch seine Beschattung (wie ich es kurz nennen will) einen Ausschlag von 38 Scalentheilen hervor. Werden alle Veranlassungen zu beträchtlicher Ladung der Luft im Zimmer vermieden, so lässt sich jener Ausschlag sehr vermindern; ganz zu beseitigen ist er aber ohne grossartige Vorrichtungen nicht. Wird jedoch das Electrometer abgeleitet gehalten, während der Würfel von Stubentemperatur in die Nähe der Krystallkante gestellt wird, und dann erst isolirt, so bleibt das Goldblättchen ruhig in seiner Lage; die Aenderungen in den Vertheilungswirkungen verlaufen eben, da nur gute Leiter in Frage kommen, augenblicklich.

Um nun die Umkehrung der actinoelectrischen Vorgänge nachzuweisen, wandte ich ein die vorstehenden Bemerkungen berücksichtigendes Verfahren an. Der bis -7° abgekühlte und durch einen Kupferdraht mit der Erde in steter Verbindung bleibende Messingwürfel wurde mit seiner berussten Seite der Kante eines Bergkrystalles in 3 bis 5 mm Abstand gegenüber auf ein gleichfalls zur Erde abgeleitetes Metallblech gestellt, während das Electrometer abgeleitet blieb. Erst nach dem Zurückziehen der Hand vom Würfel wurde dann die Ableitung des Electrometers aufgehoben.

Ich will die an den sechs Kanten eines Bergkrystalles in dieser Weise ausgeführten Beobachtungen mittheilen, be-

merke aber, dass die angeführten Zahlenwerthe nicht streng vergleichbar sein können, weil der Würfel mit seiner berussten Fläche nicht immer in genau denselben Abstand von der Krystallkante hingestellt, und die Ableitung des Electrometers nicht immer in gleichem Zeitintervalle nach dem Hinstellen des Würfels aufgehoben worden. Die Zahlen sollen nur dienen, um eine angenäherte Vorstellung von der Grösse der Wirkungen zu geben.

Derselbe Krystall¹⁾, an welchem die p. 833 beschriebenen Versuche bei Bestrahlung angestellt wurden, stand mit seiner Hauptaxe vertical. Einer seiner Kanten wurde die berusste Seite des Würfels genähert; an der gegenüberliegenden Kante stand die mit dem Electrometer verbundene kupferne Kugel. $D = 80$.

Der -7° kalte Würfel stand:

vor der Kante	Kugel an der Kante	beobachtete Ausschläge	vor der Kante	Kugel an der Kante	beobachtete Ausschläge
(4. 5)	(1. 2)	- 28 Selth.	(1. 2)	(4. 5)	+ 28 Selth.
(5. 6)	(2. 3)	+ 15,4 „	(2. 3)	(5. 6)	- 25 „
(6. 1)	(3. 4)	- 22,2 „	(3. 4)	(6. 1)	+ 14 „

Die Vergleichung mit den auf p. 833 angeführten Beobachtungen zeigt, dass bei Annäherung des kalten Würfels stets die entgegengesetzte Spannung als beim Bestrahlen durch eine Flamme erzeugt wurden.

g) Eben diese Umkehrung der actinoelectricischen Vorgänge gelang auch, als eine auf ungefähr 0° abgekühlte Messingkugel auf die Kante eines Bergkrystalles von der Temperatur des Zimmers aufgelegt wurde.

Als z. B. diese Kugel auf die Kante (1. 2) des zuvor benutzten Krystalles gelegt wurde, entstand ein Ausschlag von - 34 Scalentheilen. Als die Kugel auf die Kante (2. 3) aufgelegt wurde, entstand ein Ausschlag von + 28 Scalentheilen u. s. w. Blieb die Kugel, nachdem die entstandene Actinoelectricität abgeleitet war, einige Minuten liegen, so erschien auf der ersten Kante der Abkühlung entsprechend positive, und auf der zweiten negative Thermoelectricität.

1) Krystall Nr. 12 der Abb. von 1881.

h) Das Entstehen und das Verschwinden der Actinoelectricität zeigen, wie ich nachgewiesen habe, gleichen Verlauf. Ich will hier die an der Kante eines Bergkrystalles nach dem Bestrahlen und dem Auslöschen der Flamme gemachten bereits in meiner Abhandlung¹⁾ mitgetheilten Beobachtungen neben einander stellen. In der ersten Columnne steht die Anzahl Secunden, welche seit dem Anzünden oder Auslöschen der Flamme verflossen sind, die zweite und vierte enthalten die zu dieser Zeit beobachteten Spannungen, die dritte und fünfte die Zuwächse oder Abnahmen in je fünf Secunden. Da kurz vor dem Auslöschen der Flamme das Electrometer entladen war, so geben die Zahlen der vierten Columnne ein Maass für das Verschwinden der Actinoelectricität. Thatsächlich sind sie die durch dieses Verschwinden in der an der Krystallkante stehenden Kugel frei werdenden Electricitäten.

Secunden verflossen	Bei Be- strahlung	Zunahme in 5 Sec.	Nach dem Auslöschen	Zunahme in 5 Sec.
0	0		0	
5	+18,7	+18,7	-18,5	-18,5
10	+28,5	+ 9,8	-26,0	- 7,5
15	+34,5	+ 6,0	-31,0	- 5,0
20	+37,5	+ 3,0	-36,0	- 5,0
25	+39,5	+ 2,0	-38,0	- 2,0
30	+41,0	+ 1,5	-40,0	- 2,0
35	—	—	-41,0	- 1,0

Wäre die Actinoelectricität nur eine Folge der Thermo-electricität, also erzeugt durch das Steigen und Sinken der Temperatur der Masse des Krystalles, so könnte der Verlauf der Zunahme der actinoelectricischen Spannungen und ihres Verschwindens unmöglich derselbe sein. Die Erwärmung erfolgt durch die auffallenden Strahlen der Lampe, die Erkaltung nach dem Auslöschen dagegen durch die Ausstrahlung des Krystalles gegen die Umgebung; beide Vorgänge müssen aber nothwendig einen sehr verschiedenen Verlauf haben.

Dagegen ist die Entwicklung und ebenso das Verschwinden der actinoelectricischen Spannungen mit der von

1) Krystall Nr. 12 der Abh. von 1881. p. 513 ff.

mir über ihre Entstehung aufgestellten Ansicht in vollem Einklange. Die Wärmeschwingungen setzen den im Krystall befindlichen Aether unter Betheiligung der materiellen Molecüle des Krystalles in electriche Schwingungen; dabei ist infolge der Theilnahme der materiellen Molecüle ein Widerstand zu überwinden, der mit der Entfernung vom ursprünglichen Zustande wächst, weshalb er durch eine gegebene Bestrahlungsintensität auch nur bis zu einer gewissen Höhe überwunden werden kann, sodass also für jede Intensität der Bestrahlung ein Maximum der actinoelectrischen Spannung existirt. Die Zunahme der Geschwindigkeit der electriche Schwingungen oder der electriche Spannung ist in jedem Augenblicke dem Unterschiede zwischen jenem Maximum und der bereits eingetretenen electriche Spannung (man könnte sagen, der noch verfügbaren Kraft) proportional.

Bedeutet, bei Anwendung einer bestimmten Bestrahlung, Y das erreichbare Maximum, und y die t -Secunden nach dem Beginne der Bestrahlung bereits eingetretene electriche Spannung, so ist $dy/dt = a(Y - y)$, wo a eine Constante darstellt. Durch Integration erhält man, da für $t = 0$, $y = 0$ ist, $y = Y - Ye^{-at}$.

Nach dem Aufhören der Bestrahlung wirkt das Streben, in den ursprünglichen Zustand zurückzukehren; dasselbe ist der noch vorhandenen electriche Spannung y proportional, und die Abnahme $-dy/dt = ay$. Hieraus folgt, da für $t = 0$, $y = Y$:

$$y = Ye^{-at}.$$

Das Wachsen und das Verschwinden der actinoelectrischen Spannung geschieht also nach demselben Gesetze.

Die oben p. 838 aus meiner Abhandlung mitgetheilten Versuche sind damals gar nicht zu dem Zwecke angestellt worden, um als Grundlage für eine Berechnung zu dienen; sie waren nur bestimmt, eine allgemeine Uebersicht über den Verlauf der actinoelectrischen Spannungen zu geben. Die Beobachtungen folgten in fünf Secunden aufeinander und mussten an dem fortwährend in Bewegung begriffenen Goldblättchen gemacht werden; es war also nicht möglich, den in dem betreffenden Zeitpunkte vorhandenen Ausschlag bis auf $1/10$ Scth.

abzulesen. Namentlich war auch das Auge bei der zweiten Beobachtungsreihe nach dem Auslöschen der Flamme schon ermüdet, sodass, wie die Zahlen der letzten Columnne ausweisen, die Messungen beim Verschwinden weniger genau ausgefallen sind.

Dessenungeachtet will ich aber die Beobachtungen beim Entstehen der thermoelectrischen Spannung nach der oben gegebenen Formel $y = Y - Ye^{-at}$ einer Berechnung unterwerfen. Es ist also $Y = 41$, und a sei angenähert zu 0,12 bestimmt. Die Berechnung nach der vorstehenden Formel liefert dann die in der dritten Columnne verzeichneten Werthe.

Secunden	Beobachtet	Berechnet	Berech. nach der zweiten Formel
0	0	0	0
5	+18,7	+18,5	+18,5
10	+28,5	+28,7	+28,8
15	+34,5	+34,2	+34,6
20	+37,5	+37,3	+37,9
25	+39,5	+39,0	+39,7
30	+41,0	+39,9	+40,7

Die Formel $y = Y - Ye^{-at}$ lässt das Maximum erst nach unendlich langer Zeit erreichen; thatsächlich tritt es aber infolge von gewissen Gegenwirkungen schon in begrenzter Zeit ein. Dieselbe kann daher die Messungen in der Nähe des Maximums nicht genau darstellen, wie auch die Vergleichung der berechneten Werthe mit den beobachteten nachweist.

Solche Gegenwirkungen bestehen schon in der infolge der Erwärmung der Masse auftretenden Thermoelectricität, welche der Actinoelectricität in ihrer Polarität entgegengesetzt ist. Nehmen wir z. B. an, dass das eigentliche Maximum 42 betrage, und durch die Entwicklung einer entgegengesetzten Spannung auf 41 herabgedrückt sei (was ungefähr der Wirklichkeit entspricht), so würde sich die obige Formel umwandeln in: $y = (Y + 1)(1 - e^{-at}) = Y - [(Y + 1)e^{-at} - 1]$, wo Y das beobachtete Maximum 41 bedeutet. Ebenso würde $y = (Y + 1)e^{-at} - 1$ die nach dem Auslöschen der Flamme zur Zeit t vorhandene Spannung ausdrücken. Setzt man

$a = 0,116$ und berechnet die Werthe von y nach dieser zweiten Formel, so ergeben sich die in der vierten Columnne der vorhergehenden Seite verzeichneten Werthe.

Nach den p. 838 mitgetheilten Beobachtungen erscheint das Verschwinden der Actinoelectricität einige Secunden mehr beansprucht zu haben, als das Wachsen bis zum Maximum. Diese geringe Verzögerung ist entweder eine Folge der durch die vorhergegangene Bestrahlung etwas erwärmten Metallschirme, welche den Krystall umgeben, oder der durch die Bestrahlung erzeugten Thermoelectricität, welche erst in einiger Zeit verschwindet.

Wie liesse sich, wenn die Actinoelectricität nur Thermoelectricität wäre, das Maximum, welches nach 30 bis 40 Secunden eintritt, erklären, da ja doch bei weiterer Bestrahlung die Erwärmung der Masse des Krystalles, also die Bedingung für das Entstehen der Thermoelectricität, fort-dauert, und auch, wie ich gezeigt habe, thatsächlich sehr allmählich wachsende aber entgegengesetzte thermoelectrische Spannungen hervorruft?

i) Die Actinoelectricität habe ich nur an den Bergkrystallen beobachten können; an den übrigen auf ihr thermoelectrisches Verhalten untersuchten hemimorphen und symmetrischen Krystallen habe ich keine Spur derselben nachzuweisen vermocht. Dieser Umstand weist also auch in aller Bestimmtheit darauf hin, dass die Actinoelectricität und Thermoelectricität auf verschiedenen Vorgängen beruhen.

Es existirt indess eine Substanz, auf welcher actinoelectricische Spannungen sich zeigen müssen, der Zinnober, der ebenso wie der Bergkrystall nach den Nebenaxen hemimorph ist, und in der Richtung seiner Hauptaxe eine Drehung der Polarisationssebene des Lichtes zeigt.¹⁾ Leider stehen mir

1) Wenn die Herren Friedel und Curie meinen, aus meiner Auffassung über die Entstehung der Actinoelectricität im Bergkrystalle folge nothwendig, dass auch z. B. der Turmalin nach seiner Hauptaxe eine Drehung der Polarisationssebene bewirken müsse, so beruht dieser Anspruch auf einem Versehen der beiden Herren. Im Bergkrystalle liegen die hemimorphen Axen, um welche ich den Aether leichter in der einen Richtung als in der entgegengesetzten drehbar betrachte, senkrecht gegen

keine hinreichend grossen Krystalle zu Gebote, an welchen ich mit Hoffnung auf Erfolg die Untersuchung hätte ausführen können. Die dunkle Färbung würde kein Hinderniss sein, da auch die braun gefärbten Bergkrystalle sehr gut actinoelectrische Spannungen zeigen.

Ad III. Wie schon p. 821 erwähnt, stimmen die electrischen Vorgänge bei Druckänderungen an Bergkrystallen nicht mit der von J. und P. Curie aufgestellten Regel (gleiche electrische Polarität bei Druck und Erkaltung, und wiederum gleiche bei Nachlassen des Druckes und Erwärmung) überein. Wenn die Hrn. Friedel und Curie in ihrem Aufsätze annehmen, dass diese Regel auch für den Bergkrystall Geltung habe, so liegt dieser Annahme eben die unrichtige Ansicht über die Beschaffenheit der thermoelectrischen Pole auf diesem Krystalle zu Grunde. Nachdem ich nun im ersten Abschnitte nochmals nachgewiesen habe, dass die von mir angegebene Lage der electrischen Pole die richtige ist, steht also das piezoelectrische Verhalten des Bergkrystalles mit jener Regel im bestimmten Widerspruche.

Die Hrn. Friedel und Curie suchen sämtliche thermoelectrische und actinoelectrische Vorgänge am Bergkrystalle auf die piezoelectrischen zurückzuführen. Dies ist aber nicht möglich, denn, wie ich schon früher gezeigt habe¹⁾, sind ausser beim Bergkrystalle, die bei dem Struvit und dem neutralen weinsauren Kali entstehenden thermoelectrischen Pole gerade die entgegengesetzten, als sie nach der Curie'schen Regel sein sollten.

Ferner entstehen, wie ich durch meine Untersuchungen gezeigt habe, auch auf vollkommen symmetrisch gebildeten Krystallen thermoelectrische Spannungen. Es sind dieselben von mir bis jetzt genauer bestimmt bei folgenden Substanzen:

1) Würfelsystem: Flussspath.

die Richtung, in welcher die Strahlen gehen müssen, wenn eine Drehung ihrer Schwingungsebene eintreten soll. Die Herren Friedel und Curie lassen aber beim Turmalin diese letztere Richtung mit der Richtung der hemimorphen Axe selbst zusammenfallen.

1) Hankel, Ber. der math.-phys. Classe d. K. Sächs. Ges. d. Wiss. 1880. p. 144. Wied. Ann. 13. p. 640. 1881.

2) Tetragonales System: Idokras, Apophyllit und Mellit.

3) Hexagonales System: Kalkspath, Beryll, Brucit, Apatit, Pyromorphit, Mimetesit, Phenakit, Pennin und Dioplas.

4) Rhombisches System: Topas, Schwerspath, Cölestin, Aragonit, Strontianit, Witherit, Cerussit, Prehnit und Natrolith.

5) Monoklines System: Gyps, Diopsid, Orthoklas, Skolecit, Datolith, Euklas und Titanit.

6) Triklines System: Albit, Periklin und Axinit.

Auf diesen symmetrischen Krystallen gelingt es aber, wenn jede fremde Electricität ausgeschlossen ist, nicht, durch Druckveränderungen piezoelectrische Spannungen hervorzurufen.

Diese Spannungen treten selbst nicht an solchen Krystallbruchstücken auf, welche, eben weil sie nur Bruchstücke eines Krystallindividuums sind, an den Enden einer Axe entgegengesetzte Polaritäten zeigen. Z. B. wird ein ringsum ausgebildeter sächsischer Topas auf den an den Enden der Säulenaxe gelegenen Flächen *OP* beim Erkalten positiv electrisch. Wird jedoch derselbe in der Mitte zersprengt, so behalten zwar die natürlichen Endflächen *OP* beim Erkalten ihre positive Spannung, dagegen erscheint auf den Durchgangsflächen negative. Ein solches Bruchstück zeigt also in der Richtung der Säulenaxe eine polare electrische Vertheilung. Eine Pressung dieses Bruchstückes in der Richtung der Säulenaxe ruft aber keine piezoelectrische Spannung hervor.¹⁾

Wenn nun die symmetrischen Krystalle thermoelec-

1) Hr. Friedel betrachtet in dem oben p. 822 angeführten Aufsätze von 1879 den Topas nach den auf Bruchstücken angestellten Versuchen als nach der Säulenaxe hemimorph und findet nach dieser Richtung eine electrisch polare Axe. In meiner Abhandlung über die thermoelectrischen Eigenschaften des Topases (Abh. d. K. Sächs. Ges. d. Wiss. 14. p. 370) vom Jahre 1870 habe ich aber gezeigt, dass der Topas nicht hemimorph gebildet ist und in normal ringsum ausgebildeten Krystallen nach der Säulenaxe keine polare Axe besitzt, dass vielmehr beide Enden dieser Axe dieselbe Polarität zeigen, und dass der bei halben Krystallen auf der natürlichen End- und der Durchgangsfläche erscheinende Gegensatz eben nur Folge der Verletzung des Individuums ist.

trische Spannungen zeigen (oft viel stärker als die hemimorphen), piëzoelectrische Spannungen aber auf ihnen nicht entwickelt werden können, so muss nothwendig der Vorgang, durch welchen die Thermoelectricität erzeugt wird, ein anderer sein, als der, welcher die Piëzoelectricität hervorruft.

V. *Zur Theorie der galvanischen Kette; von August Witkowski.*

In der Abhandlung „Untersuchungen über die Wärmeveränderungen an den Polplatten in einem Voltameter beim Durchgange eines electricischen Stromes“¹⁾ hat Hr. Edlund zwei Ansichten über den Vorgang der Energieumsetzung in einer geschlossenen galvanischen Kette einander gegenübergestellt, deren nähere Vergleichung wohl der Mühe lohnen wird. Nach Sir W. Thomson soll die Summe aller „zufolge des Widerstandes“ im ganzen Schliessungskreise entwickelten Wärme ein genaues Aequivalent sein der in gleicher Zeit durch die chemischen Processe in der Kette erzeugten Wärmemengen. Dem gegenüber ist nach Hrn. Edlund jene Wärmemenge gleich dem Wärmeabgange in der Kette selbst, ohne Rücksicht auf die gleichzeitig erfolgenden chemischen Processe.

Um diese beiden Ansichten miteinander vergleichen zu können, wird es zunächst nöthig sein, sich die Bedingungen vorzustellen, unter denen die gesammte, im Schliessungskreise wirksame electromotorische Kraft mit vollkommener Constanz zur Wirkung gelangt. Um gleichzeitig das Gesetz der Erhaltung der Energie auf den Vorgang der Energieumsetzung in der Kette in allgemein gültiger Weise anwenden zu können, wollen wir folgende Betrachtungen anstellen.

Man denke sich einen Schliessungskreis, in dem sich eine galvanische Kette befindet; vorläufig sei der Kreis offen,

1) Edlund, Wied. Ann. 19. p. 287. 1883. S. auch Edlund, Pogg. Ann. 159. p. 420. 1876.

und alle Bestandtheile desselben mögen sich auf einer und derselben Temperatur befinden, die wir als gleich oder unendlich wenig verschieden von der Temperatur der Umgebung annehmen, welche als ein unerschöpfliches Wärmereservoir zu betrachten sei. Nun werde eine genaue Auswerthung des gesammten Energievorrathes im Stromkreise vorgenommen, d. h. die Massen sämmtlicher Materialien bestimmt, ebenso die Zusammensetzung der Lösungen, Structur der festen Theile, kurzum alle Umstände festgestellt, deren Aenderung von einer Energieumsetzung begleitet wird.

Jetzt werde der Kreis geschlossen und in demselben eine Zeit lang ein „vollkommen constanter“ Strom installirt. Es wird diese Forderung nicht leicht zu erfüllen sein, da ein einigermaßen stärkerer Strom die Temperaturen der Contactstellen und demnach die gesammte electromotorische Kraft und auch den Widerstand ändert. Da es sich aber um die Bestimmung der electromotorischen Kraft handelt, welche von der Stromstärke unabhängig ist, so lässt sich jene Forderung stets erfüllen, indem man sich den gesammten Widerstand unendlich gross denkt und die Electricität in einem unendlich langsamen Strome durchleitet.

Während der Dauer des Stromes sollen alle Bestandtheile des Stromkreises ihre ursprüngliche Temperatur beibehalten. Um dies zu erreichen wird, es nöthig sein, an verschiedenen Stellen des Kreises theils Wärme fortzuleiten, theils dieselbe von Aussen zuzuführen. Letzteres wird sich an allen denjenigen Stellen als nöthig erweisen, wo nach Peltier oder Thomson der Strom Wärme absorhirt, ersteres an Stellen der Wärmeentwicklung.

Prüft man nun abermals, bei offenem Stromkreise, den Energievorrath der Kette, so wird sich eine Verminderung derselben ergeben, die offenbar der in die Umgebung fortgeleiteten Wärme gleich sein muss. Es lässt sich dieses in folgender Gleichung aussprechen:

$$(1) \quad i^2 R = ki + \sum \lambda_e i - \sum \lambda_f i + k',$$

die für die Zeiteinheit gilt. Es bedeutet hier $i^2 R$ die gesammte Widerstandswärme, $\sum \lambda_e i$, $\sum \lambda_f i$ die Summen der in

den Contactflächen absorbirten, von aussen zugeleiteten, resp. von den Contactflächen fortgeleiteten Wärmemengen, k_i die stattgefunden Abnahme an potentieller chemischer Energie, insofern dieselbe der Stromstärke proportional vor sich geht, endlich k' etwaige Energieänderungen, die von der Stromstärke unabhängig sind.

Betrachtet man solche Ketten, für welche $k' = 0$ gesetzt werden darf, so ergibt sich für die electromotorische Kraft unmittelbar der Ausdruck:

$$(2) \quad E = k + \sum \lambda_z - \sum \lambda_f.$$

Aus dieser Gleichung ergeben sich nun die beiden oben erwähnten Vorstellungsweisen wie folgt.

Den Thomson'schen Satz spricht man gewöhnlich in der Form:

$$(3) \quad E = k$$

aus, d. h. die electromotorische Kraft ist gleich der Abnahme an potentieller chemischer Energie, pro Zeit und Stromereinheit berechnet, insofern dieselbe proportional dem Strome vor sich geht, und die aus bekannten Verbindungswärmen der betreffenden Materialien zu berechnen ist. Diese Ausdrucksweise ist aber nicht streng und entspricht durchaus nicht, wie ich glaube, Sir W. Thomson's Ansichten. In einer besonderen Abhandlung¹⁾ weist er darauf hin, dass die an den Electrodenflächen entwickelten Wärmemengen zu berücksichtigen sein. Es unterliegt wohl keinem Zweifel, dass ebenso die an metallischen Contacten im Schliessungskreise entwickelten, resp. absorbirten Wärmen bei einer strengen Berechnung der electromotorischen Kraft nicht ausser Acht zu lassen sind, wiewohl der Einfluss derselben in meisten Fällen sehr gering sein mag.

Aus obiger Gleichung (2) ergibt sich auch Hrn. Edlund's Ansicht, falls man nur die Bedeutung der Grössen λ gehörig interpretirt. Setzen wir nämlich $\lambda = \mu - \nu$ und verstehen unter ν jeden Antheil, der einer Electrode entsprechenden Wärmeproduction, welcher von der daselbst im Electrolyten

1) W. Thomson, Papers t. p. 503. on the sources of heat, generated by the galvanic battery. S. Tait, Sketch of thermodynamics § 118. S. J. Clerk-Maxwell, Elementary treatise on electricity § 186.

stattfindenden chemischen Action geliefert wird, so heben sich die Grössen k und ν fort, und man erhält:

$$(4) \quad E = \Sigma \mu_z - \Sigma \mu_f,$$

d. h. die electromotorische Kraft ist gleich der gesammten Wärmeabsorption in der Kette (richtiger im ganzen Schliessungskreise) berechnet für die Zeit und Stromeinheit. Setzt man die Kette nebst ihrem Schliessungskreise in ein Calorimeter, so ergibt sich die für die Einheit des Electricitätsflusses an das Calorimeter abgegebene Wärmemenge:

$$E + \Sigma \lambda_f - \Sigma \lambda_z = k$$

gleich dem Aequivalente der verloren gegangenen potentiellen chemischen Energie, wie es sein soll.

Falls ich Hrn. Edlund's Theorie richtig verstanden habe, so wäre die chemische Action an und für sich nicht wesentlich und überhaupt nur dazu da, um die electromotorisch wirkenden Contactflächen zu heizen. In diesem Sinne könnte man ein thermoelectrisches Paar, dessen eine Löthstelle etwa durch eine Gasflamme erwärmt wird, als eine chemische Kette bezeichnen, indem die electricische Strömung durch den Verbrennungsprocess bedingt wird. Es besteht aber der wesentliche Unterschied, dass in hydroelectrischen Ketten die in Betracht kommende chemische Action der electricischen Strömung proportional verläuft. Denkt man sich daher eine Vorrichtung, welche bei der thermoelectrischen Kette den Gaszufluss derart regulirt, dass die pro Zeiteinheit verbrannten Gasmengen der Stromintensität stets proportional bleiben, so würde man ein ungefähres Bild einer chemischen Kette haben. Es kann immerhin die dadurch gegebene Wärmeeinfuhr grösser ausfallen, als die von der electromotorischen Kraft an der betreffenden Löthstelle absorbirte Wärme, in diesem Falle hat man den Ueberschuss fortzuleiten; reicht die Zufuhr zum genannten Zwecke nicht aus, so wird der Rest der Umgebung entzogen.

Wollte man ähnliche Vorstellungen auf den Schliessungskreis einer constanten galvanischen Kette anwenden, dessen Bestandtheile sich auf einer und derselben Temperatur befinden, wie oben vorausgesetzt wurde, so ergeben sich eigenthümliche Schwierigkeiten. Darf man nämlich über die An-

wendbarkeit des Carnot'schen Satzes auf den betrachteten Fall ähnliche Hypothesen machen, wie dieselben von Sir W. Thomson bei der Theorie der thermoelectrischen Kette adoptirt wurden, so würde sich ergeben, dass die Gesamtsumme der zugeführten Wärme und demnach die electromotorische Kraft gleich Null sein muss. Diese Schwierigkeit könnte man nur heben, wenn man etwa mit Hrn. Braun die Annahme macht, dass die Temperatur der electromotorischen Schicht, der sich auflösenden Molecüle, nicht gleich jener der Umgebung sein muss. Es würde dies wohl die Schwierigkeit beseitigen, doch muss hier bemerkt werden, dass auf diese Annahme der Carnot'sche Satz nicht ohne weiteres angewendet werden darf, da für moleculare Vorgänge ebenso der Begriff der Temperatur seine Bestimmtheit, wie der Carnot'sche Satz seine allgemeine Gültigkeit verliert.

Es ist aus dem Vorhergehenden ersichtlich, dass sofern es sich um die Abschätzung der electromotorischen Kraft handelt, sowohl der Thomson'sche Satz, wie Hrn. Edlund's Theorie zu demselben Resultate führen. Der erstere findet seinen Ausdruck in der Gleichung (2), während die Gleichung (4) der zweiten Ansicht entspricht. Es führt auch die weniger strenge Formulirung des Thomson'schen Satzes nach Gleichung (3) zu richtigen Schlüssen, falls sich, wie näherungsweise in der Daniell'schen Kette, $\Sigma\mu = \Sigma\nu$ ergibt. Findet jene Gleichheit nicht statt, so sind zu (3) jene Wärmemengen zu addiren, von denen in der citirten Abhandlung Thomson's Erwähnung geschieht.

Es bliebe noch die Frage übrig, wie die erwähnten Wärmemengen physikalisch zu deuten sind. Zunächst drängt sich wohl die Vermuthung auf, es seien dieselben thermoelectrischen Ursprungs. Dies ist nun ein Theil der Grössen λ sicher, nämlich diejenigen, welche metallischen Contacten entsprechen. Doch was diejenigen dieser Grössen anbetrifft, welche an Grenzflächen von Metallen und Electrolyten auftreten, so wäre eine derartige Annahme mit dem sonstigen Verhalten flüssiger Leiter in Bezug auf Electricitätsleitung kaum zu vereinbaren. Es scheint vielmehr die Annahme gestattet zu sein, dass auch diese Wärmemengen chemischen

Ursprunges seien und der Ausscheidung der Ionen an den Electrodenflächen entsprechen, etwa auf diese Weise, wie es Hr. Prof. G. Wiedemann¹⁾ bei Gelegenheit einer Kritik der Theorie von Hrn. Braun angedeutet hat, oder durch eine Wechselwirkung zwischen denselben und den Electroden.

Wäre diese Annahme richtig, so könnte von einer Aequivalenz der chemischen Action und der electromotorischen Kraft um so eher die Rede sein, als eine Trennung der beiden Grössen μ und ν jedenfalls künstlich ist und im Wesen des wirklichen Vorganges nicht begründet zu sein scheint.

Es wäre noch eine Schwierigkeit zu erwähnen, auf die auch Hr. Braun die Aufmerksamkeit gelenkt hat, nämlich wie es komme, dass bei offenem Kreise wenigstens die unpolarisirbaren Ketten die nämliche electromotorische Kraft ergeben, wie bei geschlossenem. Es scheint dies in der That, wie Hr. Braun hervorhebt, in einer eigenthümlichen Beziehung zwischen Electricität und chemischer Action begründet zu sein, von der man sich etwa nur die Vorstellung machen könnte, dass im statischen Zustande die Molecüle der Electrolyten derart um die Electroden gruppirt sind, dass bei der geringsten virtuellen Verschiebung der Electricitäten die nämlichen electromotorischen Kräfte zur Wirkung gelangen, wie bei geschlossenem Stromkreise.

Lemberg, 21. Mai 1883.

VI. Ueber die Abhängigkeit der Magnetsirungsfunktion von der Härte des Stahles; von Hugo Meyer.

Nach den geläufigen Ansichten über das Härten des Stahles macht sich der Einfluss dieser Operation rücksichtlich des mechanischen Verhaltens vornehmlich durch eine Volumenvergrößerung und eine Abnahme des specifischen

1) G. Wiedemann, *Electricität* Bd. II. § 989. Hr. Wiedemann wird, wie ich erfahre, diesen in seinem Werk nur kurz angedeuteten Gegenstand demnächst in einer besonderen Abhandlung ausführlich besprechen.

Gewichtes geltend.¹⁾ Was das magnetische Verhalten anlangt, so sagt Lamont²⁾, dass die Quantität des aufgenommenen Magnetismus unter allen Umständen bei ganz harten Magneten geringer ausfalle als bei weicheren, dass gehärteter Stahl eine geringere Inductionsfähigkeit, aber eine grössere Retentionsfähigkeit als weicher Stahl besitze. Es muss danach die Magnetisirungsfuction (allgemein magnetisches Moment dividirt durch die magnetisirende Kraft) für härteren Stahl kleiner ausfallen als für weichen. Als sicherstes Kriterium für die Härte müssen nach den Untersuchungen von Strouhal und Barus³⁾ das galvanische Leitungsvermögen und das thermoelectrische Verhalten des Stahles angesehen werden: das Leitungsvermögen ist um so kleiner, und in thermoelectrischer Beziehung steht der Stahl dem Wismuth um so näher, je härter er ist.

Die Untersuchungen über die Magnetisirungsfuction verschiedener Stahlsorten bei verschiedenen Härtegraden, welche ich vor einiger Zeit publicirt habe⁴⁾, bestätigen diese Resultate nur zum Theil. Von drei untersuchten Stahlsorten verhielten sich zwei ganz wie nach dem Obigen zu erwarten war; die dritte Sorte aber, „gezogener weicher blanker Stahl“, zeigte bei gleicher Behandlung mit jenen das entgegengesetzte Verhalten. Die Volumina der Cylinder dieser Sorte hatten abgenommen, die specifischen Gewichte waren gewachsen, und die Magnetisirungsfunctionen hatten in dem härteren Zustande des Materials grössere Werthe als im weicheren. Eine Bestimmung der galvanischen Leitungsfähigkeit war leider nicht vorgenommen, sodass die Annahme, der gezogene Stahl sei durch den Act des Härtens in einen weicheren Zustand übergeführt, nicht unbedingt ausgeschlossen blieb, doch schien diese Annahme aus den a. a. O. angeführten Gründen sehr unwahrscheinlich, und ich glaubte, behaupten zu

1) A. Wurtz, Dictionnaire de Chimie. 1. 1. p. 55. 1874. C. Fromme, Gött. Nachr. 1876. p. 165.

2) Lamont, Handbuch des Magnetismus. p. 250. 1867.

3) Strouhal u. Barus, Wied. Ann. 11. p. 990. 1880.

4) H. Meyer, Wied. Ann. 18. p. 233. 1883.

müssen, „dass nicht bei allen Stahlsorten die Magnetisirungsfunction abnimmt, wenn der Härtegrad steigt.“

Da dieser Satz für die Theorie des inducirten Magnetismus nicht ohne Bedeutung sein dürfte, so habe ich meine bezüglichlichen Untersuchungen nochmals aufgenommen. Dieselben haben zu den nachverzeichneten Resultaten geführt.

Zu den Beobachtungen habe ich die in meinem früheren Aufsätze mit III 5, 6, 7, 8, 9 bezeichneten Stäbe benutzt, weil zu erwarten war, dass bei ihnen, als den dünneren, die durch die Härtung und das Anlassen hervorgebrachten Aenderungen am deutlichsten hervortreten würden. Ich habe für dieselben zunächst abermals in dem gehärteten Zustande, wie sie von meinen früheren Beobachtungen her vorlagen, die Magnetisirungsfunction in derselben Weise wie ehemals für die inducirende Wirkung der verticalen Componente ($V = 4,006$) des Erdmagnetismus bestimmt und ihren galvanischen Leitungswiderstand gemessen. Alsdann wurde jeder Cylinder für sich in eine 12 mm weite Glasröhre mit Hammerschlag eingestampft, und diese Röhren wurden mit einer etwa 5 mm dicken Lehmsschicht umgeben. So umkleidet, blieben die Stäbe nach mehrstündigem Glühen in dem ersterbenden Feuer und unter der Asche bis zum nächsten Morgen liegen. Nach dem Reinigen erschienen sie schwarzblau. In diesem angelassenen Zustande wurde eine neue Bestimmung des specifischen Gewichtes, der Magnetisirungsfunction und des galvanischen Leitungswiderstandes vorgenommen.

In der nachfolgenden Tabelle theile ich zunächst Volumen v , Gewicht p und specifisches Gewicht s der Stahlcylinder mit. Zur bequemerem Uebersicht habe ich die bezüglichlichen Werthe für die Stäbe im rohen (A) und im gehärteten Zustande (B) aus meiner früheren Arbeit¹⁾ hier wieder mit angeführt; der angelassene Zustand ist mit C bezeichnet.

1) l. c. p. 235 u. 236.

Tabelle 1.

	A			B			C		
	v	p	s	v	p	s	v	p	s
5	5058,8	89608	7,791	5011,2	39176	7,818	4960,8	39808	7,924
6	5515,2	43182	7,792	5447,7	42724	7,843	5466,7	42732	7,817
7	2616,4	20545	7,814	2606,0	20231	7,763	2594,7	20243	7,799
8	2840,9	22260	7,798	2816,7	22036	7,823	2823,4	21980	7,785
9	3069,3	24002	7,782	3048,5	23752	7,791	3033,4	23711	7,817

Es ergibt sich hieraus, dass beim Härten die Volumina sämtlicher Stäbe abgenommen haben, und die specifischen Gewichte, mit Ausnahme von 7, nach dem Härten grösser sind als vorher. Das Anlassen hat auf die Stäbe weniger gleichmässig eingewirkt: die Volumina von 5, 7, 9 haben abermals abgenommen, während die von 6 und 8 sich dem ursprünglichen Zustande wieder etwas genähert haben, ohne indessen die früheren Werthe wieder zu erreichen. Die specifischen Gewichte von 5, 7, 9 sind gewachsen, die von 6 und 8 haben abgenommen.

Da nun (s. u. Tabelle 3) der Zustand B in der That der härteste ist, so wird man behaupten müssen, dass die obigen Ansichten über die mechanischen Aenderungen des Stahles nicht allgemeingültig sind, wenn sie auch in den meisten Fällen das Richtige treffen.

Bei der Bestimmung der Magnetisirungsfuction habe ich die in Tabelle 2 enthaltenen Werthe bekommen. Dabei sind diejenigen, welche vor der Bestimmung der galvanischen Leitungsfähigkeit erhalten wurden, mit einem * bezeichnet.

Tabelle 2.

B			C			B			C		
5	11,25*	10,40*	6	11,27*	10,06*	7	10,95	10,71*			
	13,72	10,06*		11,67	10,46*		11,01	10,18*			
	13,71	10,04		11,77	10,45		11,02	9,97			

B			C			B			C		
8	11,39	18,92*	9	11,56	12,27*						
	11,23	18,23*		11,81	11,86*						
	11,32	18,18		11,97	11,93						

Die Magnetisirungsfuction wird also durch die beim Hindurchleiten eines galvanischen Stromes durch die Stäbe auftretende centrale Magnetisirung nicht merklich geändert. Die Abweichungen unter den Werthen 5 im Zustande *B* werden jedenfalls einen anderen Grund haben, über den ich allerdings keine Vermuthung aussprechen kann.

Die Mittel aus diesen Werthen stelle ich in Tabelle 3 mit den früher mitgetheilten Werthen der Magnetisirungsfuction k_v ¹⁾ im Zustande *A* zusammen. Damit vereinigt sind die galvanischen Leitungswiderstände der verschiedenen Stäbe, reducirt auf gleiche Länge und gleichen Querschnitt in willkürlichen Einheiten, wie sie nach der Matthiessen'schen Methode²⁾ bestimmt wurden. Für den Zustand *A* konnten die Widerstände an den Cylindern 5 bis 9 selbst nicht mehr gemessen werden, die in der Tabelle unter *A* aufgeführten Werthe sind daher aus zwei Stäben abgeleitet, die resp. mit 5,6 und 7,8,9 nahe gleichen Durchmesser hatten und mit ihnen gleichzeitig angefertigt waren, die aber später nicht mit gehärtet wurden. Ihrem magnetischen Verhalten nach standen sie resp. 5, 6 und 7, 8, 9 sehr nahe, man wird daher ihren Leitungswiderstand wenigstens mit grosser Annäherung für den der übrigen Stäbe substituiren können. Lässt man dieses zu, so ist auf Grund der Beobachtungen von Strouhal und Barus unzweifelhaft, dass von den drei Zuständen *A*, *B*, *C*, mit Ausnahme von Stab 8, *B* der härteste ist.

Tabelle 3.

	Magnetisirungsfuction k_v			Leitungswiderstand		
	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>
5	6,66	12,56	10,17	10,46	10,87	10,39
6	6,39	11,57	10,50		10,71	10,41
7	8,37	10,99	10,29	13,41	14,90	13,75
8	8,45	11,49	13,44		14,58	14,92
9	8,46	11,78	12,02		14,92	13,98

Mit alleiniger Ausnahme von Nr. 9 zeigen also sämtliche Stäbe eine Zunahme der Magnetisirungsfuction mit

1) l. c. p. 243.

2) Maxwell, Treatise on Electricity and Magnetism. (2) 1. p. 444.

dem galvanischen Leitungswiderstand, also auch mit der Härte. Lässt sich auch eine bestimmtere Beziehung zwischen diesen beiden Grössen nicht erkennen, so hat doch der Satz, dass die Magnetisirungsfunktion um so kleiner ausfalle, je härter der Stahl ist, oder der oben angeführte Satz von Lamont keine Allgemeingültigkeit.

Nach Mousson¹⁾ haben wir uns von dem Vorgang des Härtens folgende Vorstellung zu machen. „Durch Abkühlen des erhitzten Stückes wird die Oberfläche kalt und fest, während das Innere noch heiss und ausgedehnt ist; erkaltet nachher der Kern, so findet er in der als Gewölbe widerstehenden Hülle ein Hinderniss gegen die natürliche Zusammenziehung. So gelangen die äusseren Theile in einen Zustand gewaltsamer Pressung, die inneren gewaltsamer Spannung, der als Sprödigkeit sich offenbart. In Uebereinstimmung damit findet man das Volumen des Stahlstückes nach der Härtung in der Regel vergrössert, die Hülle dichter und härter, der Kern leichter und weicher. Das Verhältniss der dichteren Hülle zum lockeren Kern ändert sich mit der Grösse der Stücke, der Natur des Stahles und der Art des Härtens.“ — Ob der innere Kern sich in einem Zustande gewaltsamer Spannung befinden und doch gleichzeitig weich und locker sein kann, bleibe hier dahingestellt. Jedenfalls muss, wenn das Resultat unserer magnetischen Beobachtungen mit der Theorie drehbarer Molecularmagnete vereinbar sein soll, der Kern sich in einem sehr weichen und höchst lockeren Zustande befinden, und wenn gewaltsame Spannungen vorhanden sind, so dürfen diese die Drehbarkeit der Moleküle in keiner Weise beeinträchtigen.

Man kann nämlich nach Weber²⁾ auf Grund jener Theorie das durch eine magnetisirende Kraft f in der Volumeneinheit inducirte magnetische Moment m darstellen durch:

1) Mousson, Die Physik auf Grundlage der Erfahrung. 1. p. 238. 1879.

2) W. Weber, Electrodyn. Maassbestimmungen, insbesondere über Diamagnetismus. p. 572.

$$m = \frac{1}{3} n \mu \frac{f}{D},$$

wenn n die Anzahl der in der Volumeneinheit enthaltenen Molecüle, μ das magnetische Moment jedes derselben und D die „molecularare Directionskraft“, d. i. die Kraft bezeichnet, welche das unter dem Einflusse von f aus der Ruhelage abgelenkte Molecül in die ursprüngliche Stellung zurückzuführen strebt. Dabei ist vorausgesetzt, dass $f < D$, eine Voraussetzung, die bei Verwendung so schwacher Kräfte wie die hier benutzten erfüllt sein dürfte, anderenfalls tritt an die Stelle der hier angeführten Formel eine etwas andere, deren Discussion indessen zu demselben Resultate führen würde, wie die der hier benutzten. Stellen wir die Gleichung etwas um, so erhalten wir für die Magnetisirungsfunktion γ den Ausdruck:

$$\gamma = \frac{m}{f} = \frac{1}{3} \frac{n \mu}{D}.$$

Es ist also der Werth der Magnetisirungsfunktion proportional der in der Volumeneinheit enthaltenen Anzahl von Molecülen und dem magnetischen Momente derselben, umgekehrt proportional der moleculararen Directionskraft. Macht man nun die Hypothese, dass durch die Härtung nur die relative Lage der Molecüle geändert wird, dass aber das magnetische Moment der einzelnen Molecüle bei Einwirkung derselben Kraft vor und nach dem Härten dasselbe ist, so kann ein Anwachsen der Magnetisirungsfunktion seinen Grund nur darin haben, dass die Zahl der in der Volumeneinheit enthaltenen Molecüle beim Härten vergrößert wird, oder darin, dass die molecularare Directionskraft abnimmt, oder endlich darin, dass beides gleichzeitig stattfindet.

Die Zahl der in der Volumeneinheit enthaltenen Molecüle kann dem specifischen Gewichte proportional gesetzt werden. Bezeichnen wir daher zur Abkürzung die Magnetisirungsfunktionen für die Zustände A, B, C mit $\gamma_A, \gamma_B, \gamma_C$, so müsste, wenn wir einstweilen von D absehen, auf Grund von Tabelle 1 $\gamma_A < \gamma_B < \gamma_C$ sein, mit Ausnahme von Nr. 7, für welchen Stab sich $\gamma_A > \gamma_B$, und Nr. 6 und 8, wofür sich $\gamma_B > \gamma_C$ ergeben würde. Nun ist zwar $\gamma_A < \gamma_B$, allein es

wird der grosse Unterschied zwischen diesen Werthen schwerlich auf Rechnung von n gesetzt werden können, zumal für $7 \gamma_A > \gamma_B$ sein müsste, was nicht der Fall ist, ferner auch mit Ausnahme von 9, die Aenderungen von γ beim Uebergang von B in C in dem entgegengesetzten Sinne erfolgt sind, als es die Aenderungen von n bedingen würden.

Maassgebend für k ist hiernach nur D . Es ist unzweifelhaft, dass das Gefüge der äusseren Hüllen gehärteter Stahlstäbe ein viel festeres ist als das weichere Stücke; dem entsprechend wird die moleculare Directionskraft in den äusseren Schichten beim harten Stahl eine grössere sein, als beim weichen. Nach dem Inneren hin nimmt die Festigkeit und damit die moleculare Directionskraft ab. Will man nun unsere Beobachtungen nach der Theorie drehbarer Molecularmagnete erklären, so muss man annehmen, dass bei der vorliegenden Stahlsorte durch das Härten D in den äusseren Hüllenschichten zwar gesteigert wird, dass aber für den inneren Kern das Gefüge derart gelockert wird, dass, was auch sonst für Kräfte auftreten mögen, die moleculare Directionskraft hier ganz erheblich sinkt, sodass der Mittelwerth der Directionskräfte sämtlicher Molecüle nach dem Härten kleiner ausfällt, als er vor demselben war. Wird dann der Stahlstab wieder angelassen, so müssen wir annehmen, dass nun D in den äusseren Schichten wieder abnimmt, im Inneren dagegen wächst, dass aber der Mittelwerth der Directionskräfte wieder grösser wird als im gehärteten Zustande. — Diese Annahmen haben gewiss mancherlei Unwahrscheinliches, doch dürfte es nur mit ihrer Hülfe gelingen, die oben mitgetheilten Beobachtungsergebnisse und die Theorie drehbarer Molecularmagnete in Einklang zu bringen.

Göttingen, Phys. Inst., Mai 1883.

VII. *Ueber die Reibungsconstante des Quecksilberdampfes und deren Abhängigkeit von der Temperatur; von Synesius Koch.*

(Hierzu Taf. X Fig. 7-10.)

Bekanntlich ergeben sich aus der kinetischen Theorie der Gase die Beziehungen, welche die Reibungsconstante mit dem Druck und der Temperatur des Gases verknüpfen. Die erste dieser Beziehungen, nach welcher der Reibungscoefficient vom Drucke unabhängig ist, und welche von der Erfahrung bestätigt worden ist, ergibt sich unabhängig von dem Gesetze, nach welchem zwei Molecüle in grosser Nähe aufeinander einwirken. Von diesem Gesetze abhängig aber ergibt sich die zweite Beziehung, welche den Reibungscoefficienten der Gase mit der Temperatur verknüpft. Wirken nämlich die Molecüle aufeinander wie elastische Kugeln, die beim Zusammenstosse ihre Durchmesser nicht merklich ändern, so ergibt sich der Reibungscoefficient proportional der Quadratwurzel aus der absoluten Temperatur; wirken sie nach einer von Maxwell gemachten Annahme aufeinander mit abstossenden Kräften, welche der fünften Potenz der Entfernungen umgekehrt proportional sind, so ergibt sich der Reibungscoefficient direct proportional der absoluten Temperatur. Keine dieser beiden Beziehungen ist durch die Erfahrung bestätigt worden. Setzt man nämlich die Reibungsconstante einer Potenz der absoluten Temperatur proportional, so erweist sich der Exponent dieser Potenz abhängig von der Natur des Gases und ist ungefähr $\frac{2}{3}$ für Wasserstoff, $\frac{3}{4}$ für Luft, Sauerstoff, Stickstoff und Kohlenoxyd, fast 1 für Kohlensäure, Kohlenoxydul, Aethylen und Chloräthyl.¹⁾ Nach den Untersuchungen von L. Meyer²⁾ und Puluj³⁾, scheint dieser Exponent für Dämpfe sogar viel grösser als 1 zu sein. Wenn es nämlich erlaubt ist, aus dem kleinen Temperaturintervall von 15° C., wie es bei L. Meyer's Unter-

1) v. Obermayer, Wien. Ber. 73. Abth. 2. p. 439. 1876.

2) L. Meyer, Wied. Ann. 7. p. 497 ff. 1879.

3) Puluj, Wien. Ber. 78. Abth. 2. p. 439. 1878.

suchungen über den Benzoldampf zur Beobachtung kam, einen Schluss auf die Grösse des genannten Exponenten zu machen, so ist derselbe für Benzoldampf zwischen 71 und 86° C. ungefähr fünf, und wenn man L. Meyer's Beobachtungen, mit den von Puluj bei 16,8° C. gefundenen Reibungsconstanten combinirt, was hier zur Orientirung gestattet sein möge, so ergibt sich dieser Exponent zwischen 16,8 und 71° immer noch zu fast drei. Nach E. Wiedemann¹⁾ hängt die Grösse dieses Exponenten sogar von dem Temperaturintervalle ab, das man der Beobachtung zu Grunde legt, und zwar so, dass der Exponent um so kleiner wird, je höher das benutzte Temperaturintervall liegt. Man hat diese That- sachen in den Rahmen der Hypothese von den elastischen Kugeln dadurch einzufügen versucht, dass man dem Moleculardurchmesser selbst eine Veränderlichkeit mit der Temperatur zuschreibt. So sucht Stefan²⁾ die Verkleinerung des Moleculardurchmessers mit der Temperatur dadurch zu erklären, dass er annimmt, die Molecüle besässen vermöge der Aetherhüllen Elasticität und erlitten bei höheren Temperaturen durch die lebendige Kraft der zusammentreffenden Molecüle grössere Abplattung als bei niederen Temperaturen. O. E. Meyer³⁾ erklärt dieselbe Erscheinung dadurch, dass er annimmt, durch Erhöhung der Temperatur werde der Zusammenhang der in einem Molecüle vereinigten Atome gelockert, und die zusammentreffenden Molecüle dringen um so tiefer ineinander ein, je weiteren Zwischenraum die Bestandtheile bieten, sodass also mit zunehmender Temperatur die Entfernung der Mittelpunkte beim Zusammenstoss kleiner würde. Es ist jedoch zu bemerken, dass diese Erklärungsweise der Aenderung der mittleren Weglänge mit der Temperatur bei einem einatomigen Gase hinfällig wird. In seiner „kinetischen Theorie der Gase“, erklärt O. E. Meyer⁴⁾ auch kurzweg, „dass die molecularen Aggregate durch Stei-

1) E. Wiedemann, Arch. des sc. phys. et nat. de Genève. 56. p. 273. 1876.

2) Stefan, Wien. Ber. 65. p. 17. 1872.

3) O. E. Meyer, Pogg. Ann. 148. p. 233. 1873.

4) O. E. Meyer, kin. Theor. der Gase. p. 121. 1877.

gerung der Temperatur eine Aenderung erleiden, durch welche ihre räumliche Ausdehnung im Mittel verringert wird.“ Es wird durch diese Anschauungsweise allerdings der Endzweck der Atomistik, die Eigenschaften der Körper auf unveränderliche letzte Elemente zurückzuführen, über den Rahmen der Gastheorie hinaus gerückt.

Acceptirt man vorläufig diese Anschauungsweise, so scheint es, wenn man der Frage nach der Veränderlichkeit des Moleculardurchmessers mit der Temperatur näher kommen will, vor allem nöthig, zu wissen, wie sich ein möglichst einfach gebautes Molecül, nämlich ein einatomiges, wie wir es im Quecksilberdampfe besitzen, in dieser Beziehung verhält. Auf Anregung und im Laboratorium des Hrn. Prof. Dr. Warburg, dem ich auch sonst für allseitige Förderung in meiner Arbeit zum Danke verpflichtet bin, habe ich es daher unternommen, den Quecksilberdampf in dieser Richtung einer Untersuchung innerhalb möglichst weiter Temperaturgrenzen zu unterwerfen. Es erschien dabei von besonderem Interesse, zu sehen ob das Quecksilbermolecül, welches nach den Untersuchungen von Kundt und Warburg über specifische Wärme des Quecksilberdampfes sich wie ein materieller Punkt verhält, bezüglich der gegenseitigen Wirkung sich wie eine unveränderliche elastische Kugel verhalte, ob also nicht für diesen gasförmigen Körper wenigstens die Reibungsconstante der Quadratwurzel der absoluten Temperatur proportional sei. Die Untersuchung hat ergeben, dass diese Vermuthung nicht zutrifft. Die Potenz der absoluten Temperatur, welcher der Reibungscoefficient proportional ist, findet sich für Quecksilberdampf im Intervalle von 270 bis 380° C. gleich 1,6, woraus sich ergäbe, dass der Moleculardurchmesser des Quecksilbermolecöles ungefähr der Grösse $(1/T)^{0.48}$ proportional sei, wenn T die absolute Temperatur bezeichnet.

Dieses Ergebniss erscheint vom rein experimentellen Standpunkte aus nicht auffallend, da ja, wie die oben citirten Zahlen beweisen, und wie L. Meyer¹⁾ schon früher be-

1) L. Meyer, Wied. Ann. 7. p. 530. 1879.

tont hat, die Gase, welche leichter condensirbar sind, einen viel grösseren Einfluss der Temperatur auf den Reibungscoëfficienten zeigen, als die weniger leicht condensirbaren, und da er für Dämpfe offenbar noch viel grösser ist. Auch mit den Beobachtungen von E. Wiedemann über die Abnahme dieses Exponenten mit der Temperatur steht die Grösse des für den Quecksilberdampf gefundenen Exponenten im Einklang. Aber vom Standpunkte der kinetischen Gas-theorie erscheint dieses Resultat deswegen besonders auffallend, weil keine der vorhandenen Hypothesen über das Wirkungsgesetz diese Erscheinung zu erklären vermag, ohne eine Veränderlichkeit des Moleculardurchmessers mit der Temperatur anzunehmen.

Im Folgenden sollen zuerst meine Versuche beschrieben und sodann einige Berechnungen über das Volumen des Quecksilbermoleculs angeführt werden. Die Reibungsconstante wurde ermittelt durch Strömung in Capillaren. Im Verlaufe der Arbeit erlitten der Apparat und die Methode im einzelnen vielfache Aenderungen und Verbesserungen, bis ich endlich nach zahlreichen missglückten Versuchsreihen auf die unten beschriebene Weise hinreichend constante Resultate erhielt.

Der Apparat setzt sich der Hauptsache nach zusammen aus dem Thermostaten, dem Thermoregulator, dem Durchflussapparat und den Manometern, wozu anfangs noch ein Jolly'sches Luftthermometer kam.

Thermostat und Thermoregulator sind die von Hrn. v. Babo construirten und in den Berliner Berichten¹⁾ beschrieben; dieselben waren für diese Versuche ganz aus Kupferdraht gefertigt. Zum besseren Verständniss meiner Versuchsanordnung möge hier eine kurze Beschreibung auch dieser Theile meines Apparates folgen.

Der Thermostat (vgl. Fig. 10) zeigt im Querschnitt vier verkehrt U-förmige Mäntel, welche abwechselnd unten und oben Oeffnungen besitzen; die zu erwärmenden Gegenstände kommen in den etwas vergrösserten Zwischenraum zwischen

1) v. Babo, Berl. Ber. 13. p. 1219, 1880.

dem innersten und zweitinnersten Mantel. Die Luft, welche durch die Gaslampen *l* (es waren deren sieben) erwärmt wird, strömt beim inneren Mantel unten ein, umfließt den Thermoregulator (*e*) und den Durchflussapparat (*d*), tritt beim zweiten Mantel oben aus u. s. w., sodass der Raum, welcher auf constanter Temperatur erhalten werden soll, von der erhitzten Luft mehrfach umspült wird. Die drei äusseren Mäntel sind miteinander verbunden und können gleichzeitig aufgesetzt und abgenommen werden. In diese Mäntel sind noch später zu erwähnende Glimmerfensterchen *u* Fig. 8 zur Beleuchtung und Beobachtung eines kleinen Manometers im erhitzten Raume eingesetzt. Ausserdem befinden sich in dem Mantel zwei Oeffnungen, durch welche der eine Schenkel der eben erwähnten U-Röhre *q* (Fig. 8) und der Stiel *t* des Glashahnes *k* Fig. 7 austreten.

Vom Thermoregulator (Fig. 9) liegt das Stück *ab* innerhalb des Thermostaten, die beiden Enden ragen aus demselben heraus. In einer kupfernen Röhre *r* liegt ein Glasstab *g*, dieser stösst gegen ein Ventil *i*, das durch eine Feder gegen den Glasstab angedrückt wird. Durch die Röhre *c* strömt das Gas ein, welches die Lampen speist, durch *d* fliesst dasselbe zu den letzteren. Man erkennt leicht, dass wegen des grösseren Ausdehnungscoëfficienten des Kupfers bei Erhöhung der Temperatur das Ventil *v* sich mehr und mehr schliesst, bei einer Erniedrigung derselben aber öffnet. Der Gaszufluss wird dadurch zur Hervorbringung und Erhaltung einer constanten Temperatur regulirt, welche von der Stellung der Mikrometerschraube *s* abhängt.

Nach mehrfachen Abänderungen erhielt der Durchflussapparat endlich folgende definitive Einrichtung: Er besteht ganz aus Glas; aus dem Gefässe *a*, Fig. 7 u. 8, führen zwei Röhren nach aussen: nämlich *b* zu einer kleinen U-förmig gebogenen Röhre *c*, die sich noch innerhab des Thermostaten befindet und eine doppelte Bestimmung hat: erstens soll das Gefäss *a* durch das Quecksilber dieser U-Röhre gegen die äussere Luft abgeschlossen werden, und zweitens soll es die Messung des Druckes der Quecksilberdämpfe im Gefässe *a* ermöglichen. Zu letzterem Zwecke führt von dieser kleinen

U-Röhre eine Verbindung zu einem grossen Manometer *e*, welches nach Art des Jolly'schen Luftthermometers in einfacher Weise den Druck zu reguliren und zu messen gestattet. In die Verbindung *d* ist ein Dreiweghahn *z* eingeschaltet, um Luft aus dieser Röhrenleitung nach Bedürfniss abzulassen oder in dieselbe einzuleiten. Die zweite Röhre *f*, welche aus dem Gefäss *a* führt, hat zunächst einige Biegungen, um bei etwaigem plötzlichen Sieden das Ueberspritzen von Quecksilber zur Capillare zu verhindern. Die Capillare *g* führt zu einer weiteren Röhre *h*, welche durch den Hahn *k* entweder mit *l* oder mit *mn* in Verbindung gesetzt werden kann. Beide Röhren *l* und *mn* stehen zunächst mit der Kugel *o* und durch *p* mit der Luftpumpe in Verbindung. Auf dieser Seite des Apparates ist ebenfalls ein kleines Manometer *x* angebracht.

Das Zwischenstück *mn* ist etwa 20 cm lang und ist bei *m* und bei *n* durch einen Schliff eingesetzt. Sowohl diese Schliffe als der Hahn schlossen ohne jede Fettdichtung fast luftdicht. Der Hahn, von Hrn. Kramer hier gefertigt, hielt die Erwärmung auf Temperaturen, die oft nahe an 400° C. lagen, ohne jeden Nachtheil wohl gegen 100 mal aus. Der ganze Theil des Apparates von *q* bis *m* und *l* befindet sich innerhalb des Thermostaten; da dieser aber nur eine Länge von 46 cm hat, so konnten die einzelnen Theile nicht alle so angeordnet bleiben, wie es die schematische Figur andeutet, besonders da diejenigen Theile des Apparates, bei denen es auf Erhaltung einer gleichförmigen Temperatur ankam, von den Stirnseiten des Thermostaten immer mindestens 7 cm entfernt gehalten werden sollten. Der Zwischenraum zwischen den Stirnseiten und dem Durchflussapparat wurde mit Asbest lose ausgefüllt, um Strahlung gegen diese Wände zu verhüten, die nur aus einem einfachen dicken Kupferbleche bestanden und infolge davon etwas weniger heiss waren, als die innersten Mäntel des Thermostaten. Es war deshalb der Theil *fq* so zurückgebogen, dass das Gefäss *a* und die U-Röhre *c* zu beiden Seiten der Capillaren zu liegen kamen; die Capillare selbst war immer gerade. Eine grössere Länge des Thermostaten, welche die schematische Anordnung ge-

stattet hätte, würde eine völlige Gleichförmigkeit der Temperatur nicht mehr leicht haben erreichen lassen. Zur Beobachtung und Beleuchtung der U-Röhre *c* befinden sich in den Mänteln des Thermostaten die Glimmerfensterchen *u* Fig. 8; die Oeffnungen, durch welche die Röhre *q* des Manometers *c* und der Stiel *t* des Hahnes *k* austreten, wurden mit Kork oder Asbest verschlossen. Fig. 8 zeigt das Aeussere des zusammengesetzten Apparates mit Weglassung der Luftpumpe.

Der Versuch. Zuerst wurde der Durchflussapparat gereinigt durch successives Hindurchsaugen von Salpetersäure, Wasser, Alkohol und trockener Luft. Aether wurde nicht durchgezogen, da er sich immer als wasserhaltig erwies. In das Gefäss *a* wurden sodann etwa 10—15 g Quecksilber eingebracht, auch die kleine U-Röhre *c* entsprechend gefüllt und hierauf der Apparat zusammengesetzt. In den Hohlraum des Thermostaten kamen Thermoregulator und Durchflussapparat und anfangs auch noch ein Jolly'sches Luftthermometer, dessen röhrenförmiges Gefäss der ganzen Länge nach neben dem Durchflussapparate lag. Nachdem die Thermostatenmäntel übergelegt, etwaige Spalten mit Asbest verstopft und die Verbindungen des Durchflussapparates mit dem grossen Manometer *e* und der Luftpumpe hergestellt und geprüft waren, begann die Erwärmung. Gewöhnlich waren zwei Personen nöthig, um den eigentlichen Versuch anzustellen. Die eine hatte ständig durch das Glimmerfensterchen die kleine U-Röhre zu beobachten und mit Hülfe des Manometers *e* den Druck so zu reguliren, dass von aussen keine Luftblasen in das Gefäss *a* eintreten konnten; im Gegentheil wurde längere Zeit durch Senken des Manometers *e* die im Gefässe *a* vorhandene Luft durch die U-Röhre *c* hindurch herausgezogen. Die zweite Person evacuirte mit einer zweistiefigen Luftpumpe die Kugel *o* und die damit communicirenden Röhren. Der Hahn *k* war dabei so gestellt, dass die Capillare *g* auf dem Wege *l* mit *o* communicirte, während die Röhre *mn* mit der Capillaren nicht in Verbindung war. Unmittelbar vor und nach jedem Versuche wurde das Barometer abgelesen. Zunächst musste

nun Sicherheit darüber erlangt sein, dass aus dem Gefässe *a* wirklich alle Luft entfernt sei. Als sicheres Kriterium diente der Umstand, dass bei constanter Temperatur auch der Druck im Gefässe *a* nicht mehr abnahm, sondern dass dieser Druck vielmehr den kleinen Schwankungen der Temperatur folgte, welche bei zahlreichen Versuchen gleichzeitig mittelst des Luftthermometers verfolgt wurden. Diese Schwankungen waren im allgemeinen verhältnissmässig unbedeutend, und es war möglich, die Temperatur während der Dauer eines Versuches so gleichförmig zu erhalten, dass die Abweichungen vom Mittel selten 1° C. betrugen, und grundsätzlich wurde jeder Versuch abgebrochen und zur Berechnung nicht beigezogen, sobald die Schwankungen grösser wurden, wenn z. B. während eines Versuches der Druck in der Gasleitung sich merklich änderte. Nach Verlauf einer Stunde war immer die Temperatur constant und aus dem Gefässe *a* alle Luft vollständig entfernt. Jetzt wurde der Hahn *k* so gestellt, dass die Capillare mit *mn* communicirte. Dieser Moment bezeichnet den Anfang des eigentlichen Durchflussversuches und wurde notirt. Von jetzt an wurden gewöhnlich von Minute zu Minute die Manometer abgelesen, nämlich von einem Beobachter das Manometer *e*, nachdem das Quecksilber in *c* in beiden Schenkeln auf gleiche Höhe gebracht war, und vom anderen Beobachter, der mittelst der Luftpumpe den Druck in *o* möglichst constant zu erhalten hatte, das Manometer *x*. Diese beiden Beobachtungen geben den Druck an den beiden Enden der Capillare. Das überdestillirte Quecksilber condensirte sich an der schraffirten Stelle des Zwischenstückes *mn*, und zwar schon in einer Entfernung von 1 bis 2 cm vom Thermostaten so vollständig, dass auf keine Weise in grösserer Entfernung Spuren von condensirtem Quecksilber zu entdecken waren. Das Stück *mn* hatte eine Länge von ungefähr 20 cm, es war also sicher alles überdestillirte Quecksilber in dieser Röhre condensirt. Nach einer angemessenen Zeit, welche nach Umständen zwischen einer Viertelstunde und einer ganzen Stunde schwankte, wenn nämlich soviel Quecksilber überdestillirt war, dass der Wägungsfehler nicht mehr erheblich werden

konnte, wurde der Versuch durch Drehen des Hahnes *k* beendet; es wurde die Capillare wieder mit *l* in Verbindung gesetzt und die Zeit wieder notirt. Wollte man, ohne den Apparat ganz auseinander zu nehmen, mehrere Versuche machen, so musste mit besonderer Vorsicht nach Vollendung eines Versuches die Abkühlung des Apparates und das Einstromen der Luft in das Gefäss *a* geleitet werden, um zu vermeiden, dass weder Quecksilber aus dem Gefässe *a* in die Bögen *f*, noch auch das Quecksilber der Röhre *c* in das Gefäss *a* geschleudert wurde. Doch wurde der Sicherheit halber fast vor jedem Versuche der Apparat auseinander genommen und untersucht. Nach Beendigung des Durchflussversuches wurde das Zwischenstück *mn* herausgenommen und durch Wägen die Menge des überdestillirten Quecksilbers bestimmt. Zwischen den beiden Röhren des Manometers *e* war ein Thermometer befestigt, wegen der Reduction des abgelesenen Manometerdruckes auf 0°.

Um ein Bild vom Verlaufe eines Versuches zu geben, stelle ich die bei einem Versuch beobachteten Grössen zusammen und gebe unten in tabellarischer Form nur noch die für die Berechnung nöthigen bereits reducirten Zahlen:

10. Februar 1883 mittags.

Capillare II: $l = 19,22$ cm, $R = 0,00593$ cm.

Barometerstand 3 Uhr 7 Min. 73,69 cm bei 0°

„ 3 Uhr 45 Min. 73,68 cm „

Temperatur des Manometers e am Anfang des Versuches $18,5^{\circ}$ am Ende desselben 19° .

Anfange des Versuches 3 Uhr 10' 28"

Ende " " 3 " 37' 38"

also Dauer " " 1630 Secunden.

Die Ablesungen am Manometer *e* erfolgten bei diesem Versuch nach je $1\frac{1}{2}$ Minuten und ergaben eine Spannkraft des Quecksilberdampfes, welche gleich dem Luftdrucke minus: 41,6, 41,7, 41,56, 41,55, 41,36, 41,5, 41,6, 41,7, 41,67, 41,65, 41,7, 41,75, 41,8, 42,0, 42,1, 41,55, 41,8, 41,7 cm (bereits auf 0° reducirt) das gibt im Mittel: 73,685 – 41,683 = 32,002 cm. Das Evacuiren der Kugel 0 und die Ablesungen am Mano-

meter x zu besorgen, hatte bei diesem Versuche Hr. Dr. Kneis die Güte. Der Druck auf dieser Seite der Capillaren betrug im Mittel 1,2 cm und schwankte zwischen 0,9 und 1,5 cm. Nähere Angaben sind hier überflüssig, da sogar eine vollständige Vernachlässigung dieses Druckes den Reibungscoefficienten nur um 0,1 Proc. zu gross ergeben würde. Das Gewicht des überdestillirten Quecksilbers betrug 0,0284 g.

Berechnung der Versuchsergebnisse. Nach O. E. Meyer¹⁾ ist das Volumen V des durch eine Capillare vom Radius R und der Länge l in der Zeit T übergehenden Gases, gemessen bei dem mittleren Drucke $(p_1 + p_2)/2$:

$$V = \frac{\pi R^4 \cdot T \cdot (p_1 - p_2) \cdot g \cdot \rho}{8 \mu \cdot l},$$

wenn $p_1 - p_2$ den constanten Druckunterschied an den beiden Enden der Capillare, gemessen durch die Höhe einer Quecksilbersäule, und ρ das spec. Gew. dieses Quecksilbers bedeutet. μ bezeichnet den Reibungscoefficienten, π und g die bekannten Constanten. Das Volumen des durchströmenden Quecksilberdampfes liess sich aber nicht direct beobachten, sondern ist aus dem Gewicht des übergegangenen Quecksilbers und den übrigen Versuchsdaten zu berechnen. Dieses Volumen ergibt sich bei t° C. und einem mittleren Drucke von $(p_1 + p_2)/2$ zu:

$$V = \frac{Q (273 + t) \cdot 76 \cdot 2 \cdot 773}{273 (p_1 + p_2) \cdot \sigma}.$$

Hier bezeichnet Q das Gewicht des Quecksilbers, und σ das spec. Gew. des Quecksilberdampfes bezogen auf Luft, welches nach Dumas²⁾ gleich 6,9783 gesetzt wurde. Dabei ist der Ausdehnungscoefficient des Quecksilberdampfes gleich dem der Luft gesetzt und das Mariotte'sche Gesetz für diesen Dampf innerhalb der Versuchsgrenzen als gültig angenommen. Diese Annahmen erscheinen um so weniger gewagt, als der Quecksilberdampf nur am Eingang der Capillare gesättigt ist, und von hier aus gegen das andere Ende der Röhre hin der Druck rasch abnimmt.

1) O. E. Meyer, Pogg. Ann. 127. p. 253. 1866.

2) Dumas, Ann. de chim. et de phys. (2) 33. p. 358. 1826.

Aus obigen Daten ergibt sich der Reibungscoefficient:

$$\mu = \frac{\pi \cdot g \cdot \rho \cdot 273 \cdot 6,9783}{8 \cdot 2 \cdot 76 \cdot 773} \cdot \frac{R^4 \cdot (p_1 - p_2) \cdot (p_1 + p_2) \cdot T \cdot (1 + \beta t)}{l \cdot Q \cdot (273 + t)}$$

Der letzte Factor des Zählers rührt daher, dass bei so hohen Temperaturen, wie sie bei diesen Versuchen vorkommen, die Aenderungen in den Dimensionen der Capillaren nicht mehr vernachlässigt werden dürfen, wenn man nicht einen Fehler von 1 Proc. in das Resultat einführen will; β bedeutet den cubischen Ausdehnungscoefficienten des Glases, der zu 0,000 025 angenommen wurde. Der erste Factor des obigen Ausdruckes ist constant, der zweite ändert sich von Capillare zu Capillare, der dritte von Versuch zu Versuch.

Von den in der Formel vorkommenden Grössen wurde R durch Auswägen mit Quecksilber, p_1 und p_2 an den erwähnten Manometern bestimmt, wobei Zehntelmillimeter noch geschätzt wurden. T wurde mit einer Taschenuhr mit Secundenzeiger gemessen, und diese Uhr, die übrigens einen sehr constanten Gang zeigte, häufig mit der Normaluhr des Institutes verglichen. Q wurde auf einer Bunge'schen Waage bestimmt, welche für ein Milligramm einen Ausschlag von circa sechs Scalentheilen gibt. Anfangs war zur directen Messung der Temperatur ein Jolly'sches Luftthermometer eingeschaltet; ja bei den ersten Versuchsreihen beobachtete ich sogar die Spannung des Quecksilberdampfes nicht direct, sondern berechnete dieselbe aus der beobachteten Temperatur nach den Angaben von Regnault. Allein dieser Weg gab ganz inconstante Resultate und musste bald verlassen werden. Denn ein Fehler von 1° in der Temperaturbestimmung, der ja nicht ausgeschlossen war, besonders da das Luftthermometer die mittlere Temperatur des Apparates angibt, während die Spannkraft des Quecksilberdampfes der Temperatur der kältesten Stelle des Gefässes entspricht, bringt in den berechneten Druck in der Nähe von 350° einen Fehler von über 2 Proc. und in das Schlussresultat einen solchen von fast 5 Proc. Umgekehrt zeigte es sich bald, als das Manometer e und das Luftthermometer gleichzeitig beobachtet wurden, dass es sich zur Vereinfachung des Versuches empfehlen würde, das Luftthermometer ganz wegzulassen und die Temperatur aus der

beobachteten Spannung des Quecksilberdampfes zu berechnen; denn die Bewegungen an dem Manometer ϵ sind viel grösser als die entsprechenden am Luftthermometer. So entspricht z. B. einer Temperaturänderung von 1° C. in der Nähe von 350° eine Änderung in der Spannung des Quecksilberdampfes von 1,3 cm; dagegen beträgt die entsprechende Änderung an der Quecksilbersäule des Luftthermometers nur 0,2 cm; das Manometer erweist sich also gegen Temperaturschwankungen viel empfindlicher als das Luftthermometer. Sodann wirkte es störend auf die Flammen und damit auf die Konstanz der Temperatur ein, wenn der Beobachter, welcher an der Luftpumpe und an dem zugehörigen Manometer beschäftigt war, zur Ablesung des Luftthermometers sich in der Nähe des Thermostaten hin- und herbewegte, trotzdem die Gasflammen durch Holzschirme gegen Zug geschützt waren. Ausserdem bringt ein Fehler von 1° in der Temperaturbestimmung wegen der Abhängigkeit des Reibungscoefficienten von der Temperatur in das Schlussresultat nur einen solchen von weniger als 0,2 Proc. Deswegen wurde bei den letzten Versuchsreihen das Luftthermometer ganz weggelassen und die Temperatur aus der Spannkraft des Quecksilberdampfes berechnet; besonders da sich bei denjenigen Versuchen, wo das Luftthermometer mit dem Manometer gleichzeitig eingeschaltet war, selten ein Unterschied von 1° C. in der Temperaturbestimmung ergab, wenn man die aus der Spannkraft des Quecksilberdampfes berechnete Temperatur mit der aus der Beobachtung des Luftthermometers gefundenen verglich.

Resultate.

In den folgenden Tabellen gebe ich zunächst die directen Versuchsdaten, und zwar unter p_1 und p_2 den an den beiden Enden der Capillaren beobachteten Druck gemessen in der Höhe einer Quecksilbersäule von 0° ; unter T die Durchflusszeit in Sekunden, unter Q das Gewicht des in dieser Zeit überdestillirten Quecksilbers in Milligrammen; unter t folgt alsdann die aus p_1 berechnete Temperatur, unter μ beob. der aus den Versuchsdaten berechnete Reibungscoefficient, unter μ ber. der aus der unten folgenden

Gleichung berechnete; und die letzte Columnne endlich gibt eine Vergleichung dieser beiden Werthe.

Capillare I.

$$R = 0,004\,245\,6 \text{ cm.} \quad l = 9,875 \text{ cm.}$$

	P_1 cm	P_2 cm	T Sec.	Q mg	t°	μ		Fehler %
						beob.	ber.	
1	24,9	2,1	2423	18,75	301	0,000 532	0,000 533	-0,2
2	26,5	2,1	1686	10,8	304	531	538	-1,3
3	30,33	1,1	3235	25,83	311	555	549	+1,1
4	41,93	1,15	2261	32,3	326	578	571	+1,2
5	68,63	0,8	1937	67,71	352	608	611	-0,5
6	69,04	2,0	1443	51,1	352	607,5	611	-0,5
7	92,52	2,34	1031	60,93	368	643	637	+0,9
8	92,66	1,2	1059	61,85	368	644	637	+1,1
9	92,93	2,4	855	50,67	368,4	640	638	+0,3
10	95,08	1,3	1233	75,6	370	646	640	+0,9
11	96,6	1,1	1027	65,23	371	943	642	+0,1

Capillare II.

$$R = 0,00593 \text{ cm.} \quad l = 19,22 \text{ cm.}$$

	P_1 cm	P_2 cm	T Sec.	Q mg	t°	μ		Fehler %
						beob.	ber.	
1	13,22	1,4	3317	11,42	273	0,000 494	0,000 492	+0,4
2	32,0	1,2	1630	28,4	313	551	552	-0,2
3	40,6	1,2	2300	60,84	324,4	575	569	+1,1
4	85,4	1,6	1503	150,4	363,5	631	630	+0,1
5	93,5	1,8	1092	127,9	369	641	639	+0,3
6	104,8	2,25	1029	148,6	375	645	648	-0,5
7	113,1	0,7	1043	171,1	380	654	656	-0,3

Die mit einer dritten Capillaren angestellten Versuchsreihen ergaben die Reibungsconstante etwas grösser, und zwar im Mittel um 4%. Die Dimensionen dieser Capillaren waren:

$$R = 0,008\,238 \text{ cm.} \quad l = 18,0 \text{ cm.}$$

Es gilt also für eine Capillare von diesen Dimensionen und für Quecksilberdampf unter den vorhandenen Versuchsbedingungen nicht mehr das einfache Poiseuille'sche Gesetz.

Ich übergehe daher die mit dieser Capillaren gefundenen Resultate und füge nur noch die Bemerkung hinzu, dass trotz der Abweichung in der absoluten Grösse des Reibungscoefficienten der aus den Ergebnissen dieser Capillaren berechnete Exponent der absoluten Temperatur fast identisch

ist mit demjenigen, der sich aus den Ergebnissen der beiden ersten Capillaren berechnet.

Stellt man die Resultate der Versuche in einer Gleichung zusammen, und zwar in der gewöhnlichen Form, bei welcher die Reibungsconstante einer Potenz der absoluten Temperatur proportional gesetzt wird, so ergibt sich für Quecksilber zwischen 270 und 380° die Gleichung:

$$\mu = \mu_0 (1 + \alpha t)^{1,60},$$

worin $\mu_0 = 0,000162$, wenn man, wie schon oben bemerkt, für den thermischen Ausdehnungscoefficienten des ungesättigten Quecksilberdampfes denjenigen der Luft setzt. Es scheint mir an dieser Stelle nicht unwichtig, zu bemerken, dass dieser Ausdehnungscoefficient für die Grösse des Exponenten der absoluten Temperatur nicht von so tief eingreifender Bedeutung ist, als man erwarten könnte. Setze ich z. B. in der Berechnung überall 0,004 statt 0,003 665 für diesen Ausdehnungscoefficienten, so wird die absolute Grösse des Reibungscoefficienten um etwa 5% kleiner,

$$(\mu_{300} = 0,000\ 507 \text{ statt } 0,000\ 532 \text{ und}$$

$$\mu_{380} = 0,000\ 621 \text{ statt } 0,000\ 656).$$

Der Exponent der absoluten Temperatur bleibt immer noch 1,5. Innerhalb der Grenzen der Beobachtung werden die Versuchsergebnisse auch durch folgende lineare Gleichung mit hinreichender Genauigkeit dargestellt:

$$\mu = 0,000\ 067 + 0,000\ 001\ 55\ t.$$

Wenn wir das gefundene Resultat vom Standpunkte der Hypothese der elastischen Kugeln interpretieren, wobei wir dem Moleculardurchmesser eine Veränderlichkeit mit der Temperatur zuschreiben müssen, so ergibt sich, dass die mittlere Weglänge l bei gleicher Dichte der Grösse μ/\sqrt{T} proportional ist, woraus also l proportional wäre mit $(T)^{1,1}$ und mithin der Moleculardurchmesser mit $(1/T)^{0,65}$.

Es mag von Interesse sein, den Moleculardurchmesser des Quecksilberdampfes mit dem eines anderen Gases, z. B. des Wasserstoffes, zu vergleichen. Da jedoch der Moleculardurchmesser des Quecksilberdampfes in anderer Weise mit der Temperatur veränderlich ist, als der des Wasserstoffes, so fällt das Resultat der Vergleichung anders aus, je nach

der Temperatur, für welche man die Vergleichung ausführt. Sind μ und Ω Reibungscoefficient und Moleculargeschwindigkeit bei der absoluten Temperatur T, ρ die Dichte und l die Weglänge bei dem Drucke von 76 cm und bei T^0 für Quecksilberdampf, und haben die gestrichenen Grössen dieselbe Bedeutung für Wasserstoff, so ist:

$$\frac{l}{l'} = \frac{\mu}{\mu'} \cdot \frac{\rho'}{\rho} \cdot \frac{\Omega}{\Omega'};$$

und bei gleicher Zahl von Moleculen in der Raumeinheit verhalten sich die Moleculardurchmesser:

$$\frac{s}{s'} = \sqrt{\frac{l'}{l}}.$$

Zur Vergleichung wähle ich die Temperatur von 300° C. Da nämlich für die beiden Substanzen Beobachtungen bei derselben Temperatur nicht vorliegen, so empfiehlt es sich mehr, die zur Vergleichung nöthigen Reductionen über die Grenzen der Beobachtung hinaus bei demjenigen Körper zu machen, bei welchem der Reibungscoefficient mit der Temperatur weniger variirt. Aus den Beobachtungen von Kundt und Warburg ergibt sich die Reibungsconstante des Wasserstoffs bei 300° zu $\mu = 0,000142$ (nach v. Obermayer zu 0,000144). Das Verhältniss der Dichten ist gleich dem der Moleculargewichte $= \frac{1}{100}$, das der Moleculargeschwindigkeiten ist $1698/169 = 10,05$, woraus das Verhältniss der Molecularvolumina $(s/s')^3 = 4,39$.

Führt man dieselbe Vergleichung bei 0° und legt dabei die Zahlen von Warburg zu Grunde, so ergibt sich das Verhältniss der Molecularvolumina des Quecksilbers und Wasserstoffs zu 12,9. Jedenfalls ist also das Quecksilbermolecul seinem grösseren Moleculargewicht entsprechend grösser als das Wasserstoffmolecul.

Ich berechne noch mit Hülfe des Condensationscoefficienten die absolute Grösse des Moleculardurchmessers für Quecksilberdampf. Dieser ist:

$$s \approx 6\sqrt{2} \cdot v \cdot l,$$

worin v den Verdichtungscoefficienten bezeichnet, der für Quecksilberdampf bei 300° und 76 cm $v = 0,000314$ ist, und l die

mittlere Weglänge, welche unter denselben Bedingungen 0,000 015 9 cm beträgt.

Daraus findet sich der Moleculardurchmesser:

$$s \cong 0,42 \text{ Milliontelmillimeter,}$$

und wenn man dieselbe Berechnung für 0^0 anführt, so ist:

$$s \cong 0,19 \text{ Milliontelmillimeter.}$$

Diese Zahlen, denen übrigens nur die Bedeutung als obere Grenzwerthe zukommt, sind von derselben Grössenordnung wie die von O. E. Meyer¹⁾ für andere Körper gefundenen. Nur ergibt sich hiernach der für den Durchmesser des Quecksilbermolecüls gefundene obere Grenzwert kleiner, als für alle anderen Substanzen, wenn man der Berechnung gleichen Druck und gleiche Temperatur zu Grunde legt. Doch ist dem Ergebniss keine besondere Bedeutung zuzuschreiben; denn einerseits steht nicht fest, dass einer Vergleichung die für dieselbe Temperatur gefundenen Grössen direct zu Grunde gelegt werden dürfen; sodann mag leicht der Verdichtungscoëfficient für solche Körper wesentlich zu gross ausfallen, deren spec. Gew. im flüssigen Zustand relativ klein ist, wodurch die obere Grenze des Moleculardurchmessers im selben Verhältniss zu gross wird. So findet z. B. O. E. Meyer²⁾ für Kohlensäure aus der Abweichung vom Mariotte'schen Gesetze und der Weglänge einen Moleculardurchmesser, der nicht der siebzehnte Theil des aus dem Verdichtungscoëfficienten und der Weglänge gefundenen ist. Endlich enthalten alle anderen untersuchten Substanzen mehrere Atome im Molecül, dessen Durchmesser im Vergleich zum einatomigen Quecksilberdampf besonders in dem Falle verhältnissmässig gross werden muss, wenn die Atome innerhalb desselben Molecüls sich nicht direct berühren.

Schliesslich spreche ich den Hrn. Dr. Kneis und O. Bolza meinen verbindlichsten Dank aus für die Freundlichkeit, womit sie mir bei den zeitraubenden Experimenten ihre gütige Unterstützung zu Theil werden liessen.

1) O. E. Meyer, Kinet. Theorie der Gase. p. 226.

2) l. c. p. 280.

VIII. *Theorie des Lichtes für vollkommen durchsichtige Media; von W. Voigt.*

Der Zweck der folgenden Untersuchungen ist, nachzuweisen, in wie weit die Elasticitätstheorie bei grösster zulässiger Erweiterung die Gesetze der optischen Erscheinungen abzuleiten vermag.

Eine solche Untersuchung scheint mir geboten, nachdem in einer Reihe von Arbeiten optische Theorien auf Gleichungssystemen erbaut worden sind, welche mit den gebräuchlichen Elasticitätsgleichungen im Widerspruch stehen. Ich halte ein solches Verfahren für sehr bedenklich, nachdem die durch die Elasticitätslehre gelieferten Gesetze durch Beobachtungen, welche viel directer sind, als die in der Optik möglichen, so vielfach geprüft und bestätigt worden sind. Eine Theorie, welche mit diesen Beobachtungsergebnissen in Widerspruch tritt, scheint mir ein Aufgeben des Zusammenhanges zwischen den optischen und den gewöhnlichen elastischen Phänomenen zu enthalten. Ich werde zeigen, dass die strenge Elasticitätstheorie selbst noch eine Reihe von Hilfsmitteln bietet, optische Erscheinungen zu erklären, welche bisher nicht benutzt und von jenem Bedenken frei sind.

Freilich alle optischen Vorgänge, welche von Absorption begleitet sind, kann ihrer ganzen Grundlage nach die Elasticitätstheorie in ihrem gegenwärtigen Zustand noch nicht erklären, da sie keinerlei Schwingungen zulässt, die wir als Wärmeschwingungen deuten können. Ehe aber solche nicht theoretisch erklärt sind, wird jede Theorie der Absorptionserscheinungen im weitesten Sinne des Wortes (Eigenfarben der Körper, Dichroismus, anomale Dispersion, Fluorescenz u. dergl.) das Wesen der Sache nicht treffen.

Bedenkt man, wie sehr gewisse optische Erscheinungen (z. B. die Dispersion) mit Absorptionsphänomenen zusammenhängen, so möchte man zunächst glauben, dass, wenn für die Absorption gegenwärtig eine strenge Theorie unmöglich ist, dasselbe für alle Gebiete der Optik gelten müsste. Indessen kennen wir Körper mit so geringer Absorption und so aus-

geprägter Dispersion, Doppelbrechung und dergleichen, dass bei ihnen unmöglich das eine als eine Vorbedingung des anderen anzusehen ist, und man gewiss berechtigt ist, jene Spur von Absorption vollständig zu ignoriren, ohne damit etwas für das Zustandekommen der genannten Erscheinungen Wesentliches zu vernachlässigen. Als Aufgabe der Elasticitätstheorie, also überhaupt einer strengen Theorie, sehe ich gegenwärtig nur die optischen Erscheinungen in vollkommen durchsichtigen Medien an, — d. h. solchen, für deren Schwingungen das Princip der Energie gilt — seien sie isotrop oder anisotrop, elliptisch polarisirend oder nicht.

Ich beginne mit der Untersuchung, in welcher Hinsicht eine Erweiterung der Grundgleichungen der Optik innerhalb der hierdurch gezogenen Grenzen möglich ist.

Für ein Medium, welches gleichmässig aus Moleculen von Aether und ponderabler Materie gemischt ist, sind die Bewegungsgleichungen für den in einem Volumenelement befindlichen Aether:

$$\begin{array}{l|l} m \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = X' + X + A & \\ m \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = Y' + Y + B & I_a \\ m \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = Z' + Z + C, & \end{array}$$

für die ponderable Materie:

$$\begin{array}{l|l} \mu \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = \Xi' + \Xi + A & \\ \mu \frac{\partial^2 V}{\partial t^2} = H' + H + B & I_b \\ \mu \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} = Z' + Z + \Gamma. & \end{array}$$

Hierin sind für Aether und Materie: u, v, w und U, V, W die Verschiebungscomponenten, m und μ die Dichtigkeiten, X', Y', Z' und Ξ', H', Z' die Componenten der von aussen wirkenden Kräfte, X, Y, Z und Ξ, H, Z , die der inneren elastischen Kräfte, A, B, C und A, B, Γ die der Wechselwirkungen zwischen Materie und Aether. Sämmtliche Kräfte sind auf die Volumeneinheit bezogen und aufzufassen als die

Differenz der im ursprünglichen und im verschobenen Zustande wirkenden, z. B. $X = (X)_1 - (X)_0$ u. s. f.

Die X', Y', Z' und Ξ', H', Z' werden in der Optik gleich Null gesetzt. Die X, Y, Z und Ξ, H, Z sind durch ältere Theorien in einer Form gegeben, welche durch die Beobachtung gewöhnlicher elastischer Erscheinungen und der optischen Phänomene im (nahezu) von Materie freien Raume so vollständig bestätigt worden sind, dass hier keine Aenderung zu wagen ist. Wir behalten also bei, dass:

$$-X = \frac{\partial X_x}{\partial x} + \frac{\partial X_y}{\partial y} + \frac{\partial X_z}{\partial z}, \quad -\Xi = \frac{\partial \Xi_x}{\partial x} + \frac{\partial \Xi_y}{\partial y} + \frac{\partial \Xi_z}{\partial z} \text{ etc.}$$

ist und nach dem Princip der Energie die Arbeit dieser Kräfte sich in der Form eines vollständigen Differentialquotienten nach der Zeit schreiben lassen muss.

Bezeichnet man wie gewöhnlich:

$$X_x \cos(n, x) + X_y \cos(n, y) + X_z \cos(n, z) = X_n,$$

$$\Xi_x \cos(n, x) + \Xi_y \cos(n, y) + \Xi_z \cos(n, z) = \Xi_n,$$

u. s. f., so lässt sich bekanntlich für ein beliebiges System zusammenhängender Körper die Arbeit der elastischen Kräfte schreiben¹⁾:

$$S_i = \sum_h \int dr_h \left(X \frac{\partial u}{\partial t} + Y \frac{\partial v}{\partial t} + Z \frac{\partial w}{\partial t} + \Xi \frac{\partial U}{\partial t} + H \frac{\partial V}{\partial t} + Z \frac{\partial W}{\partial t} \right)_h \\ + \sum_{hk} \int d\sigma_{hk} \left[\left(\bar{X}_n \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \dots + \bar{\Xi}_n \frac{\partial \bar{U}}{\partial t} + \dots \right)_h + \left(\bar{X}_n \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \dots + \bar{\Xi}_n \frac{\partial \bar{U}}{\partial t} + \dots \right)_k \right],$$

wo sich die erste Summe auf alle von homogener Masse erfüllten Räume, die zweite auf alle Grenzflächen bezieht. Damit dies ein Differentialquotient nach der Zeit sei, ist nöthig, dass die Componenten $X_x \dots$ und $\Xi_x \dots$ ein Potential F , resp. Φ haben, nämlich definirt sind durch die Gleichungen:

$$X_x = \frac{\partial F}{\partial x_x} \text{ etc.}, \quad \Xi_x = \frac{\partial \Phi}{\partial \xi_x} \text{ etc.},$$

wo in bekannter Weise bezeichnet:

$$x_x = \frac{\partial u}{\partial x}, \quad x_y = y_x = \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}, \quad x_z = z_x = \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z}, \text{ etc.}$$

$$\xi_x = \frac{\partial U}{\partial x}, \quad \xi_y = \eta_x = \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial U}{\partial y}, \quad \xi_z = \zeta_x = \frac{\partial W}{\partial x} + \frac{\partial U}{\partial z}, \text{ etc.}$$

1) Vgl. W. Voigt, Wied. Ann. 19. p. 701. 1883.

Dabei sind F und Φ homogene Functionen zweiten Grades der je sechs Argumente $x_x \dots$ und $\xi_x \dots$, mit im allgemeinsten Falle 21 Constanten.

Während man an diese Werthe X, Y, Z und Ξ, H, Z gebunden ist, hat man über die A, B, C und A, B, Γ freiere Verfügung. Man setzt gewöhnlich $A = -A, B = -B, C = -\Gamma$, indem man die Wirkungssphäre der Molecularkräfte gegen die Grösse des betrachteten Volumenelementes so klein annimmt, dass man die Wirkung, die der Aether in demselben erfährt, als nur von der Materie desselben Elementes herrührend betrachten kann. Man überzeugt sich auch auf dem im Folgenden eingeschlagenen Wege leicht, dass, wenn man setzen wollte: $A = A_1 + A_2, A = -A_1 + A_2$ etc. der letztere Theil physikalisch unmöglich werden würde, da er nur eine Function von $u + U, v + V, w + W$ sein könnte, also bei gemeinsamen Verschiebungen von Aether und Materie einen Werth erhalten würde.

Weitere Bedingungen für die Werthe A, B, C liefert das Princip der Energie. Dasselbe verlangt, dass die Arbeit der Wechselwirkungen sich auf die Form eines vollständigen Differentialquotienten nach der Zeit bringen lasse. Die betreffende Arbeit, gebildet für ein System zusammenhängender Körper, schreibe ich¹⁾:

$$\begin{aligned} S_j &= \sum_h \int dr_h \left(A \frac{\partial(u-U)}{\partial t} + B \frac{\partial(v-V)}{\partial t} + C \frac{\partial(w-W)}{\partial t} \right)_h \\ &\quad + \sum_{hk} \int do_{hk} (S_{hk}) \\ &= J_r + J_o. \end{aligned}$$

Hier ist, wie in S_i , die erste Summe über alle von homogener Masse erfüllten Räume, die zweite über alle Grenzflächen zu erstrecken und bezeichnet (S_{hk}) die an denjenigen Aether- und Körpertheilchen, welche an dem Element der Grenzfläche do_{hk} anliegen, von den Wechselwirkungen zwischen Aether und Materie geleisteten Arbeit, bezogen auf die Einheiten der Zeit und Fläche.

Ich stelle mir zuerst die Frage: welche Werthe sind

1) Vgl. W. Voigt, Wied. Ann. 19. p. 701. 1888.

für A, B, C denkbar, die das Raumintegral J_r für sich allein zu einem Differentialquotienten nach der Zeit machen, d. h. erfüllen:

$$J_r = \frac{df}{dt} \quad | \quad F.$$

Vier, und zwar nur vier Verfügungen sind möglich.

1) Können A, B, C die partiellen Differentialquotienten derselben Function f_1 von $(u - U), (v - V), (w - W)$ sein, d. h.:

$$A_1 = \frac{\partial f_1}{\partial (u - U)}, \quad B_1 = \frac{\partial f_1}{\partial (v - V)}, \quad C_1 = \frac{\partial f_1}{\partial (w - W)}.$$

Hierbei wird, um die Integration möglich zu machen und um Uebereinstimmung mit den Beobachtungen zu erhalten, welche die Fortpflanzungsgeschwindigkeiten von den Schwingungsamplituden unabhängig ergeben, für f_1 eine Function zweiten Grades zu setzen sein, die im allgemeinsten Falle lauten wird:

$$-f_1 = \frac{1}{2} [n_1 (u - U)^2 + n_2 (v - V)^2 + n_3 (w - W)^2] \\ + o_1 (v - V) (w - W) + o_2 (w - W) (u - U) + o_3 (u - U) (v - V);$$

hieraus folgt:

$$\begin{aligned} -A_1 &= n_1 (u - U) + o_3 (v - V) + o_2 (w - W) \\ -B_1 &= o_3 (u - U) + n_2 (v - V) + o_1 (w - W) \\ -C_1 &= o_2 (u - U) + o_1 (v - V) + n_3 (w - W).^{1)} \end{aligned} \quad | \quad 1.$$

2) Kann man $f = \text{Const.}$ machen durch die Verfügung:

$$\begin{aligned} A_2 &= p_3 \frac{\partial (v - V)}{\partial t} - p_2 \frac{\partial (w - W)}{\partial t} \\ B_2 &= p_1 \frac{\partial (w - W)}{\partial t} - p_3 \frac{\partial (u - U)}{\partial t} \\ C_2 &= p_2 \frac{\partial (u - U)}{\partial t} - p_1 \frac{\partial (v - V)}{\partial t}. \end{aligned} \quad | \quad 2.$$

3) Ist eine zulässige Annahme:

$$-f_3 = \frac{1}{2} \left[r_1 \left(\frac{\partial (u - U)}{\partial t} \right)^2 + r_2 \left(\frac{\partial (v - V)}{\partial t} \right)^2 + r_3 \left(\frac{\partial (w - W)}{\partial t} \right)^2 \right] \\ + s_1 \frac{\partial (v - V)}{\partial t} \frac{\partial (w - W)}{\partial t} + s_2 \frac{\partial (w - W)}{\partial t} \frac{\partial (u - U)}{\partial t} + s_3 \frac{\partial (u - U)}{\partial t} \frac{\partial (v - V)}{\partial t},$$

wodurch wird:

1) Componenten dieser Form hat zuerst Hr. F. Neumann in seinen Vorlesungen zur Erklärung der Dispersion benutzt; sie sind später vielfach auch von anderen eingeführt. Vgl. z. B. C. Neumann, Math. Ann. 1. p. 325. 1869.

$$\begin{aligned}
 -A_3 &= r_1 \frac{\partial^2(u-U)}{\partial t^2} + s_3 \frac{\partial^2(v-V)}{\partial t^2} + s_2 \frac{\partial^2(w-W)}{\partial t^2} \\
 -B_3 &= s_3 \frac{\partial^2(u-U)}{\partial t^2} + r_2 \frac{\partial^2(v-V)}{\partial t^2} + s_1 \frac{\partial^2(w-W)}{\partial t^2} \\
 -C_3 &= s_2 \frac{\partial^2(u-U)}{\partial t^2} + s_1 \frac{\partial^2(v-V)}{\partial t^2} + r_3 \frac{\partial^2(w-W)}{\partial t^2}
 \end{aligned} \quad 3.$$

Die erste Annahme macht die Wechselwirkung zwischen Aether und Materie von der gegenseitigen Lage der beiderseitigen Molecüle abhängig, die zweite von ihrer relativen Geschwindigkeit, die dritte von ihrer relativen Beschleunigung; für alle diese Annahmen finden sich in anderen Gebieten der Physik Analogien. Es ist aber bemerkenswerth, dass noch eine vierte Verfügung mit der gestellten Bedingung vereinbar ist, für welche sich in anderen Gebieten keine Analogie findet.

4) Setzt man nämlich:

$$\begin{aligned}
 f_4 &= \left(q_3 \frac{\partial^2(v-V)}{\partial t^2} - q_2 \frac{\partial^2(w-W)}{\partial t^2} \right) \frac{\partial(u-U)}{\partial t} \\
 &+ \left(q_1 \frac{\partial^2(w-W)}{\partial t^2} - q_3 \frac{\partial^2(u-U)}{\partial t^2} \right) \frac{\partial(v-V)}{\partial t} \\
 &+ \left(q_2 \frac{\partial^2(u-U)}{\partial t^2} - q_1 \frac{\partial^2(v-V)}{\partial t^2} \right) \frac{\partial(w-W)}{\partial t}
 \end{aligned}$$

so wird:

$$\begin{aligned}
 A_4 &= q_3 \frac{\partial^2(v-V)}{\partial t^3} - q_2 \frac{\partial^2(w-W)}{\partial t^3} \\
 B_4 &= q_1 \frac{\partial^2(w-W)}{\partial t^3} - q_3 \frac{\partial^2(u-U)}{\partial t^3} \\
 C_4 &= q_2 \frac{\partial^2(u-U)}{\partial t^3} - q_1 \frac{\partial^2(v-V)}{\partial t^3}
 \end{aligned} \quad 4.$$

Diese vier Werthe zusammengekommen stellen die allgemeinsten Ausdrücke dar, welche die Bedingung F erfüllen.

Wie man sieht, enthalten sie sämmtlich nur die Differentialquotienten der Verschiebungen nach der Zeit und nicht nach den Coordinaten; sie wären also zu erhalten aus den einzelnen Wechselwirkungen aller Aether- und Körpermolecüle des betrachteten Volumenelementes durch eine Summation, bei welcher man die gegenseitigen Verschiebungen derselben in dem Volumenelement entweder constant annimmt oder in der Entwicklung derselben nach der Taylor'schen Reihe mit dem Gliede erster Ordnung abbricht. Da man aber bei der Betrachtung

der inneren elastischen Kräfte des Aethers und der Materie in dieser Entwicklung bis zu den Gliedern dritter Ordnung geht, so scheint dasselbe hier auch geboten zu sein, und um so mehr, da sich zeigen wird, dass nach den Beobachtungen die bisher eingeführten Kräfte nur sehr kleine Werthe haben können, ja vielleicht völlig verschwindend sind. Schon der Umstand, dass die Bewegung eines Körpers als Ganzes im Aether äusserst geringen Widerstand erfährt, lässt darauf schliessen, wenngleich zu bedenken ist, dass die bei den Lichtvibrationen vorkommenden grossen Geschwindigkeiten einen Schluss der Art unsicher erscheinen lassen.

Wir gehen demnach dazu über, eine zweite Gruppe von Werthen der Componenten A, B, C aufzusuchen, welche zweite Differentialquotienten der Verschiebungen nach den Coordinaten enthalten und mit dem Princip der Energie vereinbar sind.

Damit das letztere stattfinde, müssen in dem Oberflächenintegral J_0 (p. 876) Glieder vorhanden sein, die das Raumintegral J_r zu einem vollständigen Differentialquotienten nach der Zeit ergänzen, denn für sich allein kann jenes dies nicht sein. Die neue Gruppe Componenten kommt dadurch in vollständige Analogie zu den oben discutirten Componenten der inneren Kräfte X, Y, Z und Ξ, H, Z , und ich setze demgemäss:

$$\begin{aligned} -A &= \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z}, & -B &= \frac{\partial B_x}{\partial x} + \frac{\partial B_y}{\partial y} + \frac{\partial B_z}{\partial z}, \\ -C &= \frac{\partial C_x}{\partial x} + \frac{\partial C_y}{\partial y} + \frac{\partial C_z}{\partial z}, \end{aligned}$$

und auch kurz:

$$\begin{aligned} A_n &= A_x \cos(n, x) + A_y \cos(n, y) + A_z \cos(n, z) \\ B_n &= B_x \cos(n, x) + B_y \cos(n, y) + B_z \cos(n, z) \\ C_n &= C_x \cos(n, x) + C_y \cos(n, y) + C_z \cos(n, z), \end{aligned}$$

ohne dass mit den Buchstaben $A_x \dots$ gerade dieselbe physikalische Bedeutung von Oberflächendruckkräften zu verbinden wäre, wie mit den $X_x \dots$; es findet z. B. auch nicht die Relation statt $A_y = B_x$ u. s. f.

Um J_r zu einem vollständigen Differentialquotienten nach der Zeit zu ergänzen, sondre ich aus der Arbeit (S_{hk}) Glieder der Form:

$$\left(\bar{A}_n \frac{\partial(u-U)}{\partial t} + \bar{B}_n \frac{\partial(v-V)}{\partial t} + \bar{C}_n \frac{\partial(w-W)}{\partial t} \right)_h \\ + \left(\bar{A}_n \frac{\partial(u-U)}{\partial t} + \bar{B}_n \frac{\partial(v-V)}{\partial t} + \bar{C}_n \frac{\partial(w-W)}{\partial t} \right)_k$$

aus, d. h. solche, welche die Arbeit von auf die Grenzelemente wirkenden Kräften zwischen Materie und Aether desselben Körpers darstellen, und fasse sie mit J_r zusammen.

Setze ich (S_{hk}) um die oben vermerkten Glieder vermindert gleich S_{hk} , so wird sich jetzt die gesammte Arbeit der Wechselwirkungen schreiben lassen:

$$S_j = \sum_h dr_h \left[A_x \frac{\partial^2(u-U)}{\partial t \partial x} + A_y \frac{\partial^2(u-U)}{\partial t \partial y} + A_z \frac{\partial^2(u-U)}{\partial t \partial z} \right. \\ + B_x \frac{\partial^2(v-V)}{\partial t \partial x} + B_y \frac{\partial^2(v-V)}{\partial t \partial y} + B_z \frac{\partial^2(v-V)}{\partial t \partial z} \\ \left. + C_x \frac{\partial^2(w-W)}{\partial t \partial x} + C_y \frac{\partial^2(w-W)}{\partial t \partial y} + C_z \frac{\partial^2(w-W)}{\partial t \partial z} \right]_h \\ + \sum_{hk} do_{hk} S_{hk} \\ = J'_r + J'_o,$$

und es handelt sich darum, durch passende Verfügungen über $A_x \dots$ zu erfüllen die Bedingung:

$$J'_r = \frac{df'}{dt} \quad | \quad F'.$$

Auch hier bieten sich vier verschiedenen Möglichkeiten, die in der oben (p. 879) angegebenen Weise die Ergänzung der Verfügungen 1) bis 4) bilden, nämlich zu deuten sind als die Wirkungen von Kräften, die zwischen den einzelnen Moleculen des Aethers und der Materie proportional mit den gegenseitigen Verschiebungscomponenten derselben und deren ersten drei Differentialquotienten nach der Zeit, stattfinden und durch die Berücksichtigung der Aenderung dieser Verschiebungscomponenten innerhalb des Volumenelementes erhalten werden.

Für die Bestimmung der sich hiernach bietenden Formen von f' ist aber zu berücksichtigen, dass die Wechselwirkungen nicht nothwendig nur Functionen der sechs Differentialausdrücke:

$$\frac{\partial(u-U)}{\partial x}, \quad \frac{\partial(v-V)}{\partial y}, \quad \frac{\partial(w-W)}{\partial z}, \quad \frac{\partial(u-U)}{\partial y} + \frac{\partial(v-V)}{\partial x}, \\ \frac{\partial(v-V)}{\partial z} + \frac{\partial(w-W)}{\partial y}, \quad \frac{\partial(w-W)}{\partial x} + \frac{\partial(u-U)}{\partial z}$$

sein müssen, sondern alle neun Differentialquotienten einzeln enthalten können. Bei einfachen Körpern kommen dieselben bekanntlich im Grunde deshalb nur in jenen sechs Verbindungen vor, weil eine Drehung eines Theiles des elastischen Körpers als Ganzen elastische Kräfte in demselben nicht erregt, — bei dem aus Aether und ponderabler Materie gemischten Medium kann das aber der Fall sein. Wir fassen demgemäss in den für df'/dt weiter möglichen Formen den Coëfficienten von:

$$\frac{\partial^2(u-U)}{\partial x \partial t}, \quad \frac{\partial^2(u-U)}{\partial y \partial t}, \quad \frac{\partial^2(u-U)}{\partial z \partial t} \text{ etc.}$$

in J_r auf als den Ausdruck für:

$$A_x, \quad A_y, \quad A_z \text{ etc.}$$

Folgendes sind die möglichen Verfügungen:

5) Man setze f' gleich einer homogenen Function zweiten Grades der neun Differentialquotienten:

$$\begin{aligned} \frac{\partial(u-U)}{\partial x} &= \chi_1, & \frac{\partial(u-U)}{\partial y} &= \chi_2, & \frac{\partial(u-U)}{\partial z} &= \chi_3, \\ \frac{\partial(v-V)}{\partial x} &= \chi_4, & \frac{\partial(v-V)}{\partial y} &= \chi_5, & \frac{\partial(v-V)}{\partial z} &= \chi_6, \\ \frac{\partial(w-W)}{\partial x} &= \chi_7, & \frac{\partial(w-W)}{\partial y} &= \chi_8, & \frac{\partial(w-W)}{\partial z} &= \chi_9. \end{aligned}$$

Dann erhält man:

$$\begin{aligned} -(A_x)_s &= \frac{\partial f'_s}{\partial \chi_1} = \sum_1^9 n_{1i} \chi_i, & -(A_y)_s &= \frac{\partial f'_s}{\partial \chi_2} = \sum_1^9 n_{2i} \chi_i, \\ -(A_z)_s &= \frac{\partial f'_s}{\partial \chi_3} = \sum_1^9 n_{3i} \chi_i \text{ u. s. f., worin } n_{ii} = n_{i,i} \text{ ist,} & 5. \\ \text{und:} & -2f'_s = \sum_1^9 \sum_1^9 n_{ii} \chi_i \chi_i. \end{aligned}$$

6) Man setze für $A_x \dots$ lineare Functionen der neun Argumente $\partial \chi_1 / \partial t$, $\partial \chi_2 / \partial t$, ... und bestimme die Coëfficienten so, dass df'_s / dt identisch verschwindet, dann ist:

$$\begin{aligned}
 -A_x &= \sum_1^9 p_{1i} \frac{\partial \chi_i}{\partial t}, & -A_y &= \sum_1^9 p_{2i} \frac{\partial \chi_i}{\partial t}, \\
 -A_z &= \sum_1^9 p_{3i} \frac{\partial \chi_i}{\partial t} \text{ u. s. f.}, & &
 \end{aligned} \quad 6.$$

worin: $p_{ii} = 0$ und: $p_{ii} = -p_{i,i}$ ist.

7) Man wähle A_x, \dots gleich lineären Functionen der neun Argumente $\partial^2 \chi_i / \partial t^2$, also:

$$-A_x = \sum_1^9 r_{1i} \frac{\partial^2 \chi_i}{\partial t^2}, \quad -A_y = \sum_1^9 r_{2i} \frac{\partial^2 \chi_i}{\partial t^2}, \quad 7.$$

worin $r_{ii} = r_{i,i}$ ist, und:

$$-2f'_7 = \sum_1^9 \sum_1^9 r_{ii} r_{ii} \frac{\partial \chi_i}{\partial t} \cdot \frac{\partial \chi_i}{\partial t} \text{ wird.}$$

8) Endlich kann man setzen:

$$-A_x = \sum_1^9 q_{1i} \frac{\partial^3 \chi_i}{\partial t^3}, \quad -A_y = \sum_1^9 q_{2i} \frac{\partial^3 \chi_i}{\partial t^3}, \quad 8.$$

worin wiederum $q_{ii} = 0$ und $q_{ii} = -q_{i,i}$ ist.

Hierdurch wird:

$$-f'_8 = \sum_1^9 \sum_1^9 q_{ii} \left(\frac{\partial^3 \chi_i}{\partial t^3} \cdot \frac{\partial \chi_i}{\partial t} - \frac{\partial^2 \chi_i}{\partial t^2} \cdot \frac{\partial \chi_i}{\partial t} \right).$$

Damit ist alles zusammengestellt, was für f' zu wählen möglich ist, um der Bedingung F' zu genügen. Ein physikalisches Bedenken scheint mir gegen keine der acht Einführungen vorzuliegen, auch nicht deswegen, dass sie die Wechselwirkungen von den Differentialquotienten nach der Zeit abhängig machen, während die Wirkungen zwischen Aether allein oder Materie allein durch die Beobachtung nur von den Verschiebungen selbst abhängig ergeben werden. Denn man übersieht, dass bei dem Durcheinanderschwingen der zwei Systeme von Moleculen Wirkungen sehr complicirter Art stattfinden werden, welche (ohne für die Fernwirkung zwischen zwei einzelnen verschiedenartigen Moleculen eine Abhängigkeit der Kräfte von relativen Geschwindigkeiten vorauszusetzen) in der Resultirenden für die Wechselwirkung aller in einem Volumenelement befindlichen

Massen dergleichen sehr wohl ergeben können, wie wir oben eingeführt haben. Man braucht hierzu nur an verwandte Probleme aus der Hydrodynamik zu denken.

Noch bemerke ich, dass sich später zeigen wird, dass Kräfte von der vierten und achten Art, welche die dritten Differentialquotienten nach der Zeit enthalten, zur Erklärung der bekannten Erscheinungen anzunehmen nicht nöthig sind; dies ist günstig, weil jene die einzigen sind, für welche in der Physik bisher keine Analogie existirt.

Mit den vorstehenden Verfügungen über die Gesetze der Wechselwirkungen zwischen Materie und Aether verbinde ich noch folgende Annahmen:

1. Der Aether ist bei den Schwingungsbewegungen, welche optische Erscheinungen veranlassen, merklich incompressibel.

2. Seine Dichtigkeit ist gegen die aller bekannten ponderablen Substanzen verschwindend klein.

3. Seine Dichtigkeit und Elasticität ist in allen Körpern die gleiche.

Die erste Annahme lässt:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad \text{II.}$$

werden, und aus den Componenten X, Y, Z der Gleichungen (I_a) die hydrostatischen Drucke $\partial l / \partial x, \partial l / \partial y, \partial l / \partial z$ sich absondern. Die zweite lässt U, V, W neben u, v, w verschwindend klein werden, sodass sie neben jenen sowohl in den Gleichungen (I_a) als auch — was zu erweisen eine genauere Betrachtung nöthig ist — in der Gleichung der Energie vernachlässigt werden können.

Die dritte Annahme ist nur gemacht, um das Hindurchströmen des Aethers durch die ponderablen Körper wahrscheinlicher zu machen; sie ist an sich nicht nöthig, wird aber durch die Folgerungen aus unserer Theorie als zulässig erwiesen.

Unsere Grundgleichungen werden hiernach:

$$\begin{aligned} m \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} &= X_0 + A_0 + \frac{\partial l}{\partial x}, & m \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} &= Y_0 + B_0 + \frac{\partial l}{\partial y}, \\ m \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} &= Z_0 + C_0 + \frac{\partial l}{\partial z}. \end{aligned} \quad \text{I.}$$

Dabei sind X_o , Y_o , Z_o die oben definirten Componenten der inneren Kräfte des Aethers, darin $\partial u / \partial x + \partial v / \partial y + \partial w / \partial z = 0$ genommen, d. h. also:

$X_o = e \Delta u$, $Y_o = e \Delta v$, $Z_o = e \Delta w$,
und A_o , B_o , C_o die Componenten der Wechselwirkung zwischen Aether und Materie, in den oben gefundenen Formen darin:

$$U = V = W = 0 \quad \text{und:} \quad \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad \text{gesetzt.}$$

I. Fortpflanzung ebener Wellen in isotropen Medien.

Isotrope Körper sind solche, in denen keine Richtung vor der anderen irgendwie ausgezeichnet ist. Wir betrachten solche Körper, in welchen Kräfte der Gattung 2) 4) und 6) 8) nicht existiren — die Bedeutung dieser Annahme wird weiter unten klar werden — und haben dann, wenn wir die Wellenebene in die XY legen, also $w = 0$ und l , u und v unabhängig von x und y setzen, nach Gleichung (I):

$$\begin{aligned} (m+r) \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} &= (e+a) \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + a' \frac{\partial^4 u}{\partial z^2 \partial t^2} - nu, \\ (m+r) \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} &= (e+a) \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} + a' \frac{\partial^4 v}{\partial z^2 \partial t^2} - nv; \end{aligned} \quad \left| \quad 9. \right.$$

denn die Grössen s und o müssen hier gleich Null, die r und n einander gleich werden, und die Functionen f_6' und f_7' reduciren sich auf die Ausdrücke:

$$\begin{aligned} -2f_6' &= a[(x_x^2 + y_y^2 + z_z^2 + \frac{1}{2}(y_z^2 + z_z^2 + x_y^2))] \\ -2f_7' &= a' \left[\left(\frac{\partial x_x}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial y_y}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial z_z}{\partial t} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\left(\frac{\partial y_z}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial z_x}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial x_y}{\partial t} \right)^2 \right) \right]. \end{aligned}$$

Unsere Formeln (9) zeigen ein gleiches Verhalten der u und v Componente der Verrückung, also transversale Schwingungen jeder Art und jeder Richtung als möglich.

Setzt man:

$$u = M \sin \frac{1}{r} \left(t - \frac{x}{\omega} \right), \quad \text{worin:} \quad \tau = \frac{T}{2\pi} \text{ ist,}$$

so folgt:

$$\begin{aligned} m+r &= \frac{1}{\omega^2} \left[(e+a) - \frac{a}{r^2} \right] + n\tau^2 \quad \text{oder:} \\ \omega^2 &= \frac{(e+a) - \frac{a}{r^2}}{m+r - n\tau^2}. \end{aligned} \quad \left| \quad 10. \right.$$

Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit ω wird also von der Farbe abhängig, während sie im leeren Raum constant ist:

$$\omega_0^2 = \frac{e}{m}.$$

Setzt man den Brechungscoefficienten $= n$, so wird:

$$\frac{1}{n^2} = \frac{m}{e} \cdot \frac{(e + a) - \frac{a'}{r^2}}{m + r - n\tau^2},$$

und diese Formel stellt das allgemeinste Dispersionsgesetz dar, welches aus dem Princip der Energie, d. h. für vollkommen durchsichtige Medien zu erhalten ist.

Bezeichnet man die Wellenlänge, die der betreffenden Farbe im leeren Raum entspricht, d. h. $2\pi\tau\omega_0$ mit λ_0 , so lautet dasselbe:

$$\frac{1}{n^2} = \frac{\frac{m(e+a)}{e} - \frac{4a'\pi^2}{\lambda_0^2}}{m + r - \frac{n\lambda_0^2 m}{4e\pi^2}},$$

oder wenn man die Wellenlänge im Körper, $2\pi\tau\omega = \lambda$, einführt:

$$\frac{1}{n^2} = \frac{e + a + \frac{nm\lambda^2}{4e\pi^2}}{m + r + \frac{4a'\pi^2}{\lambda^2}}.$$

Diese Formel wird durch die Beobachtung recht gut bestätigt.¹⁾ Abweichungen sind vollständig dadurch erklärt, dass auch die durchsichtigsten Körper, die wir kennen, doch Absorption zeigen, also die Voraussetzungen, welche die Theorie zu machen gezwungen ist, nicht streng erfüllen.

II. Fortpflanzung ebener Wellen in krystallinischen Medien.

Wir setzen auch hier zunächst solche Körper voraus, deren Theile keine Kräfte der Gattungen 2) und 4), 6) und 8) auf den Aether ausüben, und nehmen an, dass der untersuchte Krystall in Bezug auf drei zu einander normale Ebenen symmetrisch sei. Dann haben die Functionen f folgende Werthe:

$$\begin{aligned} -2f_1 &= n_1 u^2 + n_2 v^2 + n_3 w^2, \\ -2f_3 &= r_1 \left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)^2 + r_2 \left(\frac{\partial v}{\partial t}\right)^2 + r_3 \left(\frac{\partial w}{\partial t}\right)^2, \end{aligned}$$

1) Vgl. z. B. die Berechnung der der ersteren ähnlichen Redtenbacher'schen Formel durch Hrn. Ketteler, Pogg. Ann. 140, p. 13. 1870.

$$\begin{aligned}
-2f_8 = & a_1 \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + a_2 \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + a_3 \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 \\
& + 2 \left(c_1 \frac{\partial v}{\partial y} \frac{\partial w}{\partial z} + c_2 \frac{\partial w}{\partial z} \frac{\partial u}{\partial x} + c_3 \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial y} \right) \\
& + b_{12} \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + b_{13} \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + b_{21} \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + b_{23} \left(\frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 + b_{31} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + b_{32} \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \\
& + 2 \left(b_1 \frac{\partial v}{\partial y} \frac{\partial w}{\partial z} + b_2 \frac{\partial w}{\partial z} \frac{\partial u}{\partial x} + b_3 \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial y} \right),
\end{aligned}$$

analog $2f_7$ nur statt uvw die $\partial u/\partial t$, $\partial v/\partial t$, $\partial w/\partial t$ und statt der a , b , c die Factoren a' , b' , c' enthaltend. Es folgt hieraus z. B.:

$$-(A_x)_8 = a_1 \frac{\partial u}{\partial x} + c_3 \frac{\partial v}{\partial y} + c_2 \frac{\partial w}{\partial z},$$

$$-(A_y)_8 = b_{12} \frac{\partial u}{\partial y} + b_3 \frac{\partial v}{\partial x}, \quad -(A_z)_8 = b_{13} \frac{\partial u}{\partial z} + b_2 \frac{\partial w}{\partial x},$$

und die erste Bewegungsgleichung:

$$\begin{aligned}
(m + r_1) \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = & e \Delta u + \frac{\partial l}{\partial x} - n_1 u \\
& + a_1 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + b_{12} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + b_{13} \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + (c_3 + b_3) \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} + (c_2 + b_2) \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial z} \\
& + \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left[a_1 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + b_{12} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + b_{13} \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + (c_3' + b_3') \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} + (c_2' + b_2') \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial z} \right],
\end{aligned}$$

analog die beiden anderen; hinzu:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0.$$

Setzt man abgekürzt: $m + r_h = m_h$,

$$A_1 = a_1 + b_1 + c_1 - (b_2 + b_3) - (c_3 + c_3) + e$$

$$A_2 = a_2 + b_2 + c_2 - (b_3 + b_1) - (c_3 + c_1) + e$$

$$A_3 = a_3 + b_3 + c_3 - (b_1 + b_2) - (c_1 + c_2) + e$$

$$A_1' = a_1' + b_1' + c_1' - (b_2' + b_3') - (c_3' + c_3')$$

$$A_2' = a_2' + b_2' + c_2' - (b_3' + b_1') - (c_3' + c_1')$$

$$A_3' = a_3' + b_3' + c_3' - (b_1' + b_2') - (c_1' + c_2')$$

$$b_{hk} + e = (b_{hk}) \quad \text{und:}$$

$$L = l - \left[(b_1 + c_1) \frac{\partial u}{\partial x} + (b_2 + c_2) \frac{\partial v}{\partial y} + (b_3 + c_3) \frac{\partial w}{\partial z} \right]$$

$$- \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left[(b_1' + c_1') \frac{\partial u}{\partial x} + (b_2' + c_2') \frac{\partial v}{\partial y} + (b_3' + c_3') \frac{\partial w}{\partial z} \right],$$

so lässt sich das System Bewegungsgleichungen schreiben:

$$\begin{aligned}
 m_1 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} &= \left[A_1 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + (b_{12}) \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + (b_{13}) \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right] \\
 &+ \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left[A_1' \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + b_{12}' \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + b_{13}' \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right] + \frac{\partial L}{\partial x} - n_1 u \\
 m_2 \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} &= \left[(b_{21}) \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + A_2 \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + (b_{23}) \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right] \\
 &+ \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left[b_{21}' \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + A_2' \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + b_{23}' \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right] + \frac{\partial L}{\partial y} - n_2 v \\
 m_3 \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} &= \left[(b_{31}) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + (b_{32}) \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + A_3 \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right] \\
 &+ \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left[b_{31}' \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + b_{32}' \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + A_3' \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right] + \frac{\partial L}{\partial z} - n_3 w, \\
 \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} &= 0.
 \end{aligned} \tag{11}$$

Zur Integration setze ich:

$$\begin{aligned}
 u &= M \sin \frac{1}{\tau} \left(t - \frac{\rho}{\omega} \right), & v &= N \sin \frac{1}{\tau} \left(t - \frac{\rho}{\omega} \right), \\
 w &= P \sin \frac{1}{\tau} \left(t - \frac{\rho}{\omega} \right), & L &= -\frac{Q}{\tau \omega} \cos \frac{1}{\tau} \left(t - \frac{\rho}{\omega} \right),
 \end{aligned}$$

worin $\tau = T/2\pi$ und $\rho = \mu x + \nu y + \pi z$ ist. Es folgt dann unter den Abkürzungen:

$$A_i - \frac{A_i'}{\tau^2} = A_i, \quad (b_{hk}) - \frac{b_{hk}'}{\tau^2} = B_{hk}, \quad m_i - n_i \tau^2 = \Gamma_i$$

das System:

$$\begin{aligned}
 M[A_1 \mu^2 + B_{12} \nu^2 + B_{13} \pi^2 - \Gamma_1 \omega^2] &= Q\mu \\
 N[B_{21} \mu^2 + A_2 \nu^2 + B_{23} \pi^2 - \Gamma_2 \omega^2] &= Q\nu \\
 P[B_{31} \mu^2 + B_{32} \nu^2 + A_3 \pi^2 - \Gamma_3 \omega^2] &= Q\pi \\
 M\mu + N\nu + P\pi &= 0,
 \end{aligned} \tag{12}$$

und durch Addition der drei Gleichungen, nachdem sie mit den Klammern links dividirt und resp. mit μ , ν , π multiplicirt sind:

$$\begin{aligned}
 \frac{\mu^2}{A_1 \mu^2 + B_{12} \nu^2 + B_{13} \pi^2 - \Gamma_1 \omega^2} + \frac{\nu^2}{B_{31} \mu^2 + A_2 \nu^2 + B_{23} \pi^2 - \Gamma_2 \omega^2} \\
 + \frac{\pi^2}{B_{31} \mu^2 + B_{32} \nu^2 + A_3 \pi^2 - \Gamma_3 \omega^2} = 0.
 \end{aligned} \tag{13}$$

Hierdurch ist das Gesetz der Fortpflanzungsgeschwindigkeiten in der durch die Cosinus μ , ν , π bestimmten Richtung der Wellennormale gegeben.

Damit dasselbe mit den Fresnel'schen Resultaten hinsichtlich Geschwindigkeit und Schwingungsrichtung übereinstimmt, muss für jede Hauptebene diejenige Welle eine constante Geschwindigkeit haben, welche senkrecht zu der betreffenden Hauptebene schwingt. Z. B. muss für $\mu = 0$, d. h. für die YZ -Ebene diejenige Welle, welche $\omega = \text{Const.}$ hat, ergeben $M = 1$.

Dies setzt voraus, dass:

$$\Gamma_1 = \Gamma_2 = \Gamma_3 = \Gamma, \quad A_1 = B_{12} = B_{13}, \quad A_2 = B_{21} = B_{23}, \quad A_3 = B_{31} = B_{32},$$

während: $A_1, A_2, A_3.$

drei Constanten sind, welche laut der Beobachtung voneinander verschieden sein müssen. Dies ist an sich wohl möglich; beachtet man aber, dass die Grössen B_{12} und B_{21} , B_{23} und B_{32} , B_{31} und B_{13} einander gleich werden, wenn man oben (p. 881) die Annahme einführt, dass bei einer Drehung eines Elementes Aether ohne Dilatationen keine elastischen Kräfte erregt werden, so erscheint eine so merkliche Verschiedenheit dieser Grössen, wie sie die Beobachtung fordert, und damit die Fresnel'sche Definition der Polarisationsebene wenig wahrscheinlich.

Um zu der Neumann'schen Definition und dem Fresnel'schen Gesetze der Fortpflanzungsgeschwindigkeit zu kommen, ist nöthig, dass:

$$\Gamma_1 = \Gamma_2 = \Gamma_3 = \Gamma, \quad B_{12} = B_{21} = B_3, \quad B_{23} = B_{32} = B_1, \quad B_{31} = B_{13} = B_2, \quad \text{und:}$$

$$A_1 = B_2 + B_3 - B_1, \quad A_2 = B_3 + B_1 - B_2, \quad A_3 = B_1 + B_2 - B_3$$

ist¹⁾, — Relationen, die zwar noch der physikalischen Deutung bedürfen, aber in sich keinerlei Widersprüche enthalten. Sind sie erfüllt, so ergibt sich:

$$\frac{\mu^2}{\omega^2 - \omega_x^2} + \frac{\nu^2}{\omega^2 - \omega_y^2} + \frac{\pi^2}{\omega^2 - \omega_z^2} = 0,$$

$$\text{worin } \omega_x^2 = \frac{B_1}{\Gamma}, \quad \omega_y^2 = \frac{B_2}{\Gamma}, \quad \omega_z^2 = \frac{B_3}{\Gamma} \text{ ist.}$$

14.

Die angegebenen acht Bedingungen zerfallen, wenn sie streng für alle Farben gelten sollen, in sechzehn, da in den Con-

1) Hierin sind Γ, B_1, B_2, B_3 neue Constanten.

stanten A, B und Γ Glieder vorkommen, welche die Schwingungsdauer enthalten. In den ursprünglichen Constanten würden dieselben die Form erhalten:

$$\begin{aligned} r_1 = r_2 = r_3, \quad n_1 = n_2 = n_3, \\ b_{12} = b_{21}, \quad b_{23} = b_{32}, \quad b_{31} = b_{13}, \\ b'_{12} = b'_{21}, \quad b'_{23} = b'_{32}, \quad b'_{31} = b'_{13}, \\ A_1 = b_{13} + b_{12} - b_{23}, \quad A_2 = b_{21} + b_{23} - b_{13}, \\ A_3 = b_{32} + b_{31} - b_{21}, \\ A'_1 = b_{13}' + b_{12}' - b_{23}', \quad A'_2 = b_{21}' + b_{23}' - b_{13}', \\ A'_3 = b_{32}' + b_{31}' - b_{21}'. \end{aligned} \quad 15.$$

Dies¹⁾ wäre erforderlich, um das Fresnel'sche Gesetz für die Fortpflanzungsgeschwindigkeit mit aller Strenge für alle Farben zu erfüllen, was für einaxige Krystalle durch die Beobachtungen von Swan²⁾ am Kalkspath, für zweiaxige besonders durch die Kirchhoff'schen Messungen³⁾ der Winkel der optischen Axen im Aragonit für verschiedene Farben wahrscheinlich gemacht ist. Für diesen Winkel φ gelten die Ausdrücke:

$$\begin{aligned} \cos^2 \varphi &= \frac{\omega_x^2 - \omega_y^2}{\omega_x^2 - \omega_z^2}, & \sin^2 \varphi &= \frac{\omega_y^2 - \omega_z^2}{\omega_x^2 - \omega_z^2} \\ &= \frac{(b_3 - b_2) - \frac{1}{\Gamma^2}(b_3' - b_2')}{(b_3 - b_1) - \frac{1}{\Gamma^2}(b_3' - b_1')}, & &= \frac{(b_2 - b_1) - \frac{1}{\Gamma^2}(b_2' - b_1')}{(b_3 - b_1) - \frac{1}{\Gamma^2}(b_3' - b_1')}, \end{aligned}$$

er wird also durch unsere Formeln wirklich von der Farbe abhängig, obgleich, wie gesagt, die Fresnel'sche Gleichung für die Fortpflanzungsgeschwindigkeit für jede Farbe streng gültig bleibt.

Dass, wenn man die X- und Y-Axe im Krystall unterschiedslos nimmt (quadratisches System) oder voraussetzt, dass sie durch eine Drehung um 60 oder 120° wieder in eine gleichwerthige Lage zum Krystall kommen (hexagonales und rhomboëdrisches System), sich die Huygens'schen

1) Die ersten vier Gleichungen (15) verbunden mit der Definition der Grössen n und r (p. 879) machen wahrscheinlich, dass die n und r allgemein verschwinden.

2) Swan, Edinb. Trans. 16. p. 375. 1849.

3) G. Kirchhoff, Pogg. Ann. 108. p. 567. 1859.

Gesetze für optisch einaxige Krystalle ergeben, übersieht man leicht. Ebenso, dass die Unterschiedslosigkeit aller drei Coordinatenaxen (reguläres System) auf einfache Brechung führt. Wesentlich complicirter werden die Formeln, wenn man Krystalle der letzten beiden Systeme, die wir im Anfange ausdrücklich ausgeschlossen haben, betrachtet. Sollen für diese, wie die Beobachtung zu verlangen scheint, die Fresnel'schen Gesetze streng gültig sein, so müssen zwischen den Constanten der elastischen Potentiale f u. s. w. noch weit mehr Relationen stattfinden, als oben benutzt. Da sie aber in sich keinen Widerspruch enthalten, bieten sie auch keine physikalische Schwierigkeit dar. Die neu auftretenden Relationen stellen die Bedingungen dafür dar, dass es im Krystall ein Coordinatensystem gibt, für welches derselbe in optischer Hinsicht sich zu den drei Coordinatenebenen symmetrisch verhält. Die Lage dieses Coordinatensystemes bestimmt sich durch Grössen, welche von der Farbe des Lichtes abhängig sind, d. h. es ergibt sich die Möglichkeit, dass die Mittellinie der optischen Axen für verschiedene Farben eine verschiedene Lage habe. Sonach erklären unsere Formeln auch die in den letzten beiden Krystallsystemen vorkommenden unsymmetrischen Dispersionen der optischen Axen.

III. Circulare Polarisation in isotropen Medien.

Circularpolarisirende Medien sind solche, in welchen Kräfte der Gattungen 2), 4), 6) und 8) wirken. Ich werde aber zeigen, dass die Einführung der Wirkungen 4) und 8), welche die dritten Differentialquotienten nach der Zeit enthalten und ohne Analogien in anderen Gebieten der Physik sind, nicht nöthig ist, um die bekannten Erscheinungen zu erklären.

Die Componenten A und B werden, für den Fall man eine parallel der Z -Axe sich fortpflanzende Wellenebene betrachtet und also $w = 0$ und u, v und l von x und y unabhängig nimmt, durch die Gleichungen (2) und (6) gegeben:

$$A_2 + A_6 = p \frac{\partial v}{\partial t} + p' \frac{\partial^3 v}{\partial t \partial z^2}, \quad B_2 + B_6 = -p \frac{\partial u}{\partial t} - p' \frac{\partial^3 u}{\partial t \partial z^2}.$$

Es ist die Frage, wie im allgemeinen die Coëfficienten p_i und p_{ii} in den Ausdrücken (2) und (6) bestimmt werden

müssen, damit sie bei beliebiger Lage der Wellenebene die analogen Kräfte ergeben. Dies beantwortet sich, indem man die obigen Componenten auf ein beliebiges Coordinatensystem $X_1 Y_1 Z_1$ transformirt; die Coëfficienten, welche in diesen die Differentialausdrücke $\partial u_1/\partial t$, $\partial v_1/\partial t$, $\partial w_1/\partial t$, $\partial^2 u_1/\partial t \partial x_1^2$, $\partial^2 u_1/\partial t \partial x_1 \partial y_1$, $\partial^2 u_1/\partial t \partial x_1 \partial z_1$ erhalten, geben die gesuchten Werthe.

Man erhält so, falls $\alpha_3 \beta_3 \gamma_3$ die Richtungscosinus der Wellennormale gegen die Coordinatenaxen bezeichnen, für die verschiedenen Componenten die folgenden Systeme von Coëfficienten:

	$P' \frac{\partial u}{\partial t}$	$P' \frac{\partial v}{\partial t}$	$P' \frac{\partial w}{\partial t}$
A_2	0	γ_3	$-\beta_3$
B_2	$-\gamma_3$	0	α_3
C_2	β_3	$-\alpha_3$	0

16.

	$P' \frac{\partial^2 u}{\partial t \partial x}$	$P' \frac{\partial^2 u}{\partial t \partial y}$	$P' \frac{\partial^2 u}{\partial t \partial z}$	$P' \frac{\partial^2 v}{\partial t \partial x}$	$P' \frac{\partial^2 v}{\partial t \partial y}$	$P' \frac{\partial^2 v}{\partial t \partial z}$	$P' \frac{\partial^2 w}{\partial t \partial x}$	$P' \frac{\partial^2 w}{\partial t \partial y}$	$P' \frac{\partial^2 w}{\partial t \partial z}$
A_{x_1}	0	0	0	$\alpha_3^2 \gamma_3$	$\alpha_3 \beta_3 \gamma_3$	$\alpha_3 \gamma_3^2$	$-\alpha_3^2 \beta_3$	$-\alpha_3 \beta_3^2$	$-\alpha_3 \beta_3 \gamma_3$
A_{y_1}	0	0	0	$\alpha_3 \beta_3 \gamma_3$	$\beta_3^2 \gamma_3$	$\beta_3 \gamma_3^2$	$-\alpha_3 \beta_3^2$	$-\beta_3^3$	$-\beta_3^2 \gamma_3$
A_{z_1}	0	0	0	$\alpha_3 \gamma_3^2$	$\beta_3 \gamma_3^2$	γ_3^3	$-\alpha_3 \beta_3 \gamma_3$	$-\beta_3^2 \gamma_3$	$-\beta_3 \gamma_3^2$
B_{x_1}	$-\alpha_3^2 \gamma_3$	$-\alpha_3 \beta_3 \gamma_3$	$-\alpha_3 \gamma_3^2$	0	0	0	α_3^3	$\alpha_3^2 \beta_3$	$\alpha_3^2 \gamma_3$
B_{y_1}	$-\alpha_3 \beta_3 \gamma_3$	$-\beta_3^2 \gamma_3$	$-\beta_3 \gamma_3^2$	0	0	0	$\alpha_3^2 \beta_3$	$\alpha_3 \beta_3^2$	$\alpha_3 \beta_3 \gamma_3$
B_{z_1}	$-\alpha_3 \beta_3^2$	$-\beta_3 \gamma_3^2$	$-\gamma_3^3$	0	0	0	$\alpha_3^2 \gamma_3$	$\alpha_3 \beta_3 \gamma_3$	$\alpha_3 \gamma_3^2$
C_{x_1}	$+\alpha_3^2 \beta_3$	$+\alpha_3 \beta_3^2$	$+\alpha_3 \beta_3 \gamma_3$	$-\alpha_3^2$	$-\alpha_3^2 \beta_3$	$-\alpha_3^2 \gamma_3$	0	0	0
C_{y_1}	$+\alpha_3 \beta_3^2$	$+\beta_3^3$	$+\beta_3^2 \gamma_3$	$-\alpha_3^2 \beta_3$	$-\alpha_3 \beta_3^2$	$-\alpha_3 \beta_3 \gamma_3$	0	0	0
C_{z_1}	$+\alpha_3 \beta_3 \gamma_3$	$+\beta_3^2 \gamma_3$	$+\beta_3 \gamma_3^2$	$-\alpha_3^2 \gamma_3$	$-\alpha_3 \beta_3 \gamma_3$	$-\alpha_3 \gamma_3^2$	0	0	0

17.

Die Componenten werden also von der Lage der Wellennormalen abhängig, behalten aber für beliebige Coordinatenaxen ihre Form völlig bei. Die Möglichkeit isotroper circularpolarisirender Medien ist damit gegeben.

Wir wählen wiederum die XY -Ebene zur Wellenebene und haben nach dem I. Theil (p. 884) jetzt die zwei Gleichungen:

$$\begin{aligned} (m+r) \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} &= (e+\alpha) \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + \alpha' \frac{\partial^2 u}{\partial z^2 \partial t^2} - nu + P \frac{\partial v}{\partial t} + P' \frac{\partial^2 v}{\partial z^2 \partial t} \\ (m+r) \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} &= (e+\alpha) \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} + \alpha' \frac{\partial^2 v}{\partial z^2 \partial t^2} - nv - P \frac{\partial u}{\partial t} - P' \frac{\partial^2 u}{\partial z^2 \partial t} \end{aligned} \quad 18.$$

Zur Integration sei gesetzt:

$$u = M_1 \cos \frac{1}{\tau} \left(t - \frac{z}{\omega_1} \right) + M_2 \sin \frac{1}{\tau} \left(t - \frac{z}{\omega_2} \right)$$

$$v = N_1 \sin \frac{1}{\tau} \left(t - \frac{z}{\omega_1} \right) + N_2 \cos \frac{1}{\tau} \left(t - \frac{z}{\omega_2} \right),$$

dann müssen die Glieder mit dem Index (1) und (2) für sich die Hauptgleichungen erfüllen. Man erhält:

$$\begin{aligned} M_1 &= N_1 \\ \frac{1}{\omega_1^2} \left(e + a - \frac{a'}{\tau^2} \right) &= m + r - n\tau^2 + \tau \left(p - \frac{p'}{\tau^2 \omega_1^2} \right) \\ M_2 &= N_2 \\ \frac{1}{\omega_2^2} \left(e + a - \frac{a'}{\tau^2} \right) &= m + r - n\tau^2 - \tau \left(p - \frac{p'}{\tau^2 \omega_2^2} \right) \end{aligned} \quad 19.$$

Die erste Welle ist eine links-, die zweite eine rechtsrotirende, circularpolarisirte. Es folgt:

$$\left(\frac{1}{\omega_1^2} - \frac{1}{\omega_2^2} \right) \left(e + a - \frac{a'}{\tau^2} \right) = \tau \left(2p - \frac{p'}{\tau^2} \left(\frac{1}{\omega_1^2} + \frac{1}{\omega_2^2} \right) \right).$$

Hier kann man, gemäss der Beobachtung, dass p und p' sehr kleine Grössen sind, rechts $\omega_1 = \omega_2 = \omega$ setzen. Aus demselben Grunde darf:

$$\frac{1}{\omega_1} + \frac{1}{\omega_2} = 2 \sqrt{\frac{m + r - n\tau^2}{e + a - \frac{a'}{\tau^2}}}$$

genommen werden, also:

$$\frac{1}{\omega_1} - \frac{1}{\omega_2} = \frac{\tau \left(p - \frac{p'}{\tau^2 \omega^2} \right)}{\sqrt{\left(m + r - n\tau^2 \right) \left(e + a - \frac{a'}{\tau^2} \right)}}.$$

Beim Durchgange von linearpolarisirtem Licht durch eine Schicht eines circularpolarisirenden Mediums von der Dicke δ tritt bekanntlich eine Drehung der Polarisationssebene um einen Winkel φ ein, der gegeben ist durch:

$$\varphi = \frac{\delta}{2\tau} \left(\frac{1}{\omega_1} - \frac{1}{\omega_2} \right).$$

Hierfür gibt unsere Theorie den Werth:

$$\varphi = \frac{\delta \left(p - \frac{p'}{r^2 \omega^2} \right)}{2 \sqrt{(m + r - nr^2) \left(e + a - \frac{a'}{r^2} \right)}} \quad 21$$

Nach dem ersten Abschnitt ist n äusserst klein, vielleicht $= 0$; die Beobachtung gibt auch a' neben $(e + a)$ klein, beschränkt man sich auf erste Ordnung, so kann man bilden:

$$\varphi = \frac{\delta}{2 \sqrt{(e + a)(m + r)}} \left(p - \frac{p'}{r^2 \omega^2} \right) \left(1 + \frac{a'}{2(e + a)r^2} \right),$$

eine Form, welche die durch Beobachtungen von Broch¹⁾, Stephan²⁾ und G. Wiedemann³⁾ wahrscheinlich gemachte:

$$\varphi = \delta \left(A - \frac{B}{r^2} \right)$$

mit umfasst. Die genannten Beobachtungen scheinen zu gestatten, dass p als sehr klein angesehen wird.

IV. Elliptische Polarisation in krystallinischen Medien.

Mit den in dem vorigen Theile näher bestimmten Componenten der Kräfte 2) und 6) sind hier diejenigen Werthe der Gattungen 1), 3), 5) und 7) zu combiniren, welche krystallinischen Medien entsprechen; wir beschränken uns auf Krystalle mit drei Symmetrieebenen und benutzen die im zweiten Theil gefundenen Relationen (15), welche die Bedingung dafür sind, dass das Fresnel'sche Gesetz der Fortpflanzungsgeschwindigkeit zugleich mit der Neumann'schen Definition der Polarisationsebene besteht.

Die Bewegungsgleichungen werden dann, wenn ich ihrer, laut (16) und (17), complicirten Form wegen die Componenten der Kräfte 2) und 6) nicht ausschreibe:

1) Broch, Dove's Rep. 7. p. 113. 1850.

2) Stephan, Wien. Ber. 50. (2) p. 88. 1864. Pogg. Ann. 122. p. 631. 1864.

3) G. Wiedemann, Pogg. Ann. 82. p. 215. 1851.

$$\begin{aligned}
 (m+r) \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} &= (b_{13} + b_{12} - b_{23}) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + b_{12} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + b_{13} \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \\
 &+ \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left[(b_{13}' + b_{12}' - b_{23}') \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + b_{12}' \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + b_{13}' \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right] \\
 &+ \frac{\partial L}{\partial x} - nu + A_2 + A_6,
 \end{aligned}$$

analog die beiden anderen; dazu kommt:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0.$$

Um für die Componenten 2) und 6) einfache Formen zu erhalten, transformire ich diese Gleichungen auf ein neues Coordinatensystem $X_1 Y_1 Z_1$, dessen Z_1 -Axe die Wellennormale ist, durch die Formeln:

$$\begin{aligned}
 x_1 &= \alpha_1 x + \beta_1 y + \gamma_1 z, & y_1 &= \alpha_2 x + \beta_2 y + \gamma_2 z \\
 z_1 &= \alpha_3 x + \beta_3 y + \gamma_3 z.
 \end{aligned}$$

Addirt man die drei Bewegungsgleichungen mit den Factorensystemen $\alpha_1 \beta_1 \gamma_1$ und $\alpha_2 \beta_2 \gamma_2$, so erhält man die Formeln für die u_1 und v_1 Componenten. Setzt man, weil die $X_1 Y_1$ die Wellenebene sein soll, $w_1 = 0$ und u_1, v_1, L von x_1 und y_1 unabhängig, so erhält man folgende zwei definitive Gleichungen:

$$\begin{aligned}
 (m+r) \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} + n u_1 &= \left[(B_{11} - B) \frac{\partial^2 u_1}{\partial z_1^2} + B_{12} \frac{\partial^2 v_1}{\partial z_1^2} \right] \\
 &+ \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left[(B_{11}' - B') \frac{\partial^2 u_1}{\partial z_1^2} + B_{12}' \frac{\partial^2 v_1}{\partial z_1^2} \right] + p \frac{\partial v_1}{\partial t} + p' \frac{\partial^2 v_1}{\partial t \partial z_1^2} \\
 (m+r) \frac{\partial^2 v_1}{\partial t^2} + n v_1 &= \left[B_{12} \frac{\partial^2 u_1}{\partial z_1^2} + (B_{22} - B) \frac{\partial^2 v_1}{\partial z_1^2} \right] \\
 &+ \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left[B_{12}' \frac{\partial^2 u_1}{\partial z_1^2} + (B_{22}' - B') \frac{\partial^2 v_1}{\partial z_1^2} \right] - p \frac{\partial u_1}{\partial t} - p' \frac{\partial^2 u_1}{\partial t \partial z_1^2}.
 \end{aligned} \tag{22}$$

Hierin ist:

$$\begin{aligned}
 B_{hk} &= (b_{13} + b_{12}) \alpha_h \alpha_k + (b_{12} + b_{23}) \beta_h \beta_k + (b_{23} + b_{13}) \gamma_h \gamma_k, \\
 B &= b_{23} \alpha_3^2 + b_{13} \beta_3^2 + b_{12} \gamma_3^2,
 \end{aligned}$$

und analog B_{hk}' und B' bestimmt. Diese Gleichungen werden integrirt, indem man für u_1 und v_1 lineare Functionen von $\cos 1/\tau \cdot (t - z_1/\omega)$ und $\sin 1/\tau \cdot (t - z_1/\omega)$ nimmt.

Man erkennt sogleich, dass sich auf diese Weise elliptische Schwingungen ergeben. Da die Lage der X_1 - und

Γ_1 -Axe in der Wellenebene noch beliebig ist, kann man über sie so verfügen, dass sie die Hauptaxen der Bahnellipsen werden. Hierzu ist erforderlich, dass $\alpha_1\beta_1\gamma_1$ und $\alpha_2\beta_2\gamma_2$ genügen der Gleichung:

$$B_{12} - \frac{1}{\tau^3} B_{12}' = 0, \quad \text{d. h.} \quad \left. \begin{aligned} 0 = & \left[(b_{13} + b_{12}) - \frac{1}{\tau^3} (b_{13}' + b_{12}') \right] \alpha_1 \alpha_2 + \left[(b_{12} + b_{23}) - \frac{1}{\tau^3} (b_{12}' + b_{23}') \right] \beta_1 \beta_2 \\ & + \left[(b_{23} + b_{13}) - \frac{1}{\tau^3} (b_{23}' + b_{13}') \right] \gamma_1 \gamma_2. \end{aligned} \right\} 23.$$

Man bemerkt, dass hiernach die Lage der Axen der Bahnellipsen für verschiedene Farben im allgemeinen verschieden ist. Um sie näher zu bestimmen, beachte man, dass, falls in dem betrachteten Krystall die Constanten p und p' verschwindend klein sind, derselbe also ein gewöhnlicher doppeltbrechender Krystall ist, die Bedingung (23) diejenigen Richtungen bestimmt, in welchen das linearpolarisirte Licht schwingt, das sich in einem solchen Krystall parallel unserer Wellennormale Z_1 fortpflanzt. Diesen Richtungen parallel liegen also, wenn sich der Krystall in einen elliptisch polarisirenden verwandelt, die Axen der Bahnellipsen.

Durch das Einsetzen der aus Gleichung (23) bestimmten Werthe $\alpha_1\beta_1\gamma_1$ $\alpha_2\beta_2\gamma_2$ mag B_{11} und B_{22} , resp. gleich (B_{11}) und (B_{22}) werden, analog B , B_{11}' und B_{22}' gleich (B) , (B_{11}') , (B_{22}') .

Man hat sonach:

$$\left. \begin{aligned} (m + r) \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} + n u_1 &= ((B_{11}) - (B)) \frac{\partial^2 u_1}{\partial z_1^2} \\ &+ ((B_{11}') - (B')) \frac{\partial^4 u_1}{\partial t^2 \partial z_1^2} + p \frac{\partial v_1}{\partial t} + p' \frac{\partial^3 v_1}{\partial t \partial z_1^2} \\ (m + r) \frac{\partial^2 v_1}{\partial t^2} + n v_1 &= ((B_{22}) - (B)) \frac{\partial^2 v_1}{\partial z_1^2} \\ &+ ((B_{22}') - (B')) \frac{\partial^4 v_1}{\partial t^2 \partial z_1^2} - p \frac{\partial u_1}{\partial t} - p' \frac{\partial^3 u_1}{\partial t \partial z_1^2}. \end{aligned} \right\} 22'.$$

Zur Integration setze ich wiederum:

$$\begin{aligned} u_1 &= M_1 \cos \frac{1}{\tau} \left(t - \frac{z_1}{\omega_1} \right) + M_2 \sin \frac{1}{\tau} \left(t - \frac{z_1}{\omega_1} \right) \\ v_1 &= N_1 \sin \frac{1}{\tau} \left(t - \frac{z_1}{\omega_1} \right) + N_2 \cos \frac{1}{\tau} \left(t - \frac{z_1}{\omega_1} \right), \end{aligned}$$

und erhalte dadurch:

$$\begin{aligned}
 M \left[(m+r) - n\tau^2 - ((B_{11}) - (B)) \frac{1}{\omega^2} + ((B_{11}') - (B')) \frac{1}{\tau^2 \omega^2} \right] \\
 \pm N\tau \left(p - \frac{p'}{\tau^2 \omega^2} \right) = 0, \\
 N \left[(m+r) - n\tau^2 - ((B_{22}) - (B)) \frac{1}{\omega^2} + ((B_{22}') - (B')) \frac{1}{\tau^2 \omega^2} \right] \\
 \pm M\tau \left(p - \frac{p'}{\tau^2 \omega^2} \right) = 0.
 \end{aligned}$$

Oder kurz:

$$\begin{aligned}
 M \left[\Gamma - \frac{\Delta_1}{\omega^2} \right] \pm N\tau \left(p - \frac{p'}{\tau^2 \omega^2} \right) = 0 \\
 N \left[\Gamma - \frac{\Delta_2}{\omega^2} \right] \pm M\tau \left(p - \frac{p'}{\tau^2 \omega^2} \right) = 0.
 \end{aligned}$$

Das obere Zeichen gilt für die Welle mit dem Index 1 — d. i. die links rotirende —, das untere für die mit dem Index 2 — d. i. die rechts rotirende.

Zwei Relationen, die für beide Wellen gelten, erhält man durch Multiplication und Division der beiden letzten Gleichungen, nämlich:

$$\begin{aligned}
 \left(\Gamma - \frac{\Delta_1}{\omega^2} \right) \left(\Gamma - \frac{\Delta_2}{\omega^2} \right) &= \tau^2 \left(p - \frac{p'}{\tau^2 \omega^2} \right)^2 \\
 \text{und:} \quad \frac{\Gamma - \frac{\Delta_1}{\omega^2}}{\Gamma - \frac{\Delta_2}{\omega^2}} &= \left(\frac{N}{M} \right)^2 = \epsilon^2.
 \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} \left(\Gamma - \frac{\Delta_1}{\omega^2} \right) \left(\Gamma - \frac{\Delta_2}{\omega^2} \right) \\ \frac{\Gamma - \frac{\Delta_1}{\omega^2}}{\Gamma - \frac{\Delta_2}{\omega^2}} \end{aligned}} \right| 24.$$

Die erste gibt das Gesetz der Fortpflanzungsgeschwindigkeiten, die letztere das der Ellipticität der Schwingungen.

Einmal für die eine, dann für die andere Welle angewandt, geben sie zusammen, da nach der Beobachtung p mindestens sehr klein ist, die beiden Bahnellipsen sehr nahe ähnlich (sie werden es streng, wenn $p = 0$ ist), und zwar die grosse Axe der einen in der Richtung der kleinen der anderen Ellipse fallend.

Wäre p und p' gleich Null, d. h. der Krystall ein gewöhnlich doppeltbrechender, so würden die beiden Fortpflanzungsgeschwindigkeiten in denjenigen Richtungen einander gleich werden, für welche:

$$\Delta_1 = \Delta_2 = \Delta$$

ist; diese Bedingung gibt also die Lage der optischen Axen. In deren Richtung findet, wenn p und p' von Null verschieden sind, Circularpolarisation statt, und zwar sind die beiden Geschwindigkeiten gegeben durch:

$$\frac{\Delta}{\omega^2} = \Gamma \pm \tau \left(p - \frac{p'}{r^2 \omega^2} \right),$$

analog wie bei isotropen circularpolarisirenden Medien.

Ich mache schliesslich von den allgemeinen gefundenen Formeln noch eine Anwendung auf den bisher allein beobachteten Fall elliptisch-polarisirender einaxiger Krystalle. (Für reguläre Krystalle ergeben die obigen Formeln keine andere circulare Polarisation als möglich, wie die der isotropen Medien, in Uebereinstimmung mit der Beobachtung.)

Es sei die Z -Axe die krystallographische Hauptaxe, dann ist:

$$b_{13} = b_{23}, \quad b_{13}' = b_{23}',$$

es wird also nach Gl. (23) $B_{12} - (1/\tau^2) B_{12}'$ für alle Farben Null, wenn γ_1 oder γ_3 verschwindet, d. h. wenn eine der beiden Coordinatenebenen $X_1 Z_1$ oder $Y_1 Z_1$ in einen Hauptschnitt des Krystalles fällt. Ich wähle die erstere dazu und setze demgemäss:

$$\begin{aligned} \alpha_3 &= \sin \varphi, & \beta_3 &= 0, & \gamma_3 &= \cos \varphi, \\ \alpha_2 &= 0, & \beta_2 &= 1, & \gamma_2 &= 0, \\ \alpha_1 &= \cos \varphi, & \beta_1 &= 0, & \gamma_1 &= -\sin \varphi. \end{aligned}$$

Daraus folgt: $(B_{11}) = (b_{13} + b_{12}) + (b_{13} - b_{12}) \sin^2 \varphi$,

$$(B_{22}) = (b_{13} + b_{12}),$$

$$(B) = b_{12} + (b_{13} - b_{12}) \sin^2 \varphi,$$

und analog (B_{11}') , (B_{22}') , (B') ; unter Benutzung der im zweiten Theil (p. 887) eingeführten (für eine bestimmte Farbe constanten) Grössen:

$\Gamma = m + r - n\tau^2$, $B_1 = B_2 = b_{13} - \frac{b_{13}'}{r^2}$, $B_3 = b_{12} - \frac{b_{12}'}{r^2}$,
wird hiernach:

$$\Delta_1 = B_1, \quad \Delta_2 = B_1 \cos^2 \varphi + B_3 \sin^2 \varphi.$$

Endlich geben die zwei Gleichungen (24):

$$\left[\omega^2 \Gamma - B_1 \right] \left[\omega^2 \Gamma - (B_1 \cos^2 \varphi + B_3 \sin^2 \varphi) \right] = \tau^2 \left(p \omega^2 - \frac{p'}{r^2} \right)^2 \quad \left| \quad 25. \right.$$

$$\frac{\omega^2 \Gamma - B_1}{\omega^2 \Gamma - (B_1 \cos^2 \varphi + B_3 \sin^2 \varphi)} = \left(\frac{N}{M} \right)^2 = \varepsilon^2$$

Löst man die erste Gleichung (25) nach $\omega^2 \Gamma - B_1$ und $\omega^2 \Gamma - (B_1 \cos \varphi + B_3 \sin^2 \varphi)$ auf, so erhält man:

$$\begin{aligned}\omega^2 \Gamma - B_1 &= -\left(\frac{B_1 - B_3}{2}\right) \sin^2 \varphi \pm \sqrt{\left(\frac{B_1 - B_3}{2}\right)^2 \sin^4 \varphi + \tau^2 \left(p\omega^2 - \frac{p'}{\tau^2}\right)^2}, \\ \omega^2 \Gamma - (B_1 \cos \varphi + B_3 \sin^2 \varphi) \\ &= +\frac{B_1 - B_3}{2} \sin^2 \varphi \pm \sqrt{\left(\frac{B_1 - B_3}{2}\right)^2 \sin^4 \varphi + \tau^2 \left(p\omega^2 - \frac{p'}{\tau^2}\right)^2},\end{aligned}$$

wo die doppelten Zeichen den beiden Wurzeln für ω , nämlich ω_1 und ω_2 entsprechen. Setzt man dies in die zweite Gleichung (25), so findet sich, abgesehen von dem nach der Beobachtung mindestens sehr kleinen, vielleicht sogar verschwindenden Glied $p\omega^2$, in welches wir für ω einen Mittelwerth gesetzt denken:

$$\varepsilon_1 = 1/\varepsilon_2.$$

Setzt man $\varepsilon_1 = \varepsilon_\varphi$, so ergibt sich:

$$\varepsilon_\varphi = \pm \frac{\sqrt{\left(\frac{B_1 - B_3}{2}\right)^2 \sin^4 \varphi + \tau^2 \left(p\omega^2 - \frac{p'}{\tau^2}\right)^2} - \frac{B_1 - B_3}{2} \sin^2 \varphi}{\tau \left(p\omega^2 - \frac{p'}{\tau^2}\right)}, \quad 26a.$$

Für die Richtung normal zur Hauptaxe ist $\varphi = \frac{1}{2}\pi$, aber dadurch wird der Zähler nicht Null, sondern nur zweiter Ordnung in Bezug auf die kleinen Grössen p und p' ; es findet also laut unserer Formel in äquatorialer Richtung im allgemeinen nicht streng, sondern nur angenähert lineare Polarisation statt. Die Ellipticität wird hier, wenn man die Wurzel entwickelt:

$$\varepsilon_{\frac{\pi}{2}} = \frac{N_1}{M_1} = \frac{M_2}{N_2} = \pm \frac{\tau \left(p\omega^2 - \frac{p'}{\tau^2}\right)}{(B_1 - B_3)}.$$

Die Differenz der beiden Geschwindigkeiten parallel der Hauptaxe ist gegeben durch:

$$\begin{aligned}B_1 \left(\frac{1}{\omega_1^2} - \frac{1}{\omega_2^2}\right) &= 2\tau \left(p - \frac{p'}{\tau^2 \omega^2}\right), \text{ also nahe durch:} \\ B_1 \left(\frac{\omega_2^2 - \omega_1^2}{\omega^2}\right) &= 2\tau \left(p\omega^2 - \frac{p'}{\tau^2}\right);\end{aligned}$$

1) Diese Formel ist sehr ähnlich der von Cauchy und v. Lang gegebenen. Vgl. v. Lang, Pogg. Ann. 119. p. 74. 1863.

nimmt man hinzu, dass nahe:

$$\frac{B_1}{I} = \omega'^2 \quad \frac{B_2}{I} = \omega''^2$$

ist, wenn ω' und ω'' die beiden Geschwindigkeiten parallel der Aequatorebene bezeichnen, wie ω_1 und ω_2 dieselben parallel der Hauptaxe, so ist sehr nahe:

$$\varepsilon_{\frac{\pi}{2}} = \frac{N_1}{M_1} = \frac{M_2}{N_2} = \pm \frac{\omega_2^2 - \omega_1^2}{2(\omega'^2 - \omega''^2)},$$

oder durch Einführung der Brechungscoëfficienten n :

$$= \pm \frac{\frac{1}{n_2} - \frac{1}{n_1}}{2 \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n'} \right)},$$

was, wenn es sich nur um ein Urtheil über die Grössenordnung handelt, durch:

$$\varepsilon_{\frac{\pi}{2}} = \pm \frac{n_1 - n_2}{2(n' - n)}$$

ersetzt werden kann. Dies Verhältniss ist für Quarz¹⁾ etwa 0,0035, und man möchte glauben, dass Licht mit solcher Ellipticität von linear polarisirtem nicht zu unterscheiden sein wird. Sollten neue Beobachtungen diesen Werth nicht zulassen, so bleibt immer noch die Möglichkeit, p und p' von φ abhängig zu machen, was vollständig zulässig ist.

Dieselbe Entwicklung ist auch für Winkel φ , welcher kleiner als $\frac{1}{2}\pi$ und nur nicht nahe $= 0$ sind, zulässig, man erhält dann:

$$\varepsilon_{\varphi} = \frac{N_1}{M_1} = \frac{M_2}{N_2} = \frac{\varepsilon_{\frac{\pi}{2}}}{\sin^2 \varphi},$$

und sieht, dass schon bei ziemlich kleinen Werthen von φ für die Beobachtung das Licht von linear polarisirtem nicht zu unterscheiden sein wird.

Allgemein schreibt sich in den obgen Zeichen:

$$\varepsilon_{\varphi} = \pm \frac{\sqrt{\left(\frac{\omega'^2 - \omega''^2}{2}\right)^2 \sin^4 \varphi + \omega^2(\omega_1 - \omega_2)^2 - \frac{\omega'^2 - \omega''^2}{2} \sin^2 \varphi}}{\omega(\omega_1 - \omega_2)} \quad 26_b.$$

1) Vgl. die Beobachtungen von v. Lang, Wien. Ber. 60. p. 767. 1869. Pogg. Ann. 140. p. 460. 1870.

V. Die Bedingungen des Ueberganges zwischen zwei Medien.¹⁾

Die Bedingungen des Ueberganges an der Grenze zweier Medien zerfallen in solche, die sich auf die Verschiebungen, und solche, die sich auf die Druckkräfte beziehen.

Für erstere nimmt man bekanntlich an, dass die der Grenze parallelen Componenten für beide Medien in der Grenze einander gleich werden, die normalen sich in unmerklicher Entfernung von der Grenze umgekehrt wie die Dichtigkeiten des Aethers in beiden Medien verhalten.²⁾ Letzteres ist aber nur gültig unter gewissen Annahmen, z. B. dass die von den ponderablen Molecülen eingenommenen Räume unendlich klein gegen die freien Zwischenräume sind, und an den ponderablen Molecülen keine Verdichtung des Aethers stattfindet, was vermuthlich beides nicht richtig ist. Stellen wir jedoch zunächst die gebräuchlichen Formeln auf, so lauten sie, wenn σ ein Linienelement in der Grenze, ν eines normal dazu bezeichnet:

$$\begin{aligned} & \bar{u}_h \cos(\sigma, x) + \bar{v}_h \cos(\sigma, y) + \bar{w}_h \cos(\sigma, z) \\ &= \bar{u}_k \cos(\sigma, x) + \bar{v}_k \cos(\sigma, y) + \bar{w}_k \cos(\sigma, z); \\ & m_h (\bar{u}_h \cos(\nu, x) + \bar{v}_h \cos(\nu, y) + \bar{w}_h \cos(\nu, z)) \\ &= m_k (\bar{u}_k \cos(\nu, x) + \bar{v}_k \cos(\nu, y) + \bar{w}_k \cos(\nu, z)). \end{aligned} \quad 27$$

Die Dichtigkeiten m_h und m_k sollen später einander gleich gesetzt werden.

Die Gleichungen, welche man für das Verhalten der Druckcomponenten in der Grenze durch Betrachtung eines sehr niedrigen, über einem Element der Trennungsfläche zweier Medien construirten Cylinders erhält, sind für die Anwendung zur Bestimmung der durch die Grenze veranlassten Aenderung der Bewegung direct nicht zu brauchen, weil sie ausser den Werthen X_n Y_n Z_n noch die Wechselwirkungen zwischen Aether und Materie enthalten, welche an der Grenze thätig sind, und die, soweit sie über die Grenze hinüber stattfinden, in unseren Formeln bisher

1) Hierher Gehöriges s. auch p. 697—703 dieses Bandes.

2) Vgl. Cornu, Ann. de chim. et de phys. (4) 11. p. 283. 1867.

gar nicht vorkommen. Wir haben ihre Arbeit oben p. 876 (S_{hk}) genannt, aus diesem Werthe p. 880 durch Subtraction die Glieder ausgesondert:

$$\left(\overline{A_n} \frac{\partial u}{\partial t} + \overline{B_n} \frac{\partial v}{\partial t} + \overline{C_n} \frac{\partial w}{\partial t} \right)_h + \left(\overline{A_n} \frac{\partial u}{\partial t} + \overline{B_n} \frac{\partial v}{\partial t} + \overline{C_n} \frac{\partial w}{\partial t} \right)_k$$

und die Differenz S_{hk} genannt. Sie stand in der Formel für S_j (p. 880) in dem Oberflächenintegral J'_0 und das Princip der Energie verlangt, dass sie die Form eines Differentialquotienten nach der Zeit habe.

Wir genügen dem und erlangen zugleich eine für unsere Zwecke brauchbare Grenzbedingung für die Kraftcomponenten, indem wir die Arbeit S_{hk} für jedes Element verschwinden lassen. Diese Verfügung entspricht genau der von Hrn. Kirchhoff¹⁾ in die Optik eingeführten Annahme. Wir erhalten durch dieselbe nach dem Werth von S_{hk} die vierte Grenzgleichung:

$$0 = \left[(\overline{X_n} + \overline{A_n}) \frac{\partial u}{\partial t} + (\overline{Y_n} + \overline{B_n}) \frac{\partial v}{\partial t} + (\overline{Z_n} + \overline{C_n}) \frac{\partial w}{\partial t} \right]_h + \left[(\overline{X_n} + \overline{A_n}) \frac{\partial u}{\partial t} + (\overline{Y_n} + \overline{B_n}) \frac{\partial v}{\partial t} + (\overline{Z_n} + \overline{C_n}) \frac{\partial w}{\partial t} \right]_k \quad 28.$$

Um zu erkennen, was diese vier Bedingungen geben, wenden wir sie auf den Fall des Ueberganges zwischen zwei isotropen Medien 1 und 2 an, nehmen die XY -Ebene zur Grenze, die XZ zur Einfallsebene einer ebenen Welle und betrachten zunächst die Componente v , die sich bei isotropen Medien allein behandeln lässt, da bei solchen Schwingungen, die im ersten Medium senkrecht oder parallel der Einfallsebene stattfinden, im zweiten nur ebensolche hervorrufen.

Es gilt für dieselbe:

$$\overline{v_1} = \overline{v_2} \quad (\overline{Y_s} + \overline{A_s})_1 \frac{\partial \overline{v_1}}{\partial t} = (\overline{Y_s} + \overline{A_s})_2 \frac{\partial \overline{v_2}}{\partial t}$$

oder durch Einsetzen des Werthes für Y_s und A_s :

$$\left[(e_1 + a_1) \frac{\partial \overline{v_1}}{\partial z} + a_1' \frac{\partial^2 \overline{v_1}}{\partial z \partial t^2} \right] \frac{\partial \overline{v_1}}{\partial t} = \left[(e_2 + a_2) \frac{\partial \overline{v_2}}{\partial z} + a_2' \frac{\partial^2 \overline{v_2}}{\partial z \partial t^2} \right] \frac{\partial \overline{v_2}}{\partial t}$$

Ich setze $v_1 = v_s + v_r$ und:

1) G. Kirchhoff, Berl. Ber. Acad. p. 75. 1876.

$$\begin{aligned}
 v_e &= E_s \sin \frac{1}{r} \left(t - \frac{x \sin \varphi_e - z \cos \varphi_e}{\omega_1} \right), \\
 v_r &= R_s \sin \frac{1}{r} \left(t - \frac{x \sin \varphi_r + z \cos \varphi_r}{\omega_1} \right), \\
 v_z &= D_s \sin \frac{1}{r} \left(t - \frac{x \sin \varphi_z - z \cos \varphi_z}{\omega_2} \right).
 \end{aligned}$$

Die erste Bedingung gibt:

$$\sin \varphi_e = \sin \varphi_r = \sin \varphi_1, \quad \frac{\sin \varphi_1}{\omega_1} = \frac{\sin \varphi_2}{\omega_2} \quad \text{und:}$$

$$E_s + R_s = D_s;$$

die zweite:

$$\begin{aligned}
 &\frac{1}{\omega_1} \left((e_1 + a_1) - \frac{a_1'}{r^2} \right) (E_s^2 - R_s^2) \cos \varphi_1 \\
 &= \frac{1}{\omega_2} \left((e_2 + a_2) - \frac{a_2'}{r^2} \right) D_s^2 \cos \varphi_2,
 \end{aligned}$$

oder unter Rücksicht auf die im ersten Abschnitt abgeleitete Formel:

$$\omega^2 = \frac{(e + a) - \frac{a'}{r^2}}{r + m - n \tau^2}$$

$$\begin{aligned}
 \text{auch:} \quad &(m_1 + r_1 - n_1 \tau^2) (E_s^2 - R_s^2) \sin \varphi_1 \cos \varphi_1 \\
 &= (m_2 + r_2 - n_2 \tau^2) D_s^2 \sin \varphi_2 \cos \varphi_2.
 \end{aligned}$$

Diese Formel würde durch die gemachten Annahmen an Stelle des Satzes von der Erhaltung der lebendigen Kraft der Aetherbewegung treten, welchen Fresnel und Neumann zum Ausgangspunkt gewählt haben, welcher aber im Allgemeinen mit dem Princip der Energie bei Berücksichtigung der Wechselwirkungen zwischen Aether und Materie nicht vereinbar ist, vielleicht weil er die von jenen herrührende potentielle Energie ignoriert.

Zu den Neumann'schen Formeln gelangt man hiervon durch die Annahme $m_1 + r_1 = m_2 + r_2$, $n_1 = n_2$, welche, da das eine Medium auch der von ponderabler Materie freie Raum sein kann, worin $r = n = 0$ ist, allgemein das Verschwinden der Glieder n , und, falls man die Annahme constanter Dichte des Aethers einführt ($m_1 = m_2$) auch das der Glieder r fordern würde. Indessen sind die Prüfungen der Neumann'schen Formeln nicht mit solcher Genauigkeit möglich, dass nicht ein so kleiner Werth n , wie ihn die Dispersionsbeobachtungen zu fordern scheinen, mit ihnen ver-

einbar wäre. Ueber die Grösse von r gestatten die Beobachtungen keinen Schluss. Jedenfalls ist hervorzuheben, dass auch die Annahme $r = n = 0$ die Dispersion nicht unmöglich macht, die Neumann'schen Reflexions- und Brechungsformeln aber für alle Farben gültig werden lässt.

Die entsprechenden Fresnel'schen Formeln ergeben sich nur durch die Annahmen:

$$e_1 + a_1 = e_2 + a_2, \quad a_1' = a_2',$$

was nach dem Obigen auf $a' = 0$ führt; sie fordern also gerade das Verschwinden desjenigen Gliedes, welches in erster Linie die Dispersion erklärt.

Ich gehe nun zu den in der Einfallsebene schwingenden Componenten über. Die Grenzbedingungen für dieselben sind:

$$\bar{u}_1 = \bar{u}_2, \quad \bar{w}_1 = \bar{w}_2$$

$$\left[(\bar{X}_z + \bar{A}_z) \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + (\bar{Z}_z + \bar{C}_z) \frac{\partial \bar{w}}{\partial t} \right]_1 = \left[(\bar{X}_z + \bar{A}_z) \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + (\bar{Z}_z + \bar{C}_z) \frac{\partial \bar{w}}{\partial t} \right]_2$$

oder unter Einsetzung der Werthe:

$$\begin{aligned} & \left[(e_1 + a_1) \left(\frac{\partial \bar{u}_1}{\partial z} + \frac{\partial \bar{w}_1}{\partial x} \right) + a_1' \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\frac{\partial \bar{u}_1}{\partial z} + \frac{\partial \bar{w}_1}{\partial x} \right) \right] \frac{\partial \bar{u}_1}{\partial t} \\ & + 2 \left((e_1 + a_1) \frac{\partial \bar{w}_1}{\partial z} + a_1' \frac{\partial^2 \bar{w}_1}{\partial t^2 \partial z} \right) \frac{\partial \bar{w}_1}{\partial t} \\ & = \left[(e_2 + a_2) \left(\frac{\partial \bar{u}_2}{\partial z} + \frac{\partial \bar{w}_2}{\partial x} \right) + a_2' \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\frac{\partial \bar{u}_2}{\partial z} + \frac{\partial \bar{w}_2}{\partial x} \right) \right] \frac{\partial \bar{u}_2}{\partial t} \\ & + 2 \left((e_2 + a_2) \frac{\partial \bar{w}_2}{\partial z} + a_2' \frac{\partial^2 \bar{w}_2}{\partial t^2 \partial z} \right) \frac{\partial \bar{w}_2}{\partial t}. \end{aligned}$$

Hierin setze ich:

$$u_1 = u_e + u_r, \quad w_1 = w_e + w_r \quad \text{und:}$$

$$u_e = E_p \cos \varphi_e \sin \frac{1}{r} \left(t - \frac{x \sin \varphi_e - z \cos \varphi_e}{w_1} \right),$$

$$w_e = E_p \cos \varphi_e \sin \frac{1}{r} \left(t - \frac{x \sin \varphi_e - z \cos \varphi_e}{w_1} \right),$$

$$u_r = R_p \cos \varphi_r \sin \frac{1}{r} \left(t - \frac{x \sin \varphi_r + z \cos \varphi_r}{w_1} \right),$$

$$w_r = -R_p \sin \varphi_r \sin \frac{1}{r} \left(t - \frac{x \sin \varphi_r + z \cos \varphi_r}{w_1} \right),$$

$$u_2 = D_p \cos \varphi_2 \sin \frac{1}{r} \left(t - \frac{x \sin \varphi_2 - z \cos \varphi_2}{w_2} \right),$$

$$w_2 = D_p \sin \varphi_2 \sin \frac{1}{r} \left(t - \frac{x \sin \varphi_2 - z \cos \varphi_2}{w_2} \right),$$

so folgt:

$$\begin{aligned} \sin \varphi_e = \sin \varphi_r = \sin \varphi_1, \quad \frac{\sin \varphi_1}{\omega_1} &= \frac{\sin \varphi_2}{\omega_2} \quad \text{und:} \\ (E_p + R_p) \cos \varphi_1 &= D_p \cos \varphi_2 \quad \text{a.} \\ m_1 (E_p - R_p) \sin \varphi_1 &= m_2 D_p \sin \varphi_2 \quad \text{b.} \\ \frac{1}{\omega_1} \left((e_1 + a_1) - \frac{a_1'}{r^2} \right) (E_p^2 - R_p^2) \cos \varphi_1 \\ &= \frac{1}{\omega_2} \left((e_2 + a_2) - \frac{a_2'}{r^2} \right) D_p^2 \cos \varphi_2, \quad \text{c.} \end{aligned}$$

oder dies letztere umgeformt, wie oben:

$$\begin{aligned} (m_1 + r_1 - n_1 \tau^2) (E_p^2 - R_p^2) \sin \varphi_1 \cos \varphi_1 \\ = (m_2 + r_2 - n_2 \tau^2) D_p^2 \sin \varphi_2 \cos \varphi_2. \end{aligned}$$

Das Product der Gleichungen (a) und (b) gibt aber:

$$m_1 (E_p^2 - R_p^2) \sin \varphi_1 \cos \varphi_1 = m_2 D_p^2 \sin \varphi_2 \cos \varphi_2, \quad \text{d.}$$

d. h. im allgemeinen einen Widerspruch mit Gleichung (c). Denselben zu heben, kann man entweder annehmen, es sei r und n allgemein Null, worüber schon oben (p. 879, 889 u. 902) gesprochen ist, oder aber (entsprechend dem im Anfang dieses Abschnittes Gesagten), es sei die Formel (b) nur angenähert richtig und müsste an Stelle von m eigentlich $m + r - n\tau^2$ stehen, was im Hinblick auf die Bedeutung der Constanten r und n nicht unmöglich erscheint. Beide Annahmen sind zulässig.

Je nachdem man die eine oder die andere Verfügung eintreten lässt, gelangt man zu Formeln, die durch die bereits in den früheren Abschnitten zu Grunde gelegte Annahme gleicher Dichte des Aethers in allen Körpern (d. h. $m_1 = m_2$) zu den strengen oder (im oben erwähnten Sinne) angenäherten Neumann'schen Reflexions- und Brechungsgesetzen führen. Und zwar finden dieselben sich für jede einzelne Farbe gültig, während sich in beiden Medien für verschiedene Farben verschiedene Fortpflanzungsgeschwindigkeiten, also Dispersionen nach einem nahe der Beobachtung entsprechenden Gesetze ergeben. Zu den Fresnel'schen Gesetzen gelangt man, wie oben, nur durch die Relationen $e_1 + a_1 = e_2 + a_2$ und $a_1' = a_2' = 0$, welche die Unmöglichkeit einer genügenden Erklärung der Dispersion in sich schliessen.

Schluss.

Die Resultate der vorstehenden Untersuchungen fasse ich im Folgenden noch einmal kurz zusammen.

Die Elasticitätstheorie ist in ihrem gegenwärtigen Zustande nur auf solche optische Medien anwendbar, bei welchen die Absorption unmerklich ist; es ist im Vorstehenden angenommen, dass dergleichen wirklich existiren. Darauf ist untersucht worden, in welcher Hinsicht sich die gebräuchlichen Differentialgleichungen innerhalb der Grenzen, welche das als gültig angenommene Princip der Energie vorschreibt, erweitern lassen. Diese Erweiterungen waren auf die Wechselwirkungen zwischen Aether und Materie zu beschränken, da die für die inneren Kräfte des Aethers und der Materie bisher angenommenen Ausdrücke durch die Beobachtungen bestätigt worden sind.

Es fanden sich zwei Systeme von je vier Werthen für die Componenten ABC dieser Wechselwirkungen mit dem Princip der Energie vereinbar.

Die vier Werthe des ersten Systemes waren allein resp. von den Verschiebungen des Aethers gegen die Materie und ihren drei ersten Differentialquotienten nach der Zeit abhängig, die vier Werthe des zweiten Systems enthielten die Aenderungen jener Grössen nach den Coordinaten. Die mathematische Verfolgung dieser Annahmen zeigte, dass keine bisher bekannte Erscheinung die Einführung der den dritten Differentialquotienten der Verschiebungen nach der Zeit enthaltenden Componenten nöthig zu machen scheint. Es sind also nur sechs der im allgemeinen möglichen acht Ausdrücke für die Componenten A, B, C der vorstehenden Theorie zum Grunde gelegt. Von ihnen sind wiederum laut den Beobachtungen nur die letzten drei zur Erklärung der Erscheinungen wesentlich, die ersten drei wahrscheinlich sehr klein oder streng gleich Null. Von weiteren Annahmen ist benutzt worden, dass der Aether nahezu incompressibel, von verschwindend geringer Dichte und in allen Körpern von gleicher Natur (Dichte und Elasticität) sei.

Die auf dieser Grundlage aufgeführte Theorie hat folgende hauptsächlichste Folgerungen ergeben.

In isotropen Medien findet sich ein von der Farbe des Lichtes abhängiges Gesetz für die Fortpflanzungsgeschwindigkeit, welches durch die Beobachtungen solcher Medien, die als nahe vollkommen durchsichtig gelten, angenähert bestätigt wird.

In krystallinischen Medien geben sich im allgemeinen Gesetze, welche viel complicirter sind, als die bezüglich Fresnel'schen; dies ist begreiflich, weil unsere Theorie die allgemeinsten mit dem Princip der Energie verträglichen Werthe der Componenten der Wechselwirkungen zwischen Materie und Aether benutzt. Die Discussion ergibt die Neumann'sche Definition der Polarisationssebene wahrscheinlicher als die Fresnel'sche; setzt man sie voraus, so lässt sich durch eine Reihe in sich widerspruchloser Relationen zwischen den verfügbaren Constanten genau das Fresnel'sche Gesetz der Fortpflanzungsgeschwindigkeiten aus dem zunächst gefundenen allgemeineren gewinnen. Die Parameter dieses Gesetzes aber werden, — worauf besonders hinzuweisen ist, — von der Farbe des Lichtes abhängig, und dadurch ergibt sich neben Doppelbrechung auch Dispersion, speciell die Dispersion der optischen Axen in genauer Uebereinstimmung mit der Beobachtung.

In isotropen Medien erscheinen Kräfte denkbar, welche in jeder Richtung nur zwei circularpolarisirten entgegengesetzt rotirenden Wellen sich mit constanten Geschwindigkeiten fortzupflanzen gestatten. Für die Geschwindigkeitsdifferenz findet sich ein Gesetz, welches allgemeiner ist, als das durch die Beobachtung wahrscheinlich gemachte, jenes also in sich enthält.

Dieselben Kräfte in krystallinischen Medien angenommen, ergeben im allgemeinen elliptische Doppelbrechung. Die Bahnellipsen der beiden, in einer bestimmten Richtung sich fortzpflanzenden Wellen liegen mit ihren grossen Axen normal zueinander und sind je nach der getroffenen Verfügung sehr nahe oder streng einander ähnlich. In der Richtung der optischen Axen findet circulare Polarisation statt, bei ein-

axigen Krystallen in der Richtung normal dazu angenähert oder streng lineare Polarisaton. Das Gesetz der Ellipticität stimmt nahe mit den bezüglichen Beobachtungen Jamin's.

Für die Untersuchung der an der Grenze zweier durchsichtiger Medien stattfindenden Erscheinungen ist zunächst die Dichtigkeit des Aethers in beiden Medien verfügbar gelassen, um einen Einblick zu gewinnen, in wie weit sich die Fresnel'sche oder Neumann'sche Definition der Polarisationssebene hier mit grösserer Wahrscheinlichkeit ergibt. Die Grenzbedingungen für die Verschiebungscomponenten werden in gewohnter Weise gebildet, unter der Hervorhebung, dass die Gleichung für die Componente normal zur Grenze gewisse willkürliche Annahmen enthält. Als vierte Grenzbedingung wird im Anschluss an eine von Kirchhoff getroffene Verfügung angenommen, dass eine gewisse Arbeit der in der Grenze stattfindenden Wechselwirkung zwischen Aether und Materie verschwindet.

Die Anwendung dieser Grenzgleichungen auf die Grenze zweier isotroper durchsichtiger Medien ergibt ohne irgend eine Schwierigkeit die Neumann'schen Formeln je nach den getroffenen Verfügungen streng oder angenähert, und zwar für jede Farbe in derselben Form gültig — die Fresnel'schen aber nur, wenn man die Dispersion aufgibt. Die Neumann'sche Definition der Polarisationssebene erscheint also durch diese Theorie, welche die äusserste zulässige Erweiterung der Elasticitätstheorie bildet, wahrscheinlicher als die Fresnel'sche.

Unsere Theorie gibt nach dem Vorstehenden für alle Erscheinungen, welche an nahe vollkommen durchsichtigen Medien nachgewiesen sind, Gesetze, die mit Ausnahme des Dispersionsgesetzes, welches genauer geprüft werden kann als irgend ein anderes und überdies erfahrungsgemäss ganz besonders mit den Absorptionsverhältnissen des Mediums variabel ist, mit der Beobachtung vollständig übereinstimmen, sie kann daher als eine Erklärung derselben angesehen werden, wenngleich noch die Aufgabe bleibt, die eingeführten Kräfte aus einer bestimmten Vorstellung abzuleiten und die Werthe ihrer Constanten zu bestimmen. Freilich gibt sie

in jedem Falle nur den Schlüssel zu einem beschränkten Gebiete der Optik und gestattet keine Anwendung auf die zahlreichen und merkwürdigen, von Absorption begleiteten Phänomene. Da aber für dieselben, wie oben auseinander gesetzt, gegenwärtig Grundvorstellungen, die zum Ausgang einer exacten Theorie nöthig sind, noch absolut fehlen, mussten sie durchaus ausser Betracht bleiben.

Königsberg i. Pr., April 1883.

IX. Zur Theorie des Lichts; von E. Lommel.

Hr. W. Voigt hat in einer Abhandlung: „Bemerkungen zu Hrn. E. Lommel's Theorie der Doppelbrechung, der Drehung der Polarisationssebene und der elliptischen Doppelbrechung“¹⁾ gegen die von mir vertretene Lichttheorie einige Einwände geltend gemacht, welche im Folgenden besprochen werden sollen.

Zunächst wird die Art und Weise, wie ich die Reibungskräfte in die Differentialgleichungen eingeführt habe, beanstandet.

Die Anschauungen und Erwägungen, welche mich hierbei leiteten, sind aber folgende.

Die in einem Volumenelement enthaltene Körpermasse m und Aethermasse μ werden durch die von einem leuchtenden Punkt kommende Lichtwelle auseinandergedrängt, nach entgegengesetzten Seiten ihrer gemeinschaftlichen Gleichgewichtslage. Diese gemeinschaftliche Gleichgewichtslage, d. i. der Punkt, nach welchem die Molecularkräfte die Körper- und Aethermasse nach jeder Störung zurückzuführen streben (nicht zu verwechseln mit dem gemeinsamen Schwerpunkt der beiden Massen, welcher nur im Ruhezustand mit jenem Punkte zusammenfällt), bleibt fest liegen.²⁾ Werden die

1) Voigt, Wied. Ann. 17. p. 468. 1882.

2) Die Begründung dieser für die Theorie ganz wesentlichen Annahme folgt weiter unten.

Coordinaten der Gleichgewichtslage mit x, y, z , diejenigen der Körpermasse m mit x', y', z' , die der Aethermasse μ mit ξ, η, ζ , und die von der Lichtwelle ausgeübte Kraft mit f bezeichnet, so findet dieses Verhalten seinen Ausdruck in den Gleichungen:

$$m \frac{\partial^2(x' - x)}{\partial t^2} = \dots - f \quad \text{und:} \quad \mu \frac{\partial^2(\xi - x)}{\partial t^2} = \dots - f.$$

Da der Punkt x zwischen den Punkten x' und ξ liegt, so sind die beiden Kräfte f , da sie je nach dem Vorzeichen der periodischen Grösse f , gleichzeitig entweder beide nach der Gleichgewichtslage hin oder beide von ihr weggerichtet sind, im Raume einander entgegengesetzt gerichtet, woran durch die von mir gebrauchte Schreibweise:

$$m \frac{\partial^2(x' - x)}{\partial t^2} = \dots - f \quad \text{und:} \quad \mu \frac{\partial^2(x - \xi)}{\partial t^2} = \dots + f,$$

erinnert wird.

Ein Widerspruch mit dem mechanischen Grundsatz der entgegengesetzten Gleichheit von actio und reactio ist demnach nicht vorhanden.

Dagegen wird das Princip der Erhaltung der Bewegung des Schwerpunktes durch meine Gleichungen nicht erfüllt, und zwar mit Recht.

Denken wir uns im luftgefüllten Raum zwei gleichgestimmte Stimmgabeln, so wird, wenn die eine schwingt, auch die andere durch Vermittelung der Luftwellen in Schwingungen versetzt. Für das aus den beiden Stimmgabeln und der Luft bestehende System sind die wirkenden Kräfte innere, und für dieses System gilt daher das Princip der Erhaltung der Bewegung des Schwerpunktes. Aber eben darum gilt es nicht für die zweite Stimmgabel und ein um dieselbe abgegrenzt gedachtes Luftvolumen; für das aus diesen zwei Körpern bestehende System sind die Kräfte äussere, welche dem gemeinsamen Schwerpunkt eine Beschleunigung erteilen.

Ganz dasselbe gilt für die in einem Volumenelement enthaltene Körpermasse m und Aethermasse μ . Die Kraft f

muss in die Gleichungen so eingeführt werden, dass der gemeinsame Schwerpunkt von m und μ durch sie eine Beschleunigung erfährt, d. i. so, wie sie von mir eingeführt worden ist.

Führt man dagegen die Kraft f so ein, dass der Schwerpunkt durch sie nicht beschleunigt wird, so tritt die so modificirte Theorie, welche aber von der meinigen alsdann wesentlich verschieden ist, mit der Erfahrung in Widerspruch, wie Hr. Voigt ja auch gezeigt hat. Um dies darzuthun, ist es übrigens nicht nothwendig, $\partial U / \partial t$ (U statt $x' - x$ gesetzt) aus den Gleichungen wegzulassen, und eine besondere Annahme über den Werth des Verhältnisses m/μ zu machen.

Auch meine Theorie enthält keinerlei Voraussetzung über den Werth von m/μ und erfordert eine solche auch nicht. Die Gründe, welche Hrn. Voigt veranlassen, zu sagen, dass „die Lommel'sche Lichttheorie auf der einen Seite einen äusserst kleinen Werth der Dichtigkeit des Aethers verlangt, aber auf der anderen Seite nicht gestattet,“ sind mir aus seinen Darlegungen nicht klar geworden.

Ich komme nun zu den Einwänden, welche Hr. Voigt aus der Elasticitätstheorie geschöpft hat.

Die von mir vertretene Lichttheorie beruht wesentlich auf folgendem Grundsatz:

Die Lichtwellen werden nur durch den Aether, nicht aber durch die Körpermoleculé fortgepflanzt.

Wenn eine Lichtwelle durch den in einem Körper enthaltenen Aether fortschreitet, so werden die Lagen der Körpermoleculé, mögen diese nun in Ruhe oder in Bewegung sein, durch sie nicht alterirt.

Denken wir uns die Moleculé ruhend, jedes an seinen Gleichgewichtsort, so bleiben sie während der Lichtbewegung in diesen Gleichgewichtslagen fest liegen. Daraus folgt, dass auch die Gleichgewichtslage eines jeden der Körpertheilchen (Atome), aus welchen das Moleculé zusammengesetzt ist, fest liegen bleibt.

Durch die Lichtbewegung werden nur intramoleculare Schwingungen dieser Körpertheilchen, d. i. Schwingungen der Atome um ihre festen Gleichgewichtslagen innerhalb des

Molecüls hervorgerufen, nicht aber intermoleculare Schwingungen der ganzen Molecüle um ihre Gleichgewichtslagen innerhalb des aus ihnen zusammengesetzten Körpers.

Die intermoleculare elastische Kraft der gewöhnlichen Elasticitätstheorie, welche aus den Wirkungen der Nachbarmolecüle hervorgeht, wird also bei der Lichtbewegung gar nicht in Anspruch genommen.

Deshalb darf ein Glied mit $\Delta^2 u$, welches eine solche Wirkung von Molecül zu Molecül ausdrückt und die Fortpflanzung einer Welle durch die Reihe der Molecüle bedingt, in der Gleichung für die Bewegung der Körpertheilchen nicht vorkommen. Die Kraft, welche ein aus der Gleichgewichtslage verschobenes Körpertheilchen (Atom) dahin zurückführt, ist vielmehr einfach der Verschiebung proportional zu setzen.

In der Gleichung für die Bewegung des Aethers dagegen, welcher allein als fortpflanzendes Mittel anzusehen ist, muss ein Glied mit $\Delta^2 u$ allerdings auftreten.

Eine vermöge intermolecularer Wirkungen durch die Körpermolecüle fortgepflanzte Welle ist nichts anderes als eine Schallwelle. Die gewöhnliche Elasticitätstheorie vermag nur die Fortpflanzung des Schalles durch die Körper und die Fortpflanzung des Lichts durch den freien Aether zu erklären, niemals aber die Fortpflanzung von Licht durch ponderable Massentheilchen; nach meiner Ueberzeugung gibt es eine solche gar nicht.

Den entwickelten Anschauungen zufolge bildet jedes Molecül hinsichtlich der Lichtbewegung gleichsam eine Welt für sich, in deren intramoleculare Atombewegungen die Nachbarmolecüle nicht eingreifen. Man kann daher auch, indem man die Frage der Fortpflanzung des Lichtes bei Seite lässt, die Bewegungen innerhalb eines einzigen Molecüls, welche durch eine periodische Kraft veranlasst werden, in Betracht ziehen. Dieses Verfahren, welches ich in meiner Theorie der Fluorescenz eingeschlagen habe, findet also ebenfalls in dem obigen Grundsatz seine Rechtfertigung.

Da die Atome eines Molecüls gegen einander verschiebbar sind und nach einer Verschiebung in ihre Gleichgewichts-

lagen zurückzukehren streben, so habe ich das Molecül als einen kleinen elastischen Körper bezeichnet. Ich gebe zu, dass sich die gewöhnliche Elasticitätstheorie auf ein solches aus einer begrenzten, wenn auch vielleicht grossen, Anzahl von Massenpunkten bestehendes System mit Strenge nicht anwenden lässt. Ihre Anwendung ist aber auch gar nicht nöthig, denn es leuchtet von selbst ein, dass die elastische Kraft, welche durch Verschiebung eines Atoms geweckt wird, im allgemeinen je nach der Richtung dieser Verschiebung verschieden sein wird, und dass, wenn wir das Molecül um drei zueinander senkrechte Axen symmetrisch aufgebaut denken, längs dieser Axen die elastische Kraft mit der Verschiebung zusammenfällt. Dies letztere zu wissen, genügt aber, um die Bewegungsgleichungen der Körpertheilchen aufzustellen.

Hr. Voigt beanstandet endlich noch die von mir eingeführte Widerstandskraft, welche auf die Körpertheilchen proportional ihrer absoluten Geschwindigkeit wirkt. Auch diese Kraft steht mit dem obigen Grundsatz in innigem Zusammenhang. Gewöhnlich denkt man sich als integrierenden Bestandtheil des Molecüls eine verdichtete Aetherhülle. Diese bleibt nach obigem Grundsatz mit dem Molecül fest liegen und leistet sonach den bewegten Atomen einen ihrer absoluten Geschwindigkeit proportionalen Widerstand. Zur Erleichterung der Vorstellung will ich noch hinzufügen, dass mir dabei eine sehr beachtenswerthe Ansicht über den Bau der Molecüle, welche Hagenbach¹⁾ aufgestellt und eingehend entwickelt hat, vorschwebte. Derselbe setzt nämlich statt der Aetherhülle einen Aetherkern, auf dessen Aussen-seite sich die Körperatome befinden.

Aus den bisherigen Erörterungen geht hervor, dass die Gleichungen meiner Theorie unverändert so bleiben müssen, wie ich sie aufgestellt habe.

Ausser durch die Form, welche ich der Wechselwirkung zwischen Aether- und Körpertheilchen zuschreibe, indem ich

1) Hagenbach, Aphorismen zur Molecularphysik. Festschrift zur Einweihung des Bernoullianums. Basel 1874.

dieselbe als eine Art Reibung auffasse, unterscheidet sich meine Theorie von anderen ähnlichen wesentlich durch den obigen Grundsatz (Festlegung der Moleküle und damit der Gleichgewichtslagen der Körpertheilchen) und dessen consequente Durchführung. Durch die offenbar intramoleculare Natur der Fluorescenzerscheinungen wurde ich zu diesem Grundsatz hingeleitet; die auf demselben beruhende Theorie der Fluorescenz bildete den Ausgangspunkt meiner licht-theoretischen Studien. Es ist leicht einzusehen, dass die von Hrn. Voigt befürchteten Widersprüche meiner Theorie mit anderen Gebieten der Elasticitätslehre eben durch diesen Grundsatz schon von vornherein ausgeschlossen sind.

Gegenüber den Einwänden, welche Hr. Ketteler¹⁾ neuerdings in seiner Abhandlung „Optische Controversen“ gegen meine Theorie erhebt, habe ich für jetzt nur wenig zu bemerken.

Der „mathematische Widerspruch“, den Hr. Ketteler in meinen Gleichungen gefunden haben will, existirt thatsächlich nicht. „An der Grenze der Verdünnung“, d. i. für $m = 0$, geben meine Gleichungen nichts anderes als die Lichtbewegung im freien Aether mit allen ihren Attributen. Soviel ich sehe, gelangt Hr. Ketteler zu dem angeblichen Widerspruch mit Hülfe einer „Constanten B'^2 , die näherungsweise der Dichte d parallel läuft.“ Eine solche Constante kommt aber in meinen Formeln gar nicht vor.

Die Bemerkung des Hrn. Ketteler²⁾, dass meine Formel für die Drehung der Polarisationssebene diese Drehung dem Quadrate der Dichtigkeit proportional ergebe und deshalb mit dem bezüglichen Biot'schen Gesetz in Widerspruch stehe, beruht auf einem Versehen seinerseits. In der Formel³⁾:

$$d_1 = a \frac{(n^2 - 1)^2}{n \lambda^2},$$

wo $n^2 - 1$ der Körpermasse m und sonach $(n^2 - 1)^2$ dem Quadrate der Körpermasse proportional ist, ist:

1) Ketteler, Wied. Ann. 18. p. 387 u. 631. 1883.

2) Ketteler, Wied. Ann. 18. p. 657. 1883.

3) Lommel, Wied. Ann. 15. p. 388. 1882.

$$\alpha = \frac{\pi \mu \delta}{m \nu^2}$$

dieser Masse umgekehrt proportional, sodass sich die Drehung d_0 selbst, im Einklang mit dem betreffenden Biot'schen Satz, der Körpermasse oder Dichte proportional ergibt.

X. Ueber das Tönen zusammenstossender Flammen; von K. Noack.

(Aus dem 22. Ber. d. Oberh. Ges. f. Natur- u. Heilkunde mitgetheilt vom Hrn. Verf.).

(Hierzu Taf. X Fig. 11–13.)

In dem Oster-Programm des Gymnasiums zu Worms vom Jahre 1882 hatte ich eine Anzahl Versuche veröffentlicht, die den Zweck verfolgten, einige Aufschlüsse über das Wesen derjenigen Töne zu gewinnen, die entstehen, wenn zwei Gasflammen unter irgend einem Winkel gegeneinander brennen. Ich glaubte, mich zunächst auf den Fall einer verticalen und einer horizontalen Flamme beschränken zu müssen, und war dort zu dem Schlusse gekommen, dass bei constantem Gasdruck die Tonhöhe proportional sei der Länge der verticalen, dagegen umgekehrt proportional der Länge der horizontalen Flamme, beide gemessen von der Brennermündung bis zur Kreuzungsstelle; weiter hatte sich ergeben, dass die Tonhöhe unter sonst gleichen Verhältnissen bei enger Oeffnung des Brenners grösser ist, wie bei weiter.¹⁾ Allein schon damals machte ich darauf aufmerksam, dass bei ge-

1) Diese Flammen gestatten, in rascher Aufeinanderfolge alle Töne zwischen der oberen und unteren Grenze der Hörbarkeit zu erzeugen, von denen besonders die hohen rein und frei von allen Nebengeräuschen sind. Ich habe mich mehrfach überzeugen können, dass solche sehr hohe Töne, die für mich noch deutlich hörbar waren und mir fast unangenehm wurden, von anderen durchaus nicht mehr vernommen werden konnten. Der Apparat dürfte demnach für Untersuchungen über die obere Grenze der Hörbarkeit bei den verschiedenen Individuen sehr empfehlenswerth sein.

wissen Stellungen der Brenner sich das Abhängigkeitsverhältniss der Tonhöhe von den bez. Längen der beiden Flammen gerade umkehrt, d. h. dass die Tonhöhe proportional der Länge der horizontalen Flamme und umgekehrt proportional derjenigen der verticalen wird. Ich will dies an einem Beispiele erläutern: die horizontale Flamme von einer gewissen Länge werde allmählich gesenkt, sodass die verticale an immer tieferen Stellen von ihr getroffen oder nach obiger Ausdrucksweise immer kürzer wird; von einer gewissen Stelle an tönt die Flamme mit einem Tone, der beständig bei ununterbrochenem Senken tiefer wird; bei einer ganz bestimmten Stelle erfolgt dann ein Umschlag des Tones zu einem grundverschiedenen, meist höheren Tone, der beim weiteren Verkleinern der verticalen Flamme entgegen dem früheren Verhalten höher wird, sodass die Tonhöhe an dieser Stelle ein relatives Minimum hat.

Die Erscheinung weist darauf hin, dass, wie ich schon früher hervorhob, im einen Falle die eine, welche, bleibe zunächst dahingestellt, im anderen die zweite Flamme tönt, mit anderen Worten, dass die Flammen an dieser kritischen Stelle ihre Rollen tauschen.

Dieser Eindruck wird noch durch das Aussehen der Flammen verstärkt, indem besonders die Stellung eines hellleuchtenden Grates oder Wulstes mitten auf der Fläche der plattgedrückten Flamme, der im Moment jenes Umschlages auf die entgegengesetzte Seite der Flamme springt, charakteristisch zu sein scheint. Es liessen sich noch einige andere hierher gehörige Symptome anführen, die man jedoch gegebenen Falles leicht selbst finden wird, und die sich der Beschreibung ohne Bild entziehen. Nur eine Erscheinung möchte ich nicht unerwähnt lassen: bei den hohen Tönen zeigt sich an der Kreuzungsstelle in der blauen Flamme ein schwarzes trichterförmiges Gebilde, das man mit einem Strudel zu vergleichen sich versucht fühlt, und welches ebenfalls im Moment des Umschlages auf die entgegengesetzte Seite der Flamme springt.

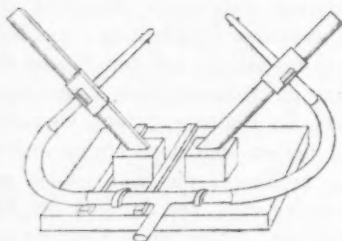
Ich habe nun zunächst die Lage dieses kritischen Punktes, sowie seine Abhängigkeit vom Druck des Gases

zum Gegenstande der Untersuchung gemacht und erlaube mir, im Folgenden die gewonnenen Resultate mitzuthemen.

1) Der Apparat, dessen ich mich zu diesen neuen Versuchen bediente, zeigte, abgesehen von einer sorgfältigeren Ausführung, wie sie diese subtilen Untersuchungen erforderten, gegenüber dem früher benutzten einen wesentlichen Unterschied. Bei letzterem gab nämlich die rechtwinkelige Umbiegung, die der Brenner für die horizontale Flamme haben musste, Veranlassung zu einem ganz beträchtlichen Fehler, indem selbst bei gleichem Drucke des zugeführten Gases die beiden Flammen in der symmetrischen Stellung, d. h. beide um 45° gegen den Horizont geneigt, durchaus nicht gleich waren. Der Grund liegt jedenfalls in der Verzögerung, die der Gasstrom an jener Ecke erfährt.

Ich suchte daher dem Apparate eine solche Einrichtung zu geben, dass bei symmetrischer Stellung beide Brenner durchaus identisch sind, und glaube, dass diese Forderung durch folgende Anordnung erfüllt ist.

Auf einer horizontalen Platte sind in verticaler Ebene zwei Maassstäbe befestigt, die beide mit jener Winkel von 45° nach entgegengesetzter Seite, also unter



einander einen rechten Winkel bilden. Der eine von diesen Maassstäben, die in halbe Millimeter getheilt sind, kann senkrecht zu der Ebene des anderen auf der Platte verschoben werden, wodurch es er-

möglicht ist, die beiden jederzeit genau in eine verticale Ebene zu bringen. An jedem dieser Maassstäbe ist mit leichter Reibung ein Schlitten verschiebbar, der ein nach vorn konisch zulaufendes Messingrohr trägt, welches dem anderen Maassstabe parallel läuft, und auf welches oben Löthrohrspitzen mit Bohrungen verschiedener Weite als Brenner gesetzt werden können. Auf der Platte selbst ist

ein T-Rohr befestigt, dessen Seitenarme durch Gummischläuche mit den anderen Enden jener Röhren communiciren, während das Hauptrohr zum Zuleiten des Gases dient.

Mit Hülfe dieses Apparates hatte ich nun zunächst zwei durchaus gleiche Flammen unter Winkeln von je 45° gegen den Horizont zur Verfügung. Um eine horizontale und eine verticale Flamme benutzen zu können, stellte ich den Apparat auf eine schiefe Ebene von 45° ; in diesem Falle war die einzige Verschiedenheit der beiden Flammen die, welche durch die bevorzugte Stellung der verticalen bedingt ist, denn selbstverständlich ist die Bewegung des Gases in einer solchen durchaus verschieden von der Bewegung in einer horizontalen Flamme.

Von Brennerspitzen wurden bei den folgenden Versuchen drei Paare angewendet, die mit I, II, III bezeichnet werden sollen und die resp. Durchmesser von 2,2 mm, 1,6 mm, 1,1 mm hatten.

Vor Beginn der Messungen mit einem dieser Paare musste natürlich die jedesmalige Nullstellung der Schlitten ermittelt werden, d. h. diejenige Stellung, wo die Mitte der betreffenden Brennermündung genau mit der Kuppe des anderen Brenners abschneidet.

2) Ich gebe zunächst die Resultate von drei Versuchsreihen, die mit je einem der drei Brennerpaare angestellt worden sind. Zuvor möchte ich nur kurz erläutern, wie jede der drei Zahlen erhalten wurde. Nachdem der Apparat auf die oben besprochene schiefe Ebene gestellt war, wurde einer der Schlitten festgestellt und dann die betreffende Flamme durch Verschieben des anderen Schlittens solange verkürzt, bis der Umschlag des Tones erfolgte; darauf wurde dieselbe wieder verlängert, bis der Rückumschlag stattfand; das Mittel beider Stellungen wurde als wahrer Umschlagspunkt notirt. Es zeigten sich bei diesem Verfahren zwischen den beiden Ablesungen Differenzen bis nahezu 2 mm; in der grossen Mehrzahl der Fälle blieben dieselben jedoch bedeutend unter diesem Werthe, besonders wenn man das Verschieben der Schlitten mit einiger Vorsicht bewerkstelligte. Nur bei den Brennern Nr. III wurde diese Verzögerung des

Umschlages vom oberen (tieferen) zum unteren (höheren) Tone bisweilen sehr störend.

Die Grösse dieser Differenz ändert sich mit dem Drucke des Gases, mit der Weite der Brennerbohrungen und dem Orte des Umschlages, in der Weise, dass sie gegen die Wurzel der Flamme hin im allgemeinen wuchs; eine Gesetzmässigkeit scheint hierbei nicht zu bestehen. Diese Erscheinung lehrt übrigens, dass die tönende Flamme eine gewisse Constanz für den betreffenden Ton hat, man fühlt sich fast versucht ihr im Gegensatz zu nicht tönenden eine gewisse Steifigkeit zuzuschreiben, wenn man die Formveränderungen betrachtet, die im Momente des Umschlages nach langem Widerstreben endlich eintreten.

Um den Einfluss zufälliger Störungen durch Luftzug etc. nach Möglichkeit zu verringern, wurden nie unter zehn solcher Doppelmessungen an einer Stelle vorgenommen, häufig sogar mehr, und von diesen das Mittel genommen. Für jede der folgenden Tabellen ist natürlich der Druck des ausströmenden Gases ein constanter; derselbe wurde mit einem Wassermanometer bestimmt und ist auch in Millimetern Wasser angegeben. Ich muss hier gleich bemerken, dass diese Druckangaben wegen unzweckmässiger Anordnung der Zuleitungsröhren des Gases nur einen relativen Werth haben und nur unter sich vergleichbar sind, wo nicht das Gegentheil ausdrücklich betont wird; verglichen mit den wahren Drucken in den Brennern sind sie beträchtlich zu gross.

Im Folgenden ist mit x die Länge der horizontalen, mit y die der verticalen Flamme von der Wurzel bis zur Kreuzungsstelle bezeichnet; die mit p überschriebene dritte Columne enthält jedesmal die Quotienten y^2/x . (a. f. S.)

Diese Zusammenstellung, sowie Fig. 11, in der die x als Abscissen, die y als Ordinaten eingetragen sind, zeigen, dass die Umschlagsstellen für alle drei Brenner auf Parabeln liegen, deren Axen die durch die Nullstellung gezogenen horizontalen und verticalen Geraden sind. Damit ist aber ein fundamentaler Unterschied beider Flammen constatirt, indem der Einfluss der verticalen Flamme, welcher Art derselbe sei, mag zunächst dahin gestellt bleiben, sich im quadratischen,

jener der horizontalen dagegen im linearen Verhältniss der Entfernung von der Mündung ändert.

Brenner Nr. I Gasdruck = 15 mm			Brenner Nr. II Gasdruck = 30 mm			Brenner Nr. III Gasdruck = 30 mm		
x	y	$p = \frac{y^2}{x}$	x	y	$p = \frac{y^2}{x}$	x	y	$p = \frac{y^2}{x}$
11,4	4,0	1,40	2,4	2,5	2,60	7,0	4,7	3,16
11,0	3,7	1,24	5,0	3,8	2,89	7,6	5,0	3,29
15,0	4,4	1,29	6,9	4,0	2,32	10,0	5,3	2,81
20,0	4,8	1,15	10,0	4,9	2,40	11,0	5,5	2,75
25,0	5,1	1,04	16,0	6,6	2,72	12,0	5,9	2,90
30,0	5,9	1,16	20,0	7,1	2,52	13,0	6,3	3,05
35,0	6,1	1,07	25,0	8,0	2,56	15,0	7,3	3,55
40,0	6,5	1,05	30,0	8,4	2,35	18,0	7,1	2,80
Mittel		1,18	Mittel		2,54	Mittel		3,04

Ist dieser Unterschied einzig durch die bevorzugte Stellung der verticalen Flamme bedingt, und etwas anderes ist bei der Construction des Apparates fast gänzlich ausgeschlossen, so muss er wegfallen, sobald man beiden Brennern die symmetrische Stellung ertheilt, d. h. wenn man den Apparat horizontal stellt.

In der That zeigen die beiden folgenden Tabellen, in denen eine Anzahl in dieser Richtung mit Brenner II angestellter Versuche enthalten sind, im wesentlichen die Gleichheit der x und y .

Gasdruck 30 mm	$x = 5,0$	5,0	10,0	10,4	15,0	15,6	20,0	20,5
	$y = 4,9$	5,0	10,0	10,0	14,9	15,0	19,5	20,2
Gasdruck 20 mm	$x = 8,9$	9,0	14,4	15,0	11,7	12,0		
	$y = 9,0$	8,9	15,0	15,2	12,0	11,6		

Jede von diesen Zahlen ist auch hier wieder das Mittel von zehn Doppelmessungen.

3) Abhängigkeit der Umschlagstelle vom Druck des Gases. Um mir genauere Rechenschaft über die Verhältnisse geben zu können, die den Unterschied einer verticalen und horizontalen Flamme verursachen, habe ich eine Reihe von Versuchen mit dem Apparat in der symmetrischen Stellung angestellt, bei denen ich den Druck in der einen Flamme bis zum Vierfachen des Druckes in der anderen verstärkte. Folgende drei Tabellen enthalten die betreffenden Resultate; mit

x ist die Länge derjenigen Flamme bezeichnet, welche durch den stärkeren Gasstrom gespeist wurde.

Gasdruck		Gasdruck		Gasdruck	
30 mm	15 mm	30 mm	10 mm	40 mm	10 mm
x	y	x	y	x	y
5,0	2,0	6,3	3,6	6,4	3,0
5,4	3,0	7,0	4,6	7,9	5,0
5,6	3,5	8,0	5,2	9,8	6,0
7,0	6,0	10,0	6,9	13,0	6,5
10,0	8,3	15,0	10,1	14,3	7,9
10,6	9,0	20,0	12,2	16,0	8,1
15,0	10,5			20,0	8,2
20,0	12,6				

Aus diesen Versuchen geht zur Evidenz hervor, dass mit wachsendem Druck in der Flamme auch deren Längen zunehmen, wenn man für eine bestimmte Länge der anderen Flamme die Umschlagstelle sucht. Ein Blick auf Figur 12 zeigt dies noch deutlicher; man erkennt dort z. B., dass für $y = 9$ mm der Umschlag erfolgt, wenn die Länge der Flamme mit stärkerem Druck die Werthe erreicht:

$x = 9$ mm; $x = 10,6$ mm; $x = 13,4$ mm (interpol.); $x = 20$ mm,

je nachdem das Verhältniss der Drucke in beiden Brennern

30:30; 15:30; 10:30; 10:40

ist. Darf man aus diesen Thatsachen einen Schluss auf den Fall der horizontalen und verticalen Flamme ziehen, wo die x (Längen der horizontalen Flammen), wie wir sahen, grösser sind als die y , so werden wir annehmen müssen, dass der Gasdruck in dem horizontalen Brenner den im verticalen übertrifft.

Bevor ich auf die Discussion dieser Frage eingehe, möchte ich die Resultate von zwei hierhergehörigen Versuchsreihen anführen, die ebenfalls mit Brenner II, aber in der zuletzt genannten Stellung des Apparates angestellt wurden. Bei dem ersten dieser Versuche war der Druck in beiden Brennern 15 mm, bei dem letzten war der Druck im horizontalen Brenner derselbe, dagegen der im verticalen auf 30 mm erhöht; in den folgenden Tabellen sind die Ergebnisse zusammengestellt:

Gasdruck		p	Gasdruck	
15 mm	15 mm		15 mm	30 mm
x	y		x	y
5,0	3,3	2,18	4,0	3,0
6,3	4,0	2,54	7,0	4,5
7,0	3,9	2,17	11,3	7,0
9,5	5,0	2,63	9,5	6,0
10,0	5,2	2,70	14,5	7,6
14,5	6,0	2,49	19,0	7,8
22,5	7,8	2,70	25,0	8,8

In Fig. 13 sind beide Versuchsreihen eingetragen. Auch diese beiden Versuche beweisen einen Einfluss des Gasdruckes in demselben Sinn, wie die obigen, d. h. ein Verschieben des Umschlagpunktes von der Brennermündung weg in der Flamme mit stärkerem Druck.

Es ermangelt nun einzig noch den Einfluss einer in beiden Brennern gleichmässigen Druckänderung zu erforschen. Wir können uns dabei selbstverständlich auf die unsymmetrische Stellung des Apparates beschränken, denn bei der symmetrischen Stellung kann eine derartige Druckänderung keinen Einfluss haben, was auch die Zahlen p. 919 bestätigen. Es wurden zu diesem Zweck in der oben beschriebenen Weise (p. 918) für jedes Brennerpaar eine grössere Anzahl Umschlagstellen für verschiedene Gasdrucke gemessen und aus den zusammengehörigen Werthen die Grösse $p = y^2/x$ berechnet. Nimmt man hierzu die schon oben angeführten Zahlen, so erhält man folgende Zusammenstellung:

Brenner	Gasdruck			
	50 mm	30 mm	20 mm	15 mm
I	—	—	1,40	1,18
II	2,60	2,54	—	2,48
III	—	3,04	—	2,20

Ich muss hier nochmals darauf aufmerksam machen, dass die Versuche mit Brenner III nicht so genau sind, wie die mit den anderen angestellten Beobachtungen, da der Umschlag sich bei diesen Flammen beim Verkleinern durchweg schwieriger vollzog, demnach die Werthe von y zu klein sind (vergleiche p. 917). Ich beschränkte mich deshalb bei einer

zweiten Beobachtungsreihe, die mit etwas abgeänderter Versuchsanordnung gewonnen ist, auf die Brennerpaare I und II.

Die hauptsächlichste Aenderung hierbei ist die, dass zwischen den Apparat und den zur Regulirung des Gaszuflusses dienenden Hahn eine grosse doppelt-tubulirte Flasche eingeschaltet wurde, und dass sich das Manometer kurz vor dem Apparat zwischen diesem und der Flasche befand.

Brenner	Gasdruck		
	30 mm	20 mm	10 mm
I	2,52	2,24	—
II	3,65	3,45	2,58

Auch die Art und Weise, wie die Versuche angestellt wurden, ist eine etwas andere, indem jedesmal drei möglichst günstig gelegene Umschlagpunkte durch eine grössere Anzahl von Messungen zu verschiedenen Zeiten bestimmt und aus ihnen dann die Grösse p berechnet wurde.

Aus diesen beiden Tabellen erhellt nun, dass für correspondirende Druckvermehrung in beiden Brennern die Längen der verticalen Flammen von der Brennermündung bis zur Umschlagstelle grösser werden, mit anderen Worten, dass eine derartige Druckvermehrung stärkeren Einfluss auf die verticale, wie auf die horizontale Flamme äussert.

4. Alle im vorigen Paragraph beschriebenen Versuche weisen darauf hin, dass in einer horizontalen Flamme das Gas unter höherem Druck ausströmt, wie in einer verticalen. Dass dies wirklich so ist, dafür wünschte ich einen directen Nachweis zu haben, den ich mir in folgender Weise verschaffte.

Ich construirte mir ein Manometer, dessen einer Schenkel in seiner grössten Erstreckung, etwa 15 cm lang, horizontal gelegt war, während sein offenes Ende, das mit der Gasleitung communicirte, rechtwinklig nach oben umgebogen war; der andere fast gleich lange Schenkel war mit dem ersteren durch einen Gummischlauch verbunden und lag etwa 30 mm höher, wie jener. Derselbe war zwar auf demselben Brettchen mit dem wagrechten Schenkel, aber in der Weise befestigt, dass man ihn um seinen Endpunkt drehen und demnach diesem Theil des Apparates jede beliebige, kleine, an einer Scala

messbare Neigungen gegen den Horizont ertheilen konnte. Dieser Apparat wurde soweit mit Alkohol (Wasser erwies sich als zu wenig beweglich) gefüllt, dass sich unter dem Einfluss eines Druckes von bestimmter Grösse die eine Kuppe gerade in den unteren horizontalen Schenkel zurückgezogen hatte, während die obere eben erst in den oberen geneigten Schenkel eingetreten war.

Hatte nun dieser letztere Schenkel eine Neigung z. B. von 1:100, so musste sich eine Druckänderung von 1 mm Alkohol durch ein Vorwärtsbewegen der oberen Kuppe um 100 mm kenntlich machen. Diese Empfindlichkeit erwies sich jedoch beim Gebrauch als viel zu gross; in den meisten Fällen begnügte ich mich mit 1:20.

Ich setzte nun mit diesem Manometer einen von den benutzten Brennern durch eine Zweigleitung in Verbindung, liess das Gas ausströmen und regulirte seinen Druck so, dass die Kuppe der Alkoholsäule am Anfang der geneigten Röhre bei 0 der Theilung stand; dem entsprach ein Druck von 31,2 mm Alkohol. Wurde nun bei Anwendung des Brenners II der ausströmende Gasstrahl entzündet, so zeigte das Manometer für beide Fälle, ob die Flamme horizontal brannte oder vertical, eine Zunahme des Druckes, im ersten Fall um 2,9 mm oder $\frac{1}{11}$, im letzten um 2,4 mm oder $\frac{1}{13}$ des ursprünglichen Druckes. Analoge Versuche mit Brenner I ergaben folgende Zahlen: anfänglicher Druck 30,8; Druckzuwachs 1,5 mm oder $\frac{1}{20}$ des ursprünglichen bei verticaler, 1,9 mm oder $\frac{1}{16}$ bei horizontaler Stellung der Flamme.

Nun ist aber dieser Unterschied der Drucksteigerung im horizontalen und verticalen Brenner viel zu klein (auch wenn dieselben, wie es mehrfach geschah, durch verschiedene Leitungen mit Gas gespeist wurden), um ihm die Verschiedenheit der beiden Flammen zuzuschreiben, wenn man bedenkt, welche beträchtliche Druckvermehrung nach p. 920 erforderlich ist, um ähnliche Wirkungen bei symmetrischer Stellung des Apparates zu erzielen. Wohl aber wird man nicht irre gehen, wenn man in der Ursache jener Drucksteigerung auch den Grund für diese Verschiedenheit sucht.

Die obigen Versuche lehren, dass in dem Verbrennungs-

vorgang dem ausströmenden Gas durch den allseitig zufließenden Sauerstoff ein gewisser Widerstand bereitet wird, der in einer verticalen Flamme zwar auch vorhanden, aber beträchtlich geringer ist, wie in einer horizontalen, und zwar wohl deshalb, weil bei ersterer die aufsteigenden stark erhitzten Verbrennungsproducte eine stärkere Compensation dieses Widerstandes herbeiführen, wie in letzterer. Mit anderen Worten, es findet in einer verticalen Flamme ein vergleichsweise rascheres Ausströmen des Gases in der Flammenrichtung statt, wie in einer horizontalen.

Allein diese Verschiedenheit der Ausströmungsgeschwindigkeit kann nicht die Ursache des verschiedenen Verhaltens beider Flammen sein; denn nehmen wir etwa an, der Umschlag erfolge an Stellen gleicher Geschwindigkeit beider Gasströme, so müsste entgegen dem thatsächlichen Verhalten die verticale Flamme länger sein, wie die horizontale, da in ihr die Geschwindigkeit grösser ist und langsamer abnimmt.

Durch die vereinigte Wirkung des Ausströmens des Gases und des allseitigen Zufließens von atmosphärischem Sauerstoff, wozu noch als drittes die Molecularbewegung der Verbrennung selbst hinzukommen mag, gewinnt eine solche Flamme eine gewisse Elasticität, die infolge des Einflusses der aufsteigenden Verbrennungsproducte, der wachsenden Ausbreitung und der abnehmenden Verbrennungsenergie mit zunehmender Entfernung von der Flammenwurzel beständig abnimmt, und zwar muss diese Auflockerung bei einer verticalen Flamme grösser sein, als bei einer horizontalen (p. 922). Ebenso wird ein Gasstrahl, der unter stärkerem Druck ausströmt, in dem also auch die Verbrennung intensiver ist, diese Eigenschaft der Elasticität in höherem Maass und länger besitzen, wie ein schwächerer Gasstrahl.

Legen wir diese Anschauungen zu Grunde, so muss z. B. beim Verlängern der horizontalen Flamme der Umschlag dann eintreten, wenn deren Elasticität zu demselben Betrag gesunken ist, den die verticale an der Kreuzungsstelle hat, und das wird eben erst in grösserer Entfernung vom Brenner, wie bei jener, stattfinden. Ich glaube, dass sich in dieser

Weise das eigenthümliche Verhalten der Flammen bezüglich der Umschlagsstelle erklären lässt.

5) Es bleibt noch übrig, im Folgenden eine Lücke auszufüllen, die meine erste Untersuchung über diesen Gegenstand enthält. Ich hatte mich nämlich dort auf die Töne oberhalb des kritischen Punktes beschränkt, während es nach den obigen Resultaten unerlässlich scheint, auch die untere Tongruppe in Betracht zu ziehen, und ferner für die symmetrische Stellung des Apparates die Aenderung des Tones mit der Flammenlänge zu erforschen.

Ich habe mich bei dieser Untersuchung, die unter Anwendung aller nur denkbaren Vorsichtsmaassregeln ausgeführt wurde, von neuem überzeugt, wie wenig genau ihre Resultate sind. Die Flamme ist ein so bewegliches Gebilde, dass der geringste Luftzug genügt, um merkliche Schwankungen der Tonhöhe herbeizuführen. Dazu kommt, dass beim Aufsuchen des Tones mit dem Monochord der Flammenton sich mitunter naheliegenden Tönen dieses Instrumentes wenigstens zeitweise accommodirt. Daher die beträchtlichen Unterschiede der aus den Schwingungszahlen berechneten Constanten. Immerhin wird man sich überzeugen, dass die Resultate genau genug sind, um mit ihrer Hülfe die hierher gehörigen Fragen zu entscheiden.

Gibt man bei symmetrischer Stellung des Apparates der einen Flamme eine bestimmte Länge und lässt dann die andere von ganz kleinen Werthen an allmählich wachsen, so wird der anfangs sehr hohe Ton beständig tiefer, bis beide Flammen gleich lang sind; verlängert man die Flamme jetzt weiter, so wird der Ton wieder höher, bis er schliesslich nicht mehr hörbar ist oder bei zu grosser Länge der Flamme erlischt.

Die folgenden Tabellen enthalten eine Anzahl von Tonhöhen, die obere für x grösser wie y , die untere für den umgekehrten Fall, wo x und y wie früher die Flammenlängen bis zum Kreuzungspunkt sind. Die mit n überschriebenen Columnen enthalten die Schwingungszahlen der zugehörigen Töne. Die vierte Columnne enthält die Constante $k = n(y/x)$, resp. $n(x/y)$. Diese, wie alle folgenden Versuche, sind mit Brenner II angestellt.

x	y	n beob.	$k = n \frac{y}{x}$	n ber.
18,9	1,6	6826	578	6521
26,5	10,8	2560	1043	2708
32,2	20,0	920	572	889
19,9	13,6	731	500	808
19,6	14,9	722	549	726
20,0	20,0	589	589	552

 $k = 552.$

x	y	n beob.	$k = n \frac{x}{y}$	n ber.
3,9	24,3	6826	1095	6978
9,9	23,3	2560	1088	2636
15,0	33,5	1145	513	1251
15,2	29,6	1107	569	1091
29,7	46,7	956	608	881
14,0	20,0	864	604	800
19,9	20,0	539	536	563

 $k = 560.$

Diese Beobachtungen zeigen, dass in beiden Fällen die Tonhöhe proportional der Länge der grösseren, dagegen umgekehrt proportional der Länge der kürzeren Flamme ist.

Dass die Constante k einigemal die doppelte Grösse des Durchschnittswerthes zeigt, darf nicht auffallen; es hat seinen Grund darin, dass häufig zwei Töne hörbar sind, die im Verhältniss von Grundton zur Octave stehen; von beiden wurde der vorherrschende zur Bestimmung der Tonhöhe benutzt. Bisweilen kann man sogar die höhere oder tiefere Octave des augenblicklich vernehmbaren Tones künstlich hervorrufen, indem man den betreffenden Ton am Monochord energisch angibt.

Ganz analoge Versuche wurden mit dem Apparat in der nicht-symmetrischen Stellung unternommen. In den folgenden beiden Tabellen sind die Resultate zusammengestellt; die erste enthält die Tonhöhen unterhalb der Parabel der Umschlagspunkte, die zweite für solche über derselben.

Die Länge der horizontalen Flamme ist natürlich wieder mit x bezeichnet; im übrigen haben die Bezeichnungen die nämliche Bedeutung, wie in den obigen Angaben.

x	y	n beob.	$k = n \frac{y}{x}$	x	y	n beob.	$k = n \frac{y}{x}$
58,6	6,0	6560	672	44,7	6,0	3371	453
30,8	6,0	2697	525	25,2	6,8	2001	540
24,4	6,7	2427	666	20,4	6,0	1926	566
40,0	7,3	2380	434	15,4	6,0	1428	556
30,2	8,5	2380	670	42,6	9,0	1099	520

 $k = 560.$

Aus diesen Zahlen geht hervor, dass in der unteren Gruppe von Tönen die hohen Töne vorherrschen, und dass

die Tonhöhe proportional der Länge der horizontalen Flamme, umgekehrt proportional der Länge der verticalen Flamme ist. Die Töne oberhalb der Linie der kritischen Punkte zeigen auch hier gerade das umgekehrte Verhalten.

x	y	n beobachtet	$k = n \frac{x}{y}$	n berechnet
5,6	20,0	3570	1000	4039
11,7	20,0	1839	1076	1933
6,0	8,1	1640	1215	1527
25,0	25,0	1264	1264	1131
20,0	20,0	1190	1190	1131
22,1	20,0	1083	1196	1023
11,7	10,4	948	1066	1005
22,7	18,1	934	1171	902
32,7	20,0	667	1090	692
41,9	20,0	551	1154	540
53,0	20,0	383	1015	427

$$k = 1131.$$

Dabei ergibt sich die auffallende Thatsache, dass bei jenen durchweg die Constante k nur halb so gross ist wie bei diesen, während letztere mit der am symmetrisch gestellten Apparat gefundenen übereinstimmt. Ich glaube übrigens nicht, dass man diesem Umstand besonderen Werth beilegen darf; vielmehr scheint es mir natürlich, dass bei diesen theilweise sehr hohen Tönen die tieferen Octaven vorherrschen.

Die grössere Ungenauigkeit der Zahlen der ersten Tabelle (p. 926) hat ihren Grund darin, dass die Töne nahe der Flammenwurzel weniger rein und frei von Geräuschen sind, wie die oberen.

Aus diesen Versuchen geht erstens hervor, dass die Grösse der Constanten k , wie auch schon früher gezeigt worden war, einzig von den Dimensionen der benutzten Flammen, dagegen nicht von deren Stellung oder richtiger der Stellung des Apparates abhängt; zweitens, dass die Aenderung der Tonhöhe nur durch die Länge der Flammen, nicht, wie in der früheren Untersuchung vermuthet wurde, durch die Vorgänge in den Flammen, die den Umschlag bewirken, bedingt ist. Auf das Detail dieser Frage hoffe ich demnächst zurückkommen zu können.

Giessen, am 25. März 1883.

**XI. Ueber einen neuen Apparat zur Demonstration
der Foucault'schen Ströme;
von Dr. A. von Waltenhofen.¹⁾**

Die Absicht, welche mich zur Construction des nachstehend beschriebenen Apparates, „Inductionspendel“ genannt, geführt hat, war dahin gerichtet, den durch die Foucault'schen Inductionsströme bedingten Arbeitsaufwand durch ein für ein grosses Auditorium geeignetes, möglichst einfaches und augenfälliges, zugleich aber auch eine quantitative Schätzung gestattendes Experiment ersichtlich zu machen. Hierzu schien mir die schwingende Bewegung besonders geeignet, welche zugleich mit Rücksicht auf die Theorie der Dämpfung und der Aperiodicität ein besonderes Interesse darbietet.

Die bisher gebräuchlichen Apparate zur Demonstration der Foucault'schen Ströme entsprechen den hier aufgestellten Anforderungen keineswegs.

Das Experiment mit den zwischen den Magnetpolen rotirenden Kupferscheiben, die man mittelst Schwungrad und Schnurlauf in Bewegung setzt, ist für ein zahlreiches Auditorium ganz ungeeignet, weil jeder einzelne an den Apparat herantreten muss, um durch das Gefühl in der Hand beim Drehen der Kurbel die durch die Foucault'schen Ströme bewirkte Hemmung der Bewegung wahrzunehmen.²⁾ Auch ist hierbei keine quantitative Schätzung möglich; man könnte diesem Mangel allerdings mittelst einer dynamometrischen Kurbel³⁾ sehr gut abhelfen, dadurch würde aber der Apparat complicirt gemacht und sehr vertheuert.

1) Der Inhalt dieser Abhandlung ist bereits auszugsweise mitgetheilt in einigen technischen Zeitschriften. v. W.

2) Ich erwähne bei dieser Gelegenheit, dass ich auch daran dachte, einen solchen Apparat durch passende Anbringung von Schleifcontacten an der Kupferscheibe dynamoelectrisch einzurichten; ich fand aber dabei grosse Schwierigkeiten, und es gebietet mir vorderhand an Zeit, diesen Gedanken, der mir theoretisch sehr beachtenswerth scheint, weiter zu verfolgen.

3) Von ähnlicher aber viel kleinerer Ausführung wie jene bei meinen Versuchen über die Inductionsarbeit an der v. Hefner-Altenneck'schen 50 magnetigen Maschine. Wied. Ann. 9. p. 81. 1880.

Der sehr schöne Versuch, durch die Wärmewirkung der Foucault'schen Ströme eine in einem rotirenden Kupfercylinder eingeschlossene leichtflüssige Legierung zu schmelzen, ist sehr umständlich und anstrengend.

Das Experiment mit dem zwischen den Polen an einem gedrehten Faden hängenden und infolge dessen rotirenden kupfernen Würfel u. dergl. veranschaulicht nur einen sehr geringfügigen Arbeitsaufwand und gestattet auch keine quantitative Schätzung desselben.

Eine andere Form des Experimentes, welche ich seit einigen Jahren zu zeigen pflege (von welcher ich übrigens nicht weiss, ob sie schon irgendwo angegeben worden ist), besteht in der Ausführung des sehr naheliegenden Gedankens: die durch Papierfähnchen oder einen aufgesteckten Farbenkreisel u. dergl. weithin sichtbar gemachte Bewegung des zwischen den Electromagnetpolen rotirenden Kupfercylinders durch ein Federtriebwerk oder sinkendes Gewicht zu bewerkstelligen. Aber auch dieses Verfahren lässt an Einfachheit manches zu wünschen übrig.

Das Princip meines neuen Apparates, welcher mir einige Vorzüge zu haben scheint, besteht in der Anwendung eines kupfernen Pendels, welches zwischen den Polen eines Electromagnets seine Schwingungen ausführt. Näheres enthält die folgende Beschreibung.

Die Schenkel eines mit seiner Wölbung in ein festes Grundbrett *BB*¹⁾ eingelassenen Electromagnets *EE* (Fig. 1 und 2) durchsetzen eine mit jenem Grundbrette durch vier Säulen *S* verbundene messingene Platte *PP*. Auf dieser sind die (aus messingenen Röhren dreieckförmig hergestellten) Träger *tt* der Pendelaxe *aa* befestigt. Diese ist zwischen Spitzen beweglich, welche den in jenen Trägern gelagerten Schrauben *ss* angehören, die selbst wieder mittelst Gegenmuttern in der richtigen Stellung festgeklemmt werden können.

Das Pendel hat folgende Einrichtung. An Stelle der Pendellinse habe ich eine 20 cm lange, 5 cm breite und 1 cm

1) Die Stellschrauben desselben sind in der Zeichnung fortgelassen.

dicke Kupferplatte *kk* von der Form eines Flachringsegmentes gewählt.¹⁾ Anstatt einer Pendelstange hat der Mechaniker (von welchem auch die Anwendung von Röhren anstatt der von mir vorgeschlagenen gerippten Stäbe für die Träger herrührt) einen trapezförmigen Rahmen *bbcc* angewendet. Die längere Parallele *bb* dieses Trapezes gehört der Drehungsaxe *aa* des Pendels an, die kürzere (untere) ist mit einer Schiene *dd* zu einem rechtwinkligen Kreuze verbunden, welches auf die concave Schmalseite der Kupferplatte *kk* in der Art festgeschraubt ist, dass die Ebene der Kupferplatte und jene des Trapezes aufeinander senkrecht stehen.

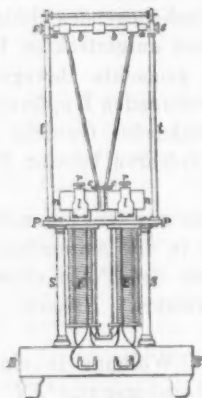


Fig. 1.
1/20 natürl. Grösse.

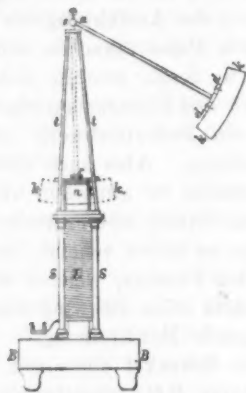


Fig. 2.

Als Führungen beim Einstellen der Polschuhe *nn* und zum Festklemmen derselben dienen auf jeder Seite ein Paar parallele, oben mit einem Querstücke verbundene Lappen *l*, welche auf der Platte *PP* festgeschraubt sind, und eine in

1) An den kürzeren (in der Zeichnung mit *k* bezeichneten) Schmalseiten ist das Segment etwas abgeschrägt, um einem Anstossen an die Polschuhe bei engem Spielraume und nicht genau verticaler Aufstellung des Apparates vorzubeugen. Deshalb habe ich auch kein längeres Flachringsegment angewendet, bei welchem ein Anstreifen schwer zu vermeiden wäre.

jenem Querstücke enthaltene Klemmschraube *r*. Die Polschuhe werden so eingestellt, dass die Kupferplatte mit einem beiderseitigen Spielraum von 1 bis 2 mm zwischen durch gehen kann.

Gibt man nun dem Pendel eine grosse (z. B. nahezu rechtwinkelige) Elongation, und lässt es schwingen, so zeigt sich, solange kein Strom durch die Drahtwindungen des Electromagnets geht, wegen der geringen Reibung auch nur eine geringe Abnahme der Schwingungsbogen. Es tritt aber sofort eine rasche Abnahme der Schwingungsbogen ein, wenn man den Electromagnet auch nur mit einem Strome von geringer Intensität anregt. Bei Anwendung eines kräftigeren magnetisirenden Stromes wird das Pendel, selbst wenn man es aus den grössten Elongationen herabfallen lässt, beim Durchgange durch die Gleichgewichtslage — wie wohl vorausszusehen war — plötzlich gefangen, als wenn es in einer zähen Flüssigkeit stecken bliebe. Auch zur Ausführung dieses ebenso eclatanten als instructiven Vorlesungsversuches eignet sich ganz vortrefflich die Siemens und Halske'sche (v. Hefner-Altenneck'sche) 50 magnetige Inductionsmaschine, mit welcher man es ganz in der Hand hat, mehr oder weniger aperiodische Bewegungen des Pendels nach Belieben hervorzubringen.

Bei meinem, vom Mechaniker Hrn. W. Grund in Prag mit eleganter Solidität ausgeführten Apparate beträgt die Pendellänge ungefähr 0,5 m, und sind die 7,5 cm dicken Schenkel des Electromagnets mit 28,5 cm langen aus je drei Lagen gebildeten Magnetisirungsspiralen von 3 mm Drahtstärke versehen. Der Apparat wird aber auch in kleinerem Maassstabe ausgeführt zu Vorlesungsversuchen sich eignen. Der Pendelaufsatz lässt sich an bereits vorhandenen Electromagneten (diamagnetischen Apparaten) leicht anbringen.

Eine quantitative Schätzung der bei einer Pendelschwingung aufgewendeten Inductionsarbeit, welche man wegen der verhältnissmässigen Gerinfügigkeit anderer Bewegungshindernisse annähernd dem Verluste an lebendiger Kraft gleichsetzen kann, ist leicht ausführbar, wenn man

die Constanten des Pendels ermittelt hat und zwei aufeinanderfolgende Elongationen abschätzt (oder auch mit Hülfe einer leicht anzubringenden Vorrichtung abliest), nämlich die Elongation, aus der man das Pendel fallen lässt und den Bogen, um welchen es sodann die Gleichgewichtslage überschreitet.

Prag, im April 1883.

**XII. Ueber die Beziehungen zwischen dem Grundton und den Obertönen eines transversal schwingenden, einerseits offenen Metallcylinders;
von Hugo Fenkner.**

In einer früheren Arbeit¹⁾ habe ich gezeigt, dass die Schwingungszahlen der Töne einerseits offener kreisförmiger Metallcylinder von der Höhe des Cylinders unabhängig sind, dass ferner die Schwingungszahlen correspondirender Töne zweier Cylinder (aus gleichem Material) sich verhalten direct wie die Metalldicken und umgekehrt wie die Quadrate der Cylinderumfänge. Bezeichnen wir demnach die Schwingungszahlen der Töne I, II, III etc. d. h. der Töne mit bezüglich vier, sechs, acht etc. Schwingungsknoten, resp. mit n_1, n_2, n_3 etc., so kann man die Schwingungszahlen v_k (wo $k = 1, 2, 3, \dots$) eines beliebigen Cylinders berechnen nach der Formel:

$$(1) \quad v_k = n_k \cdot \frac{d}{u^2},$$

in welcher d und u die Metalldicke und der Umfang des Cylinders, n_k aber eine von der Wahl des Normalcylinders (aus gleichem Material) abhängige Constante ist.

Da die Schwingungszahlen der Töne einerseits offener Metallcylinder derartig einfache Gesetze befolgen, so liegt die Frage nahe, ob vielleicht auch unter den Schwingungszahlen n_1, n_2, n_3 etc. eines jeden Cylinders eine einfache Beziehung besteht. Existirt eine solche einfache Beziehung unter den Schwin-

1) Fenkner, Wied. Ann. 8. p. 185. 1879.

gungszahlen der Töne eines beliebigen Cylinders, so muss dieselbe auch unter den Schwingungszahlen der Töne eines jeden anderen Cylinders bestehen, wie aus Formel (1) deutlich hervorgeht.

Zur Lösung dieser Frage stellte ich bei einer grossen Anzahl von Metallcylindern (aus Eisenblech) Versuche an. Einige Beobachtungen sind in folgender Tabelle zusammengestellt. Die Columnen (α) enthalten die mittelst Appunn'scher Zungenpfeifenapparate gefundenen Schwingungszahlen n_1, n_2, n_3 etc. der Töne I, II, III etc. der Cylinder.

Name des Cylinders	n_1			n_2			n_3			n_4			n_5			n_6		
	α	β	Δ	α	β	Δ	α	β	Δ	α	β	Δ	α	β	Δ	α	β	Δ
C_1	—	22	—	58	58	± 0	110	110	± 0	173	174	—0	259	261	—1	346	348	—0
C_2	—	29	—	79	78	+1	152	145	+3	232	232	± 0	340	348	—2	464	464	± 0
C_3	—	30	—	80	79	+1	149	148	+0	236	237	—0	346	354	—2	480	474	+1
C_4	30	30	± 0	81	81	± 0	152	151	+0	244	244	± 0	353	360	—2	484	488	—1
C_5	64	63	+1	170	170	± 0	319	317	+0	512	510	+0	759	765	—1	—	—	—
C_6	71	72	—1	190	192	—1	360	360	± 0	579	576	+1	—	—	—	—	—	—
C_7	78	79	—1	210	211	—0	396	395	+0	633	633	± 0	—	—	—	—	—	—
C_8	95	95	± 0	254	255	—0	482	475	+1	770	765	+1	—	—	—	—	—	—
C_9	98	99	—1	265	265	± 0	495	495	± 0	798	795	+0	1180	1188	—1	—	—	—
C_{10}	120	120	± 0	320	320	± 0	598	600	—0	960	960	± 0	—	—	—	—	—	—

Aus vorstehender Tabelle entnehmen wir folgende Proportionen:

$n_1 : n_2 = 3 : 8$; d. h. n_2 ist die Octave-Quarte von n_1 .

$n_2 : n_3 = 8 : 15$; d. h. n_3 ist die Septime von n_2 .

$n_2 : n_4 = 1 : 3$; d. h. n_4 ist die Octave-Quinte von n_2 oder die dritte Octave von n_1 .

$n_4 : n_5 = 2 : 3$; d. h. n_5 ist die Quinte von n_4 .

$n_4 : n_6 = 1 : 2$; d. h. n_6 ist die Octave von n_4 .

Es verhält sich also bei einem jeden Cylinder:

$$(2) \quad n_1 : n_2 : n_3 : n_4 : n_5 : n_6 = 1 : 3 : 5 : 8 : 12 : 16.$$

Ist demnach der Grundton eines Metallcylinders d. h.

der Ton mit vier Schwingungsknoten c_{-2} , so sind die Obertöne dieses Cylinders folgende:

$$f_{-1}, e, e_1, g_1, c_2.$$

Die Cylindertöne bilden demnach des zweiten Tones wegen keinen vollkommen consonirenden Accord. Ein Eisenblechcylinder von beliebiger Höhe, einem Umfange = 640 mm und einer Metalldicke = 0,469 mm würde nach meiner Berechnung diese Töne liefern.

Um besser erkennen zu können, in wie weit die Cylinder C das unter (2) aufgestellte Gesetz befolgen, habe ich in der Tabelle in den Columnen (β) die Schwingungszahlen n_1, n_2, n_3 etc. aufgezeichnet, welche das Experiment hätte ergeben müssen, wenn die Töne der Cylinder dieser Relation (2) streng Genüge leisteten. Die Zahlen in den Columnen (β) sind auf die Weise durch Rechnung gefunden, dass ich zwei oder drei bei einem jeden Cylinder vorkommende, die Relation (2) befriedigende Schwingungszahlen als Basis zur Correction für die übrigen Schwingungszahlen des Cylinders annahm. Die Abweichungen von dem Gesetz (2) sind in den Columnen (Δ) in Procenten verzeichnet.

Die Cylinder befolgen das Gesetz mit ziemlicher Schärfe. Abweichungen bis zu 2 Proc. kommen nur in wenigen Fällen vor. Namentlich bei denjenigen Cylindern, welche an zwei diametral gegenüberliegenden Seiten des Umfanges gelöthet waren, erhielt ich vom Grundton unreine Quarten, Quinten und Octaven. Cylinder C_2 liefert hierzu ein Beispiel.

Will man nun berechnen, welche Töne ein transversal erregter Cylinder (von gegebenen Dimensionen) anzugeben vermag, so hat man nur nöthig, den Grundton v_1 nach Formel (1) zu bestimmen; die Obertöne findet man aus der oben aufgestellten Relation (2). Als Normalcylinder könnte der mit dem Grundton $c_{-2} = 32,62$ Schwingungen dienen, dessen Dimensionen bereits angegeben wurden.

Braunschweig, im Mai 1883.

XIII. Ueber die gegenseitige Erregung nahezu gleichgestimmter elastischer Körper;

von Dr. G. Krebs.

Wenn zwei vollkommen gleichgestimmte Saiten auf demselben Monochord aufgespannt sind, so ist bekanntermassen jede im Stande, die andere ins Mitschwingen zu versetzen. Dasselbe gilt für zwei genau gleichgestimmte Stimmgabeln, welche auf zwei Resonanzkasten einander gegenüberstehen.

Ist aber die Stimmung zweier Saiten nicht genau gleich, so ist die tiefere noch im Stande, die höhere zu erregen, nicht aber umgekehrt, vorausgesetzt, dass der Unterschied der Schwingungszahlen mindestens 2—3, höchstens aber 3—4 beträgt.

Man überzeugt sich hiervon, wenn man die Saiten zuerst auf genau gleiche Stimmung bringt und dann die Spannung der einen etwas verringert; streicht man nun die eine Saite an oder reisst sie in der Mitte mit dem Finger, nachdem man auf die andere ein Papierreiterchen aufgesetzt hat, so kann man deutlich bemerken, dass von der höheren Saite das Reiterchen abspringt, wenn der Unterschied der Schwingungszahlen 3—4 beträgt, während umgekehrt das Reiterchen auf der tieferen Saite fast unbeweglich bleibt, wenn die höhere angeschlagen wird.

Beträgt der Unterschied der Schwingungszahlen noch nicht zwei, so ist jede Saite im Stande, die andere zu erregen, doch aber bemerkt man, dass die tiefere stärker auf die höhere wirkt, als umgekehrt.

Zur Gegenprobe kann man nun die Seite, welche soeben die tiefere war, stärker spannen, sodass sie die höhere wird u. s. w.

Uebrigens richten sich die Grenzen der Erregbarkeit nach der Länge, Dicke und Spannung. Bei kurzen, dicken, starkgespannten Saiten liegt die Grenze der Erregbarkeit der höheren durch die tiefere schon bei einer Differenz von 1—2 Schwingungen in der Secunde.

Bei Stimmgabeln, namentlich solchen mit kurzen, dicken

Zinken darf der Unterschied der Schwingungszahlen noch nicht eins betragen, wenn die tiefere die höhere soll erregen können. Aber gerade an Stimmgabeln habe ich die Erscheinung zuerst beobachtet. Ich hatte zwei Gabeln auf gleichen Resonanzkasten, welche genau gleiche Stimmung haben sollten; ich stellte sie einander gegenüber und strich die eine an, ohne dass die andere ins Mittönen gerieth; als ich aber die zweite anstrich, antwortete die erste sehr vernehmlich. Nachdem ich gefunden, welche der beiden Gabeln den höheren Ton gab, belastete ich die eine Zinke derselben mit etwas Wachs und brachte es durch mehrfache Aenderung der Belastung leicht dahin, dass jede Gabel in gleicher Stärke die andere zu erregen im Stande war. Nun vergrösserte ich die Belastung der ursprünglich höheren Gabel und fand, dass jetzt diese die andere zu erregen vermochte, nicht aber umgekehrt.

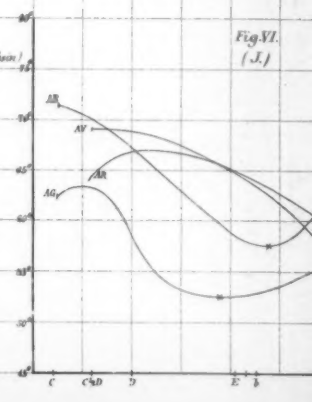
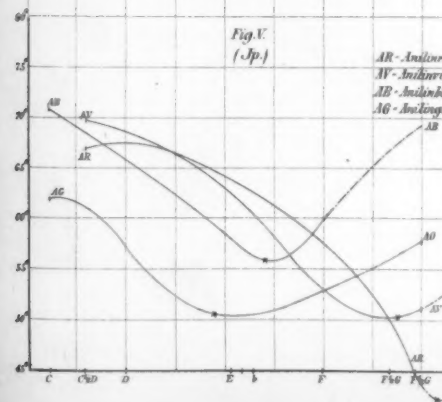
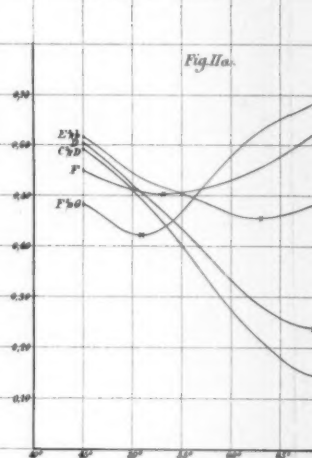
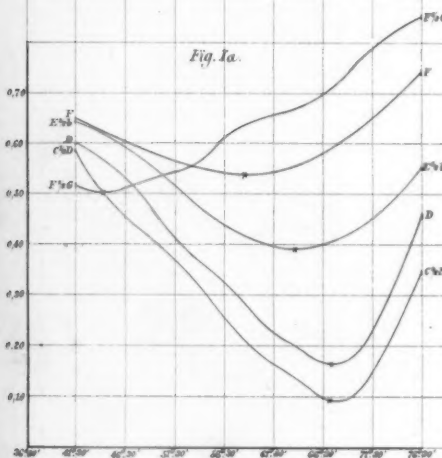
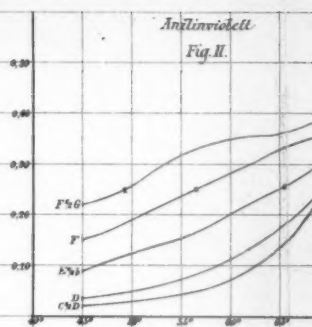
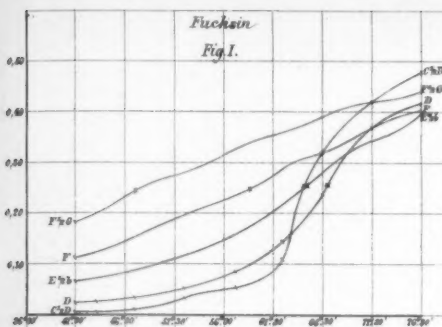
Frankfurt a. M.

Berichtigungen.

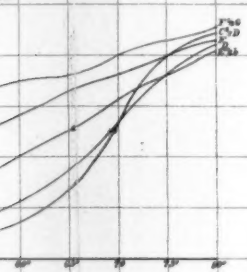
- Bd. XVIII. (v. Wroblewski) p. 305 Z. 9 v. u. lies „Werke“ statt „Werthe“.
- Bd. XIX. (E. Hagen) p. 436 Z. 13 v. u. streiche „jener“.
p. 444 Z. 2 v. u. streiche „Volumen des“.
p. 472 Z. 16 v. o. lies 1,1185 statt 1,1185.
- Bd. XIX (W. Voigt) p. 693 Z. 12 v. o. füge bei I_e .
 „ 695 „ 15 v. u. schreibe (I_e) statt (I_c).
 „ 701 „ 8 v. o. „ + statt =
 „ 702 „ 5 v. o. „ (III_a) u. (III_b) statt (II_c) u. (II_d).
 „ 702 „ 8 v. o. „ + ... = 0 statt =
- Bd. XIX (H. Hertz) p. 782 „ 17 v. o. „ Taf. X statt IX.

h
n
g
-
;
n,
e
-
n
s
e-
ie
ie
s
er

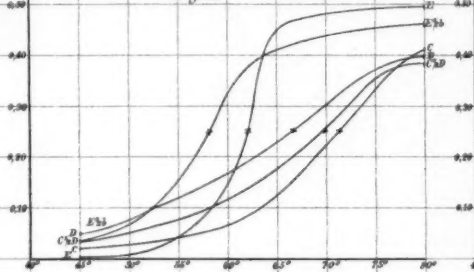
att



violet
II.



Anilinblau
Fig. III.



An
F



IIa.

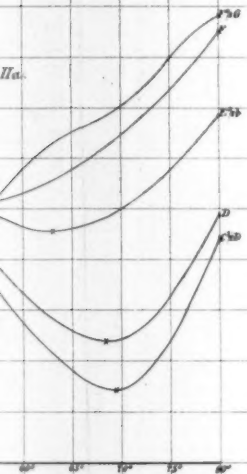


Fig. IIIa.

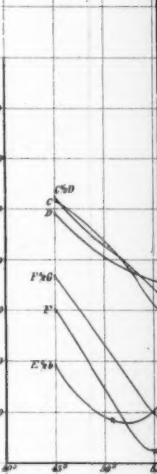
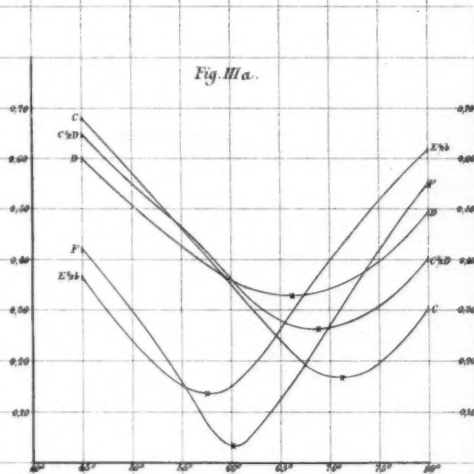


Fig. VI.
(J.)

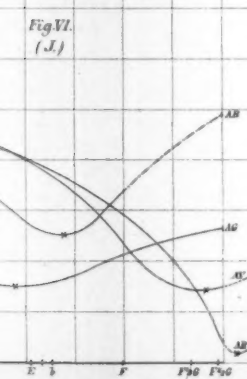
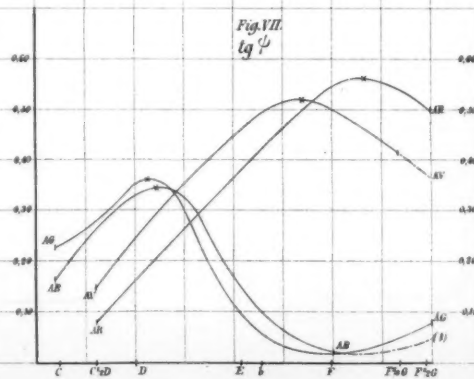
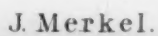


Fig. VII.
lg $\frac{1}{P}$





Aniligrün

Fig. IV.

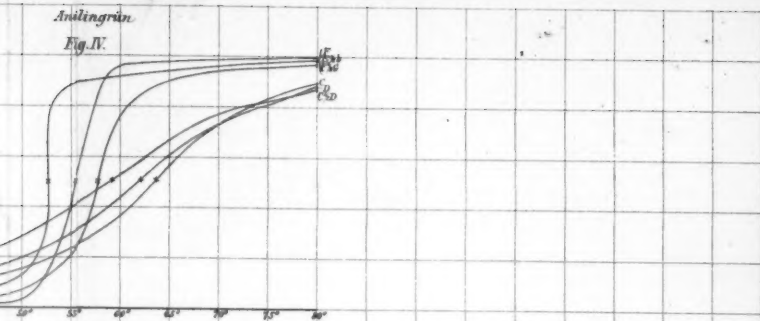


Fig. VIIa.

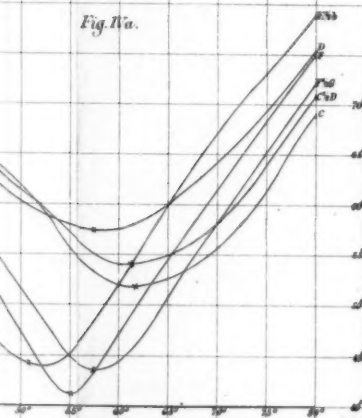


Fig. IX.

W. E. Wiedemann
G. P. Glau
Sch. E. Schenck
M. J. Merkel

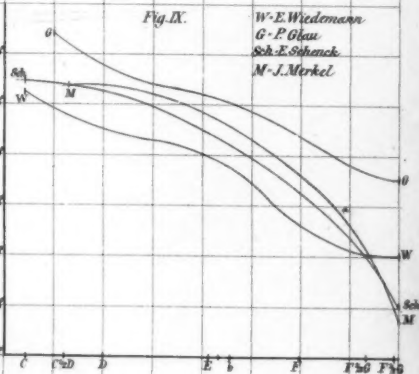


Fig. VIII
 $\lg^2 \varphi$

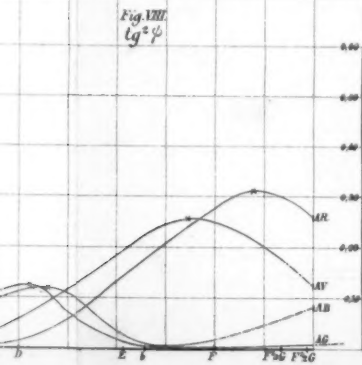
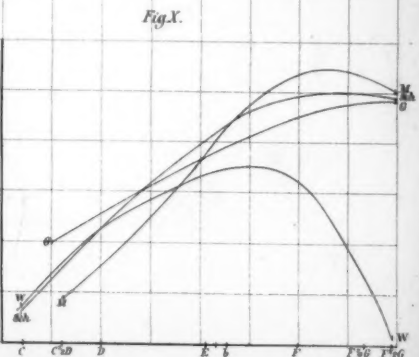
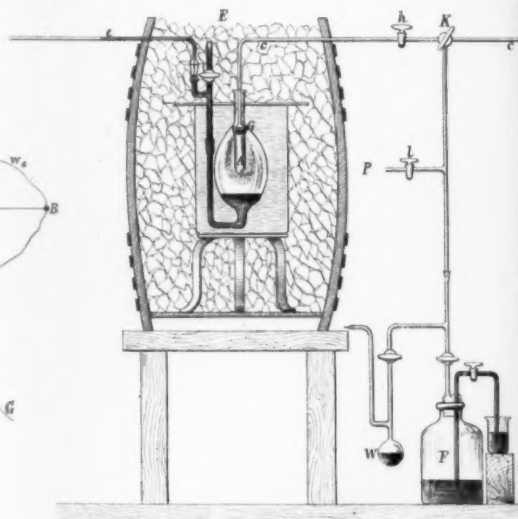
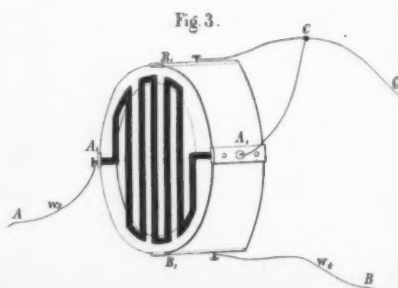
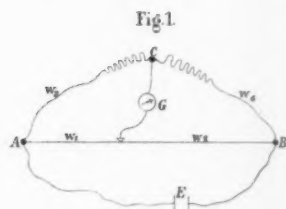
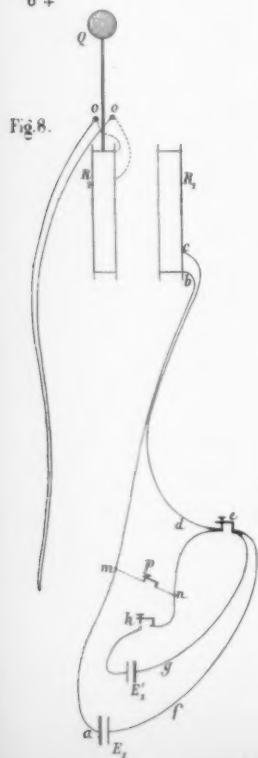
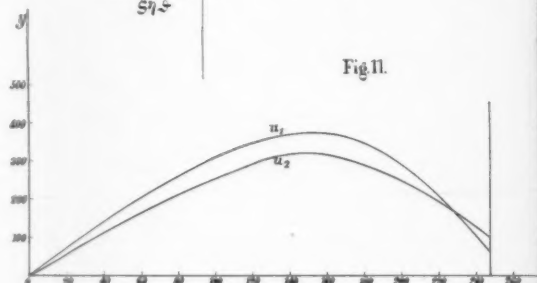
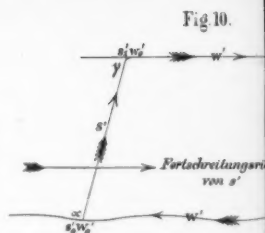
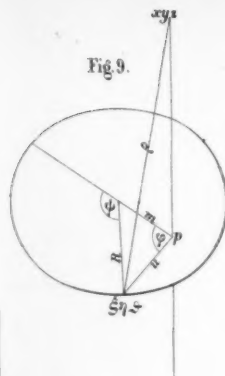
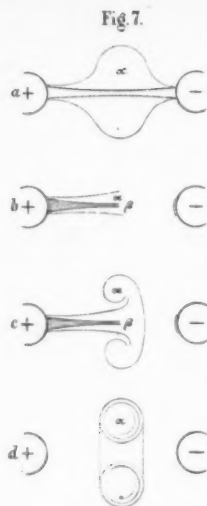
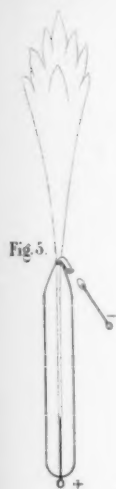
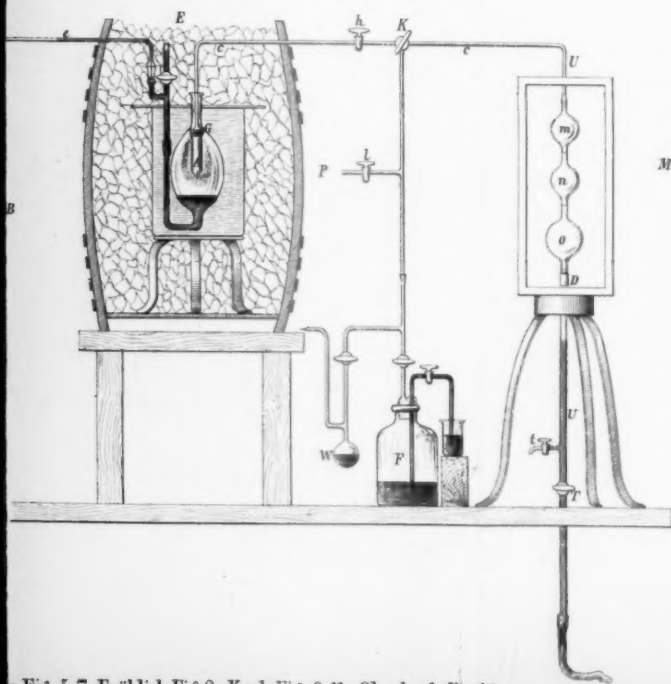
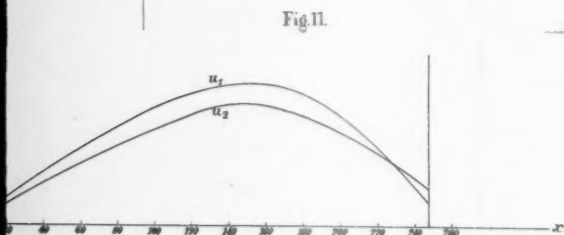
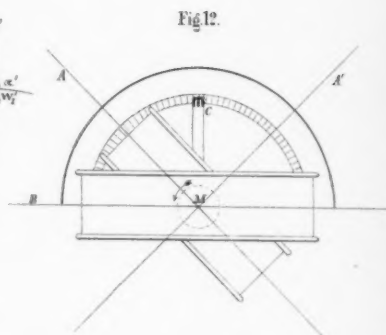
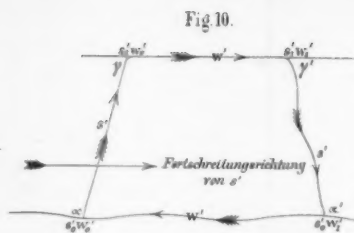
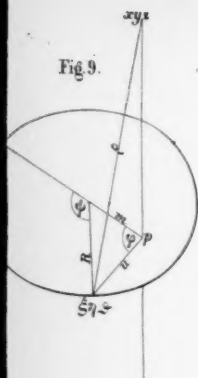


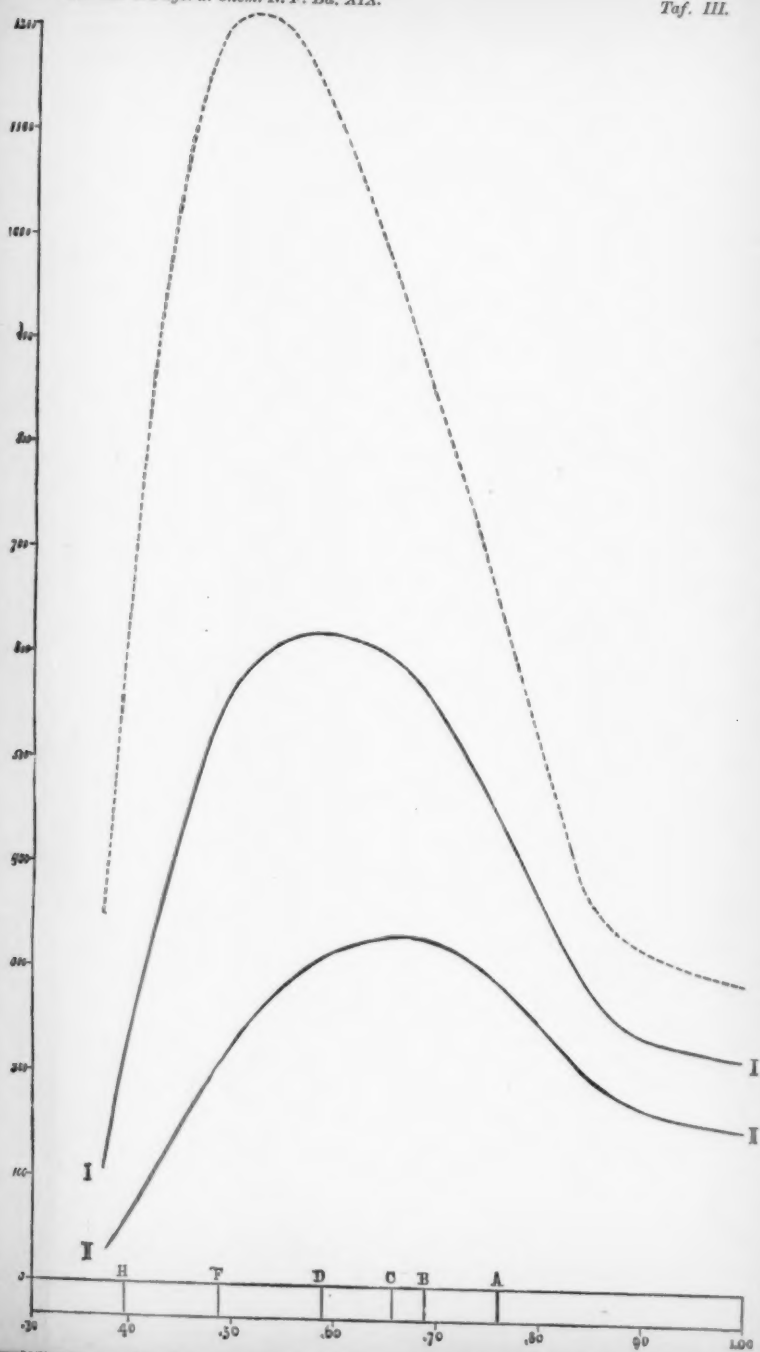
Fig. X.

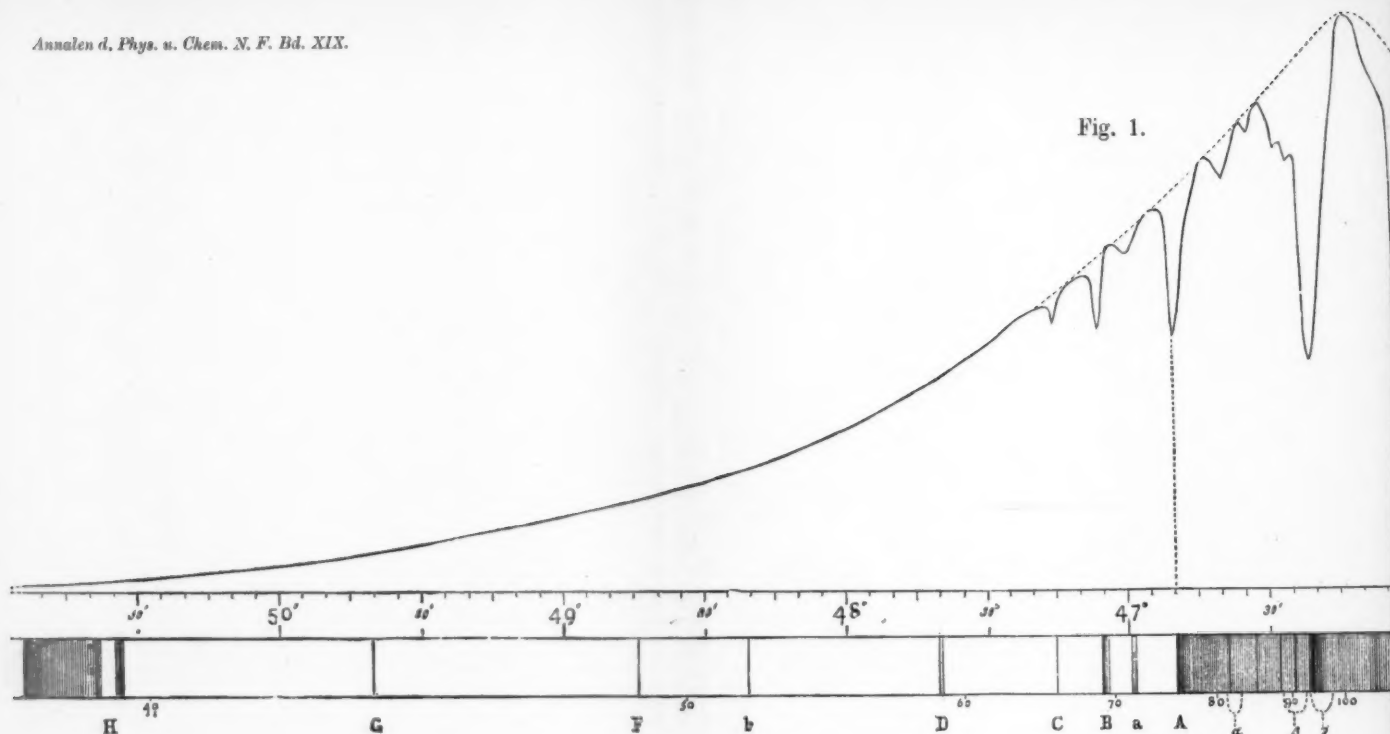




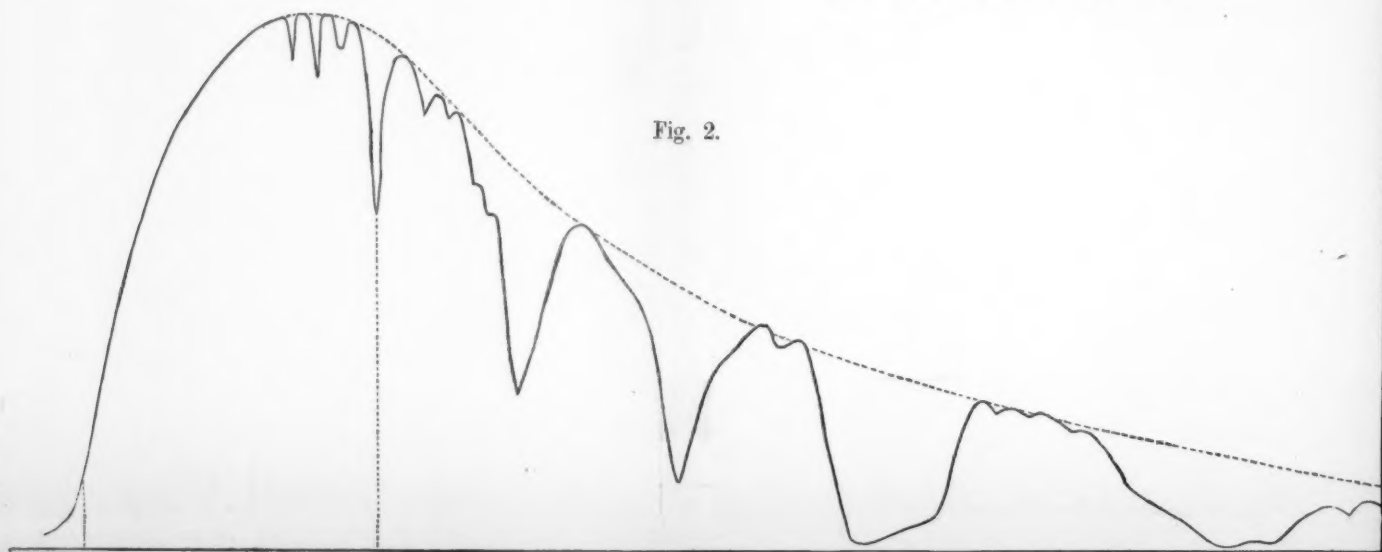
Baur Fig.1-3. Chappuis Fig.4. Hertz Fig.5-7. Fröhlich Fig.8. Koch Fig.9-11. Oberbeck Fig.



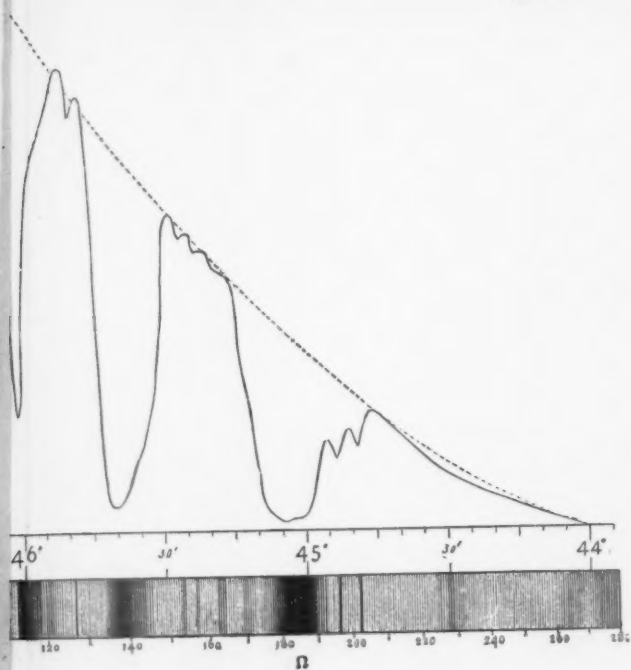


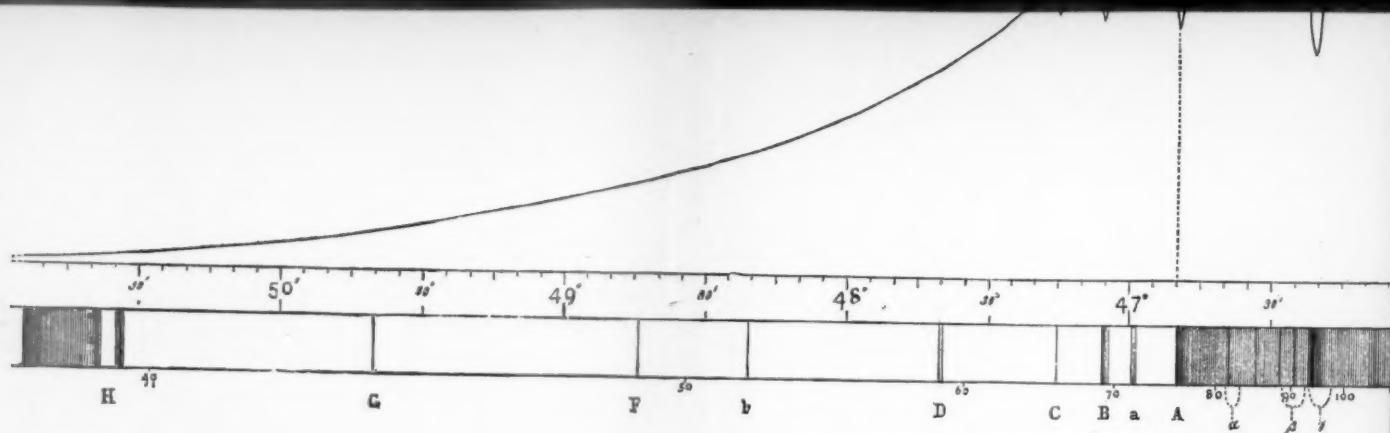


PRISMATISCHES SPECTRUM.



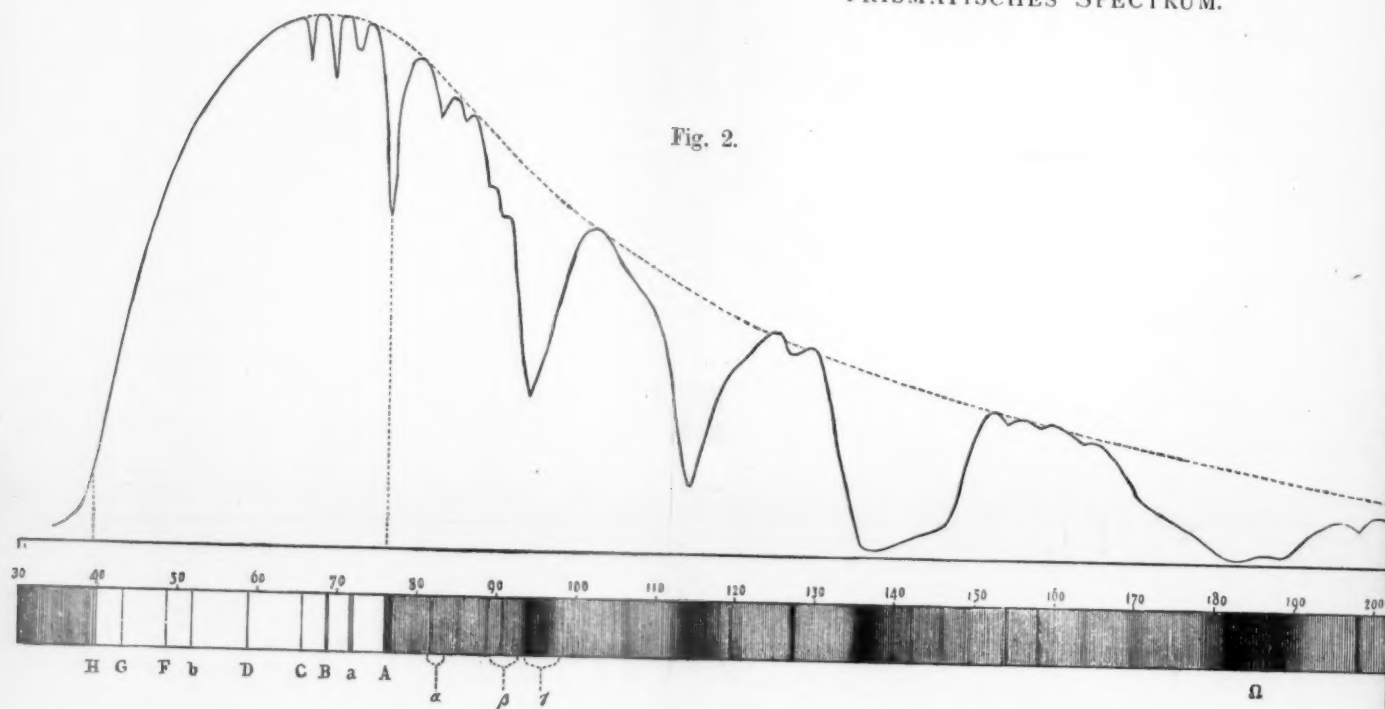
Taf. IV.





PRISMATISCHES SPECTRUM.

Fig. 2.



NORMAL-SPECTRUM.

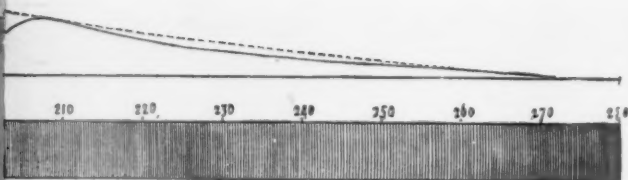
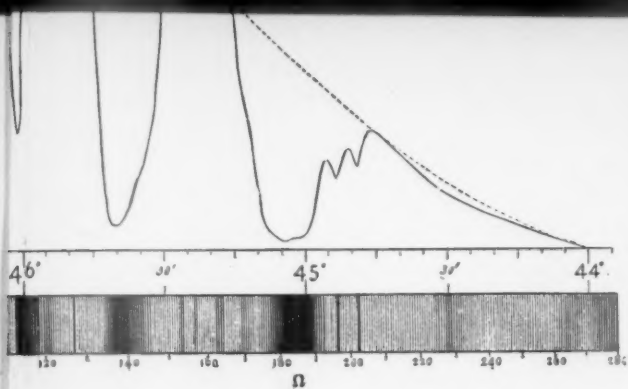


Fig. 1.



Fig. 2.

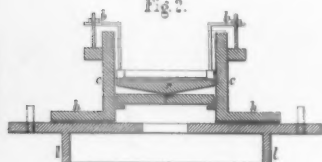


Fig. 3.

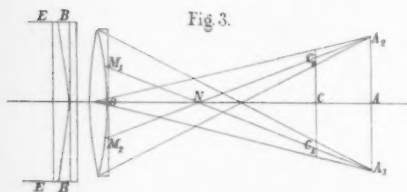


Fig. 4.

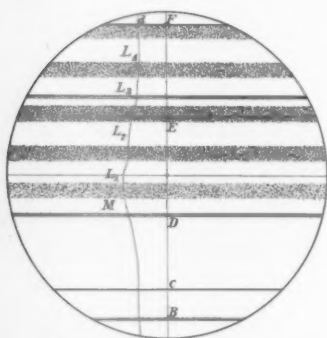


Fig. 5.

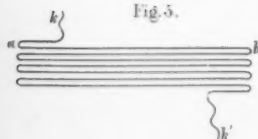


Fig. 6.

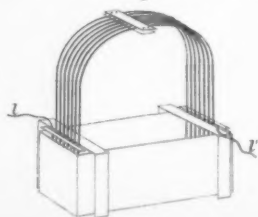


Fig. 20.

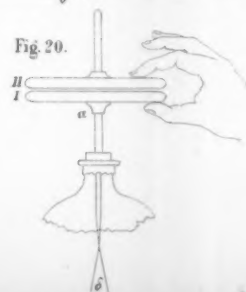


Fig. 12.

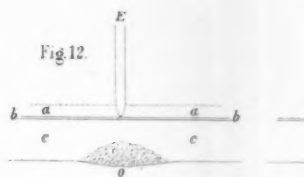


Fig. 7.

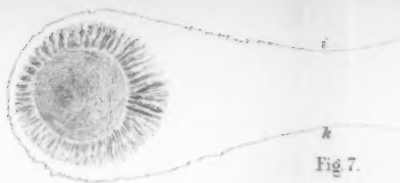


Fig. 8.

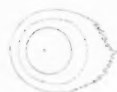


Fig. 9.

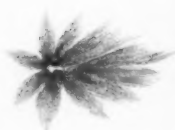


Fig. 10.

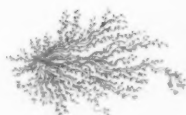


Fig. 11.



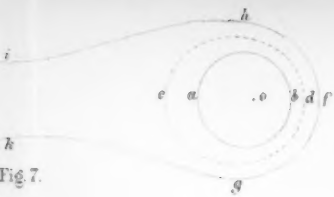


Fig. 7.

Fig. 8.



Fig. 9.



Fig. 13.



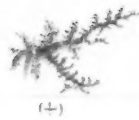
Fig. 21.



Fig. 14.



Fig. 15.



(+)

Fig. 16.



(-)



(+)

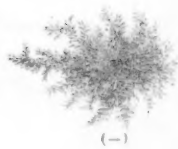
Fig. 17.

(-)



(+)

Fig. 18.

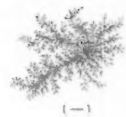


(-)



(+)

Fig. 19.



(-)



Fig. 8.



Fig. 6.

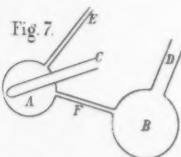
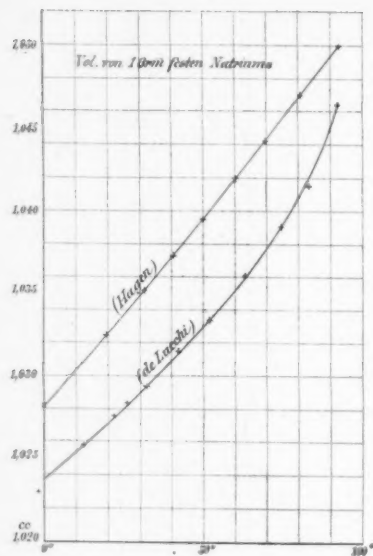


Fig. 1.

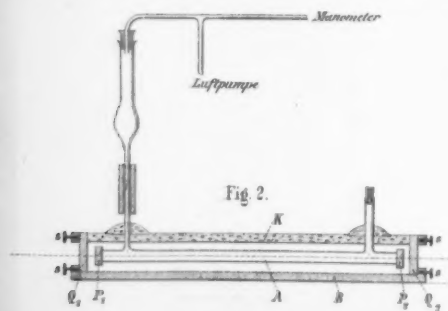
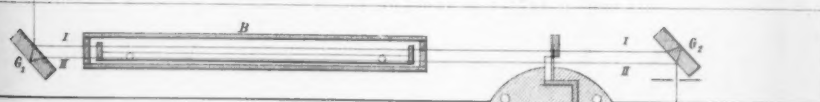


Fig. 3.

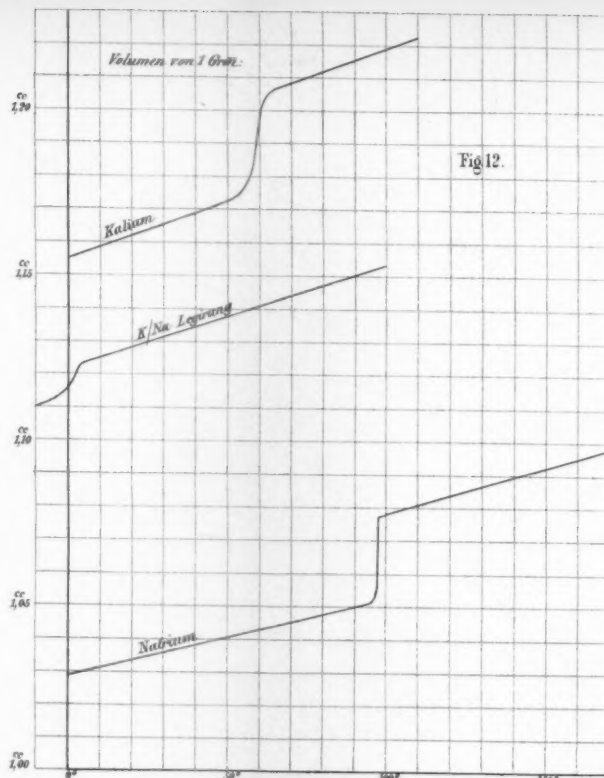
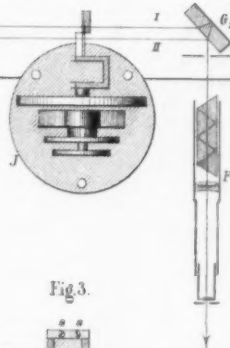


Fig. 12.

Fig. 9.

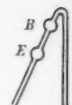


Fig. 11.

Fig. 5.

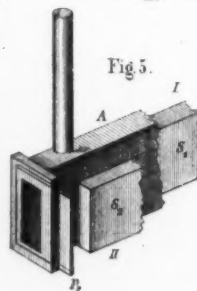


Fig. 4.

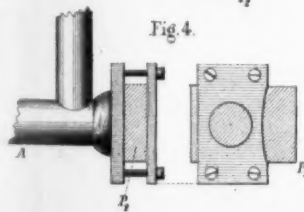


Fig. 10.



Fig. 15.



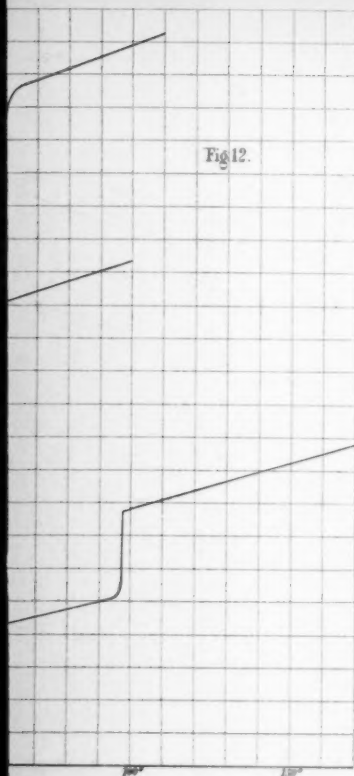


Fig. 9.



Fig. 13.

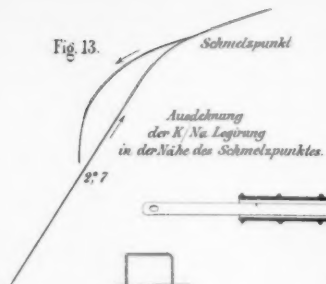


Fig. 14.



Fig. 16.

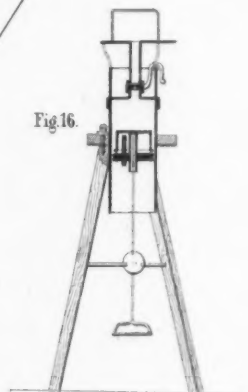


Fig. 17.

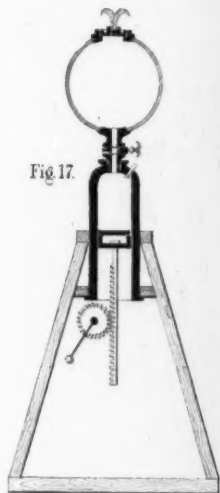


Fig. 5.

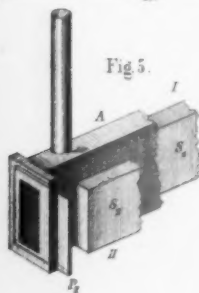


Fig. 10.



Fig. 15.

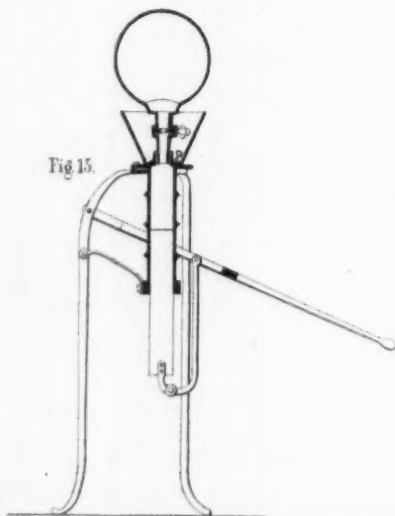


Fig. 18.

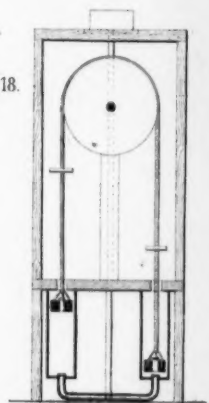
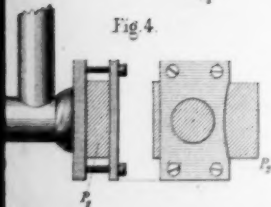
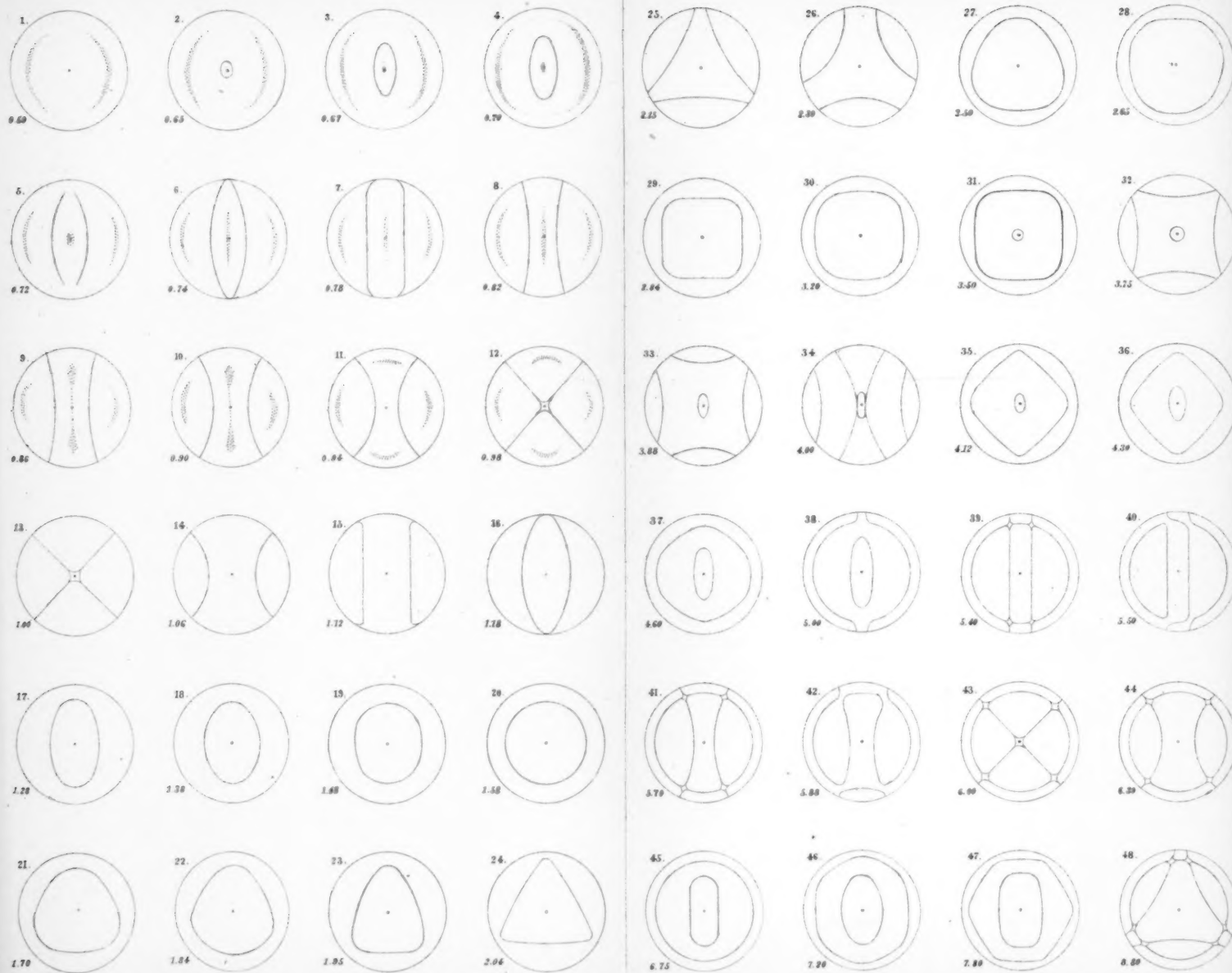
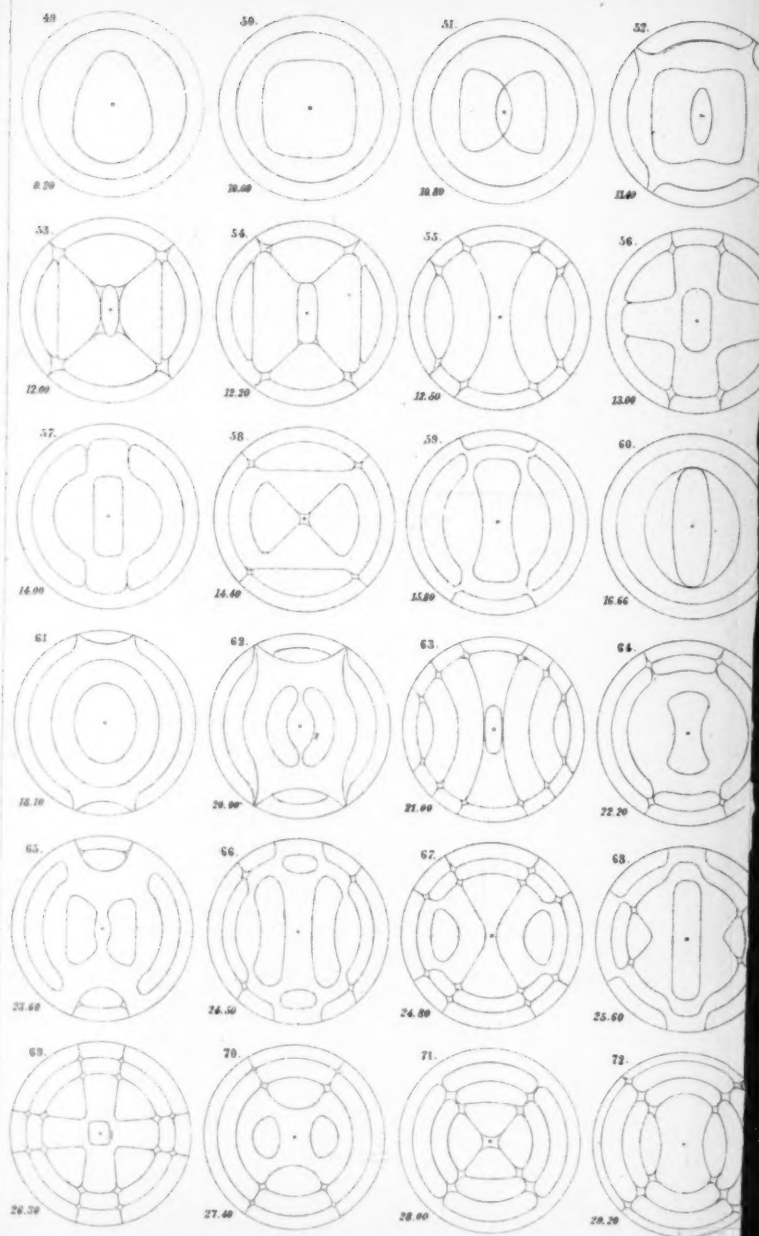
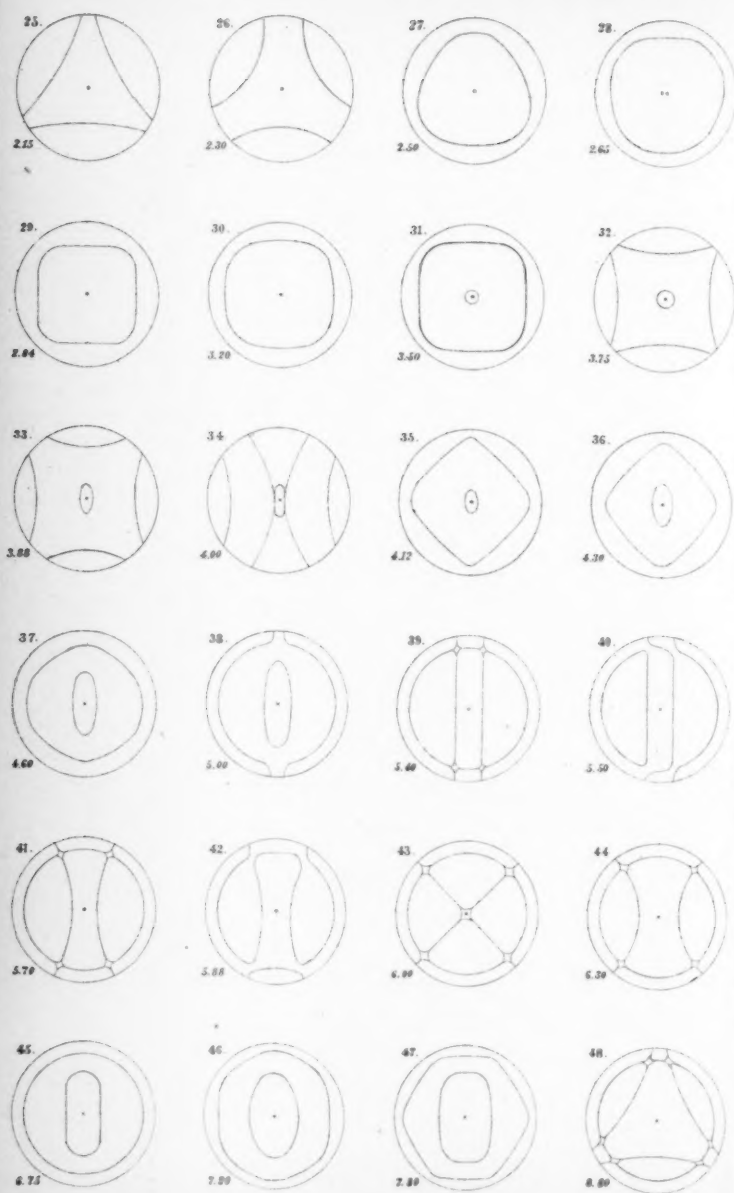


Fig. 4.







Elsas Fig1-84. Blake Fig: 85.

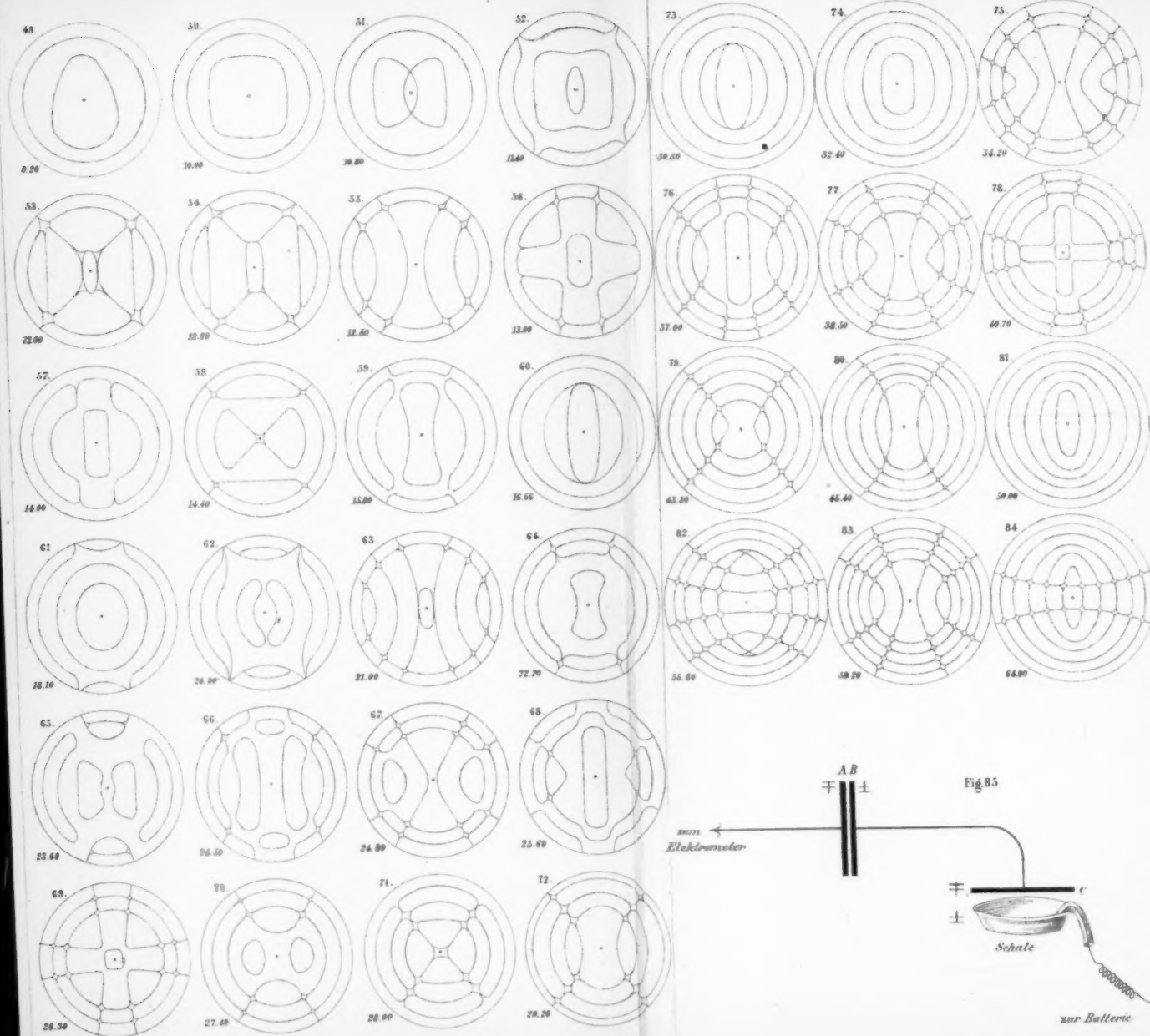
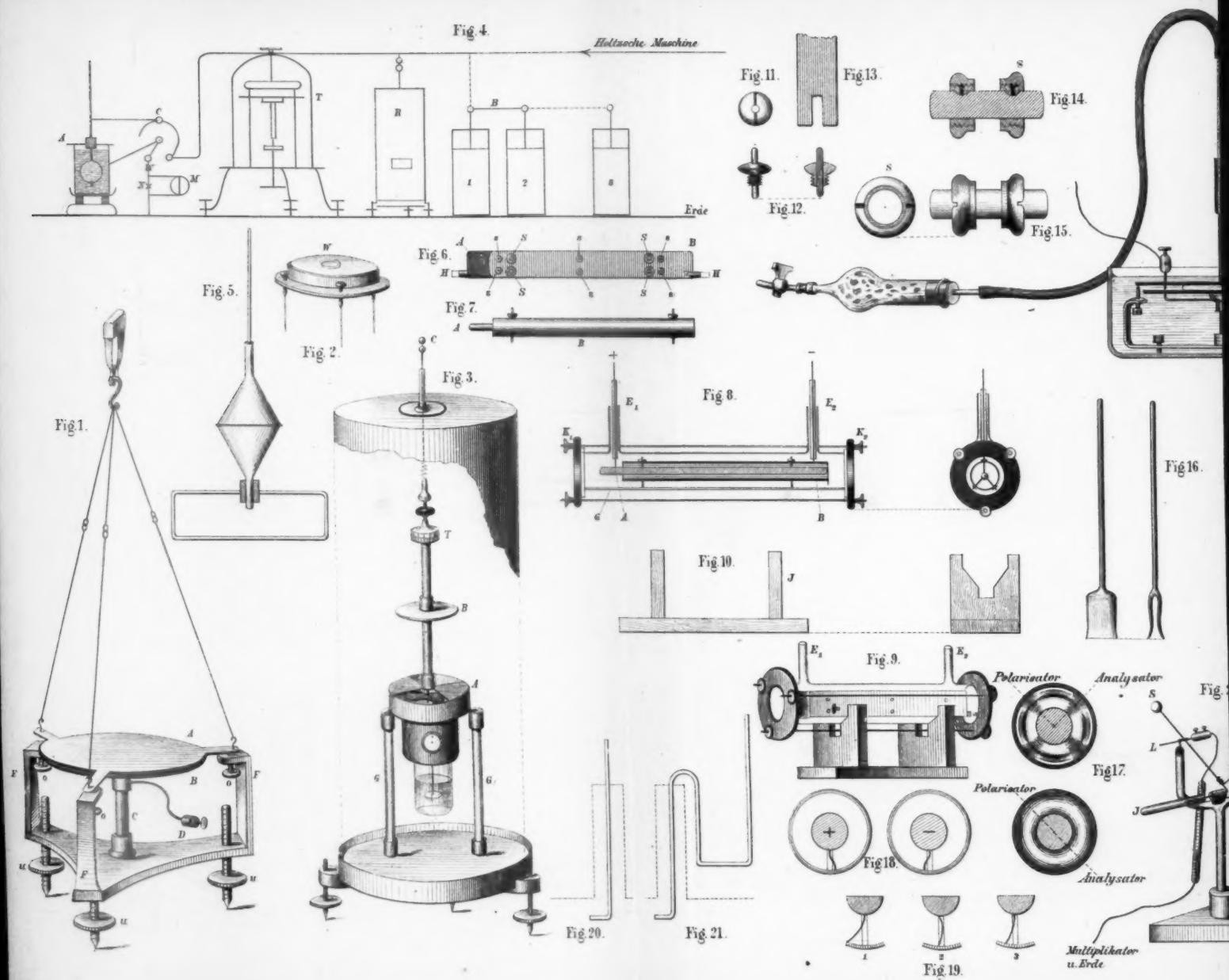
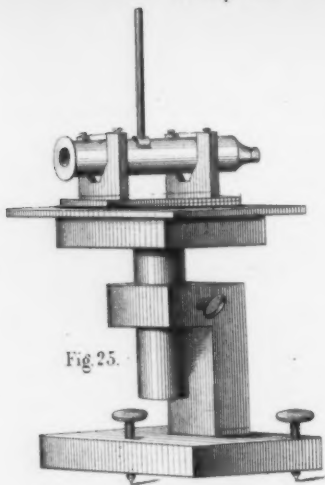


Fig. 85.



Quincke Fig. 1-26.



Elektrometer
u. Batterie

23.

R 2.2

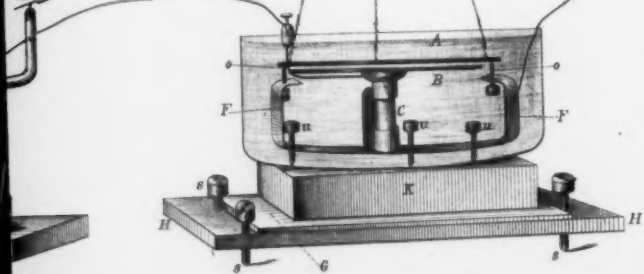


Fig. 1.



Fig. 2.

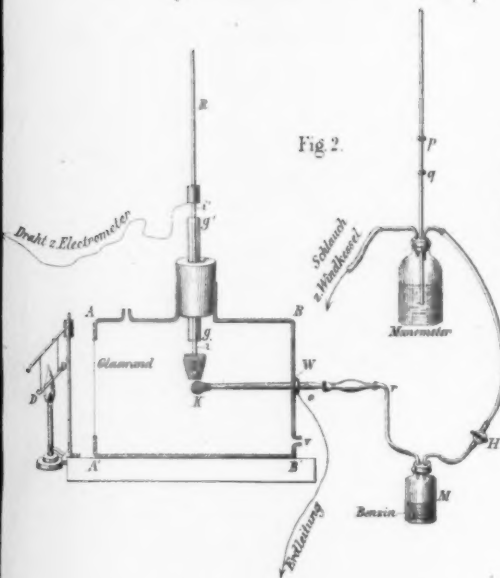


Fig. 3.

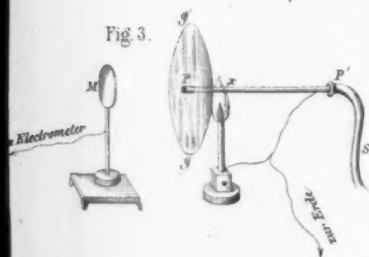


Fig. 4.

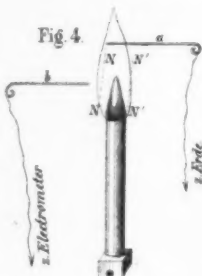


Fig. 5.

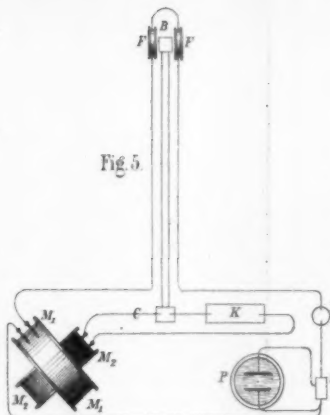


Fig. 6.

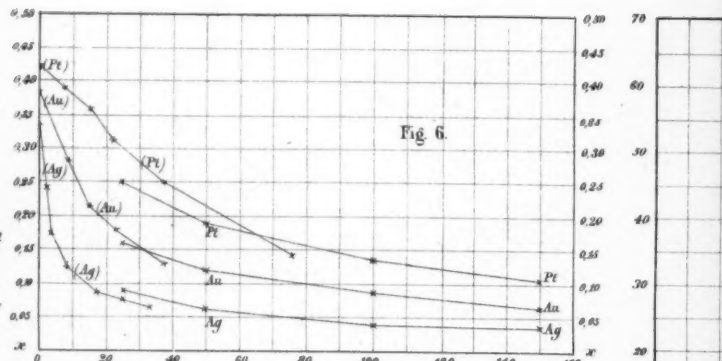


Fig. 7.

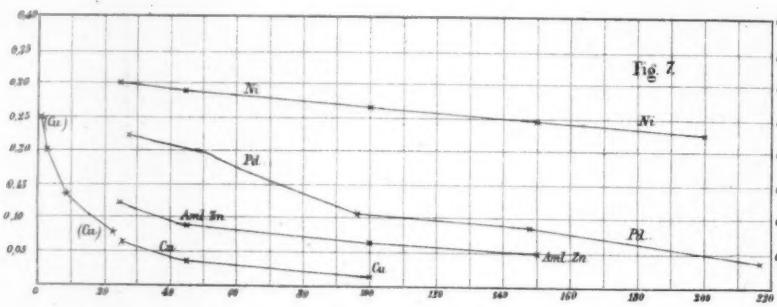
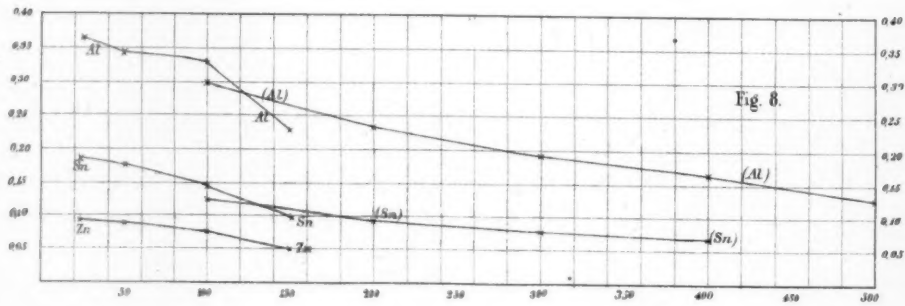


Fig. 8.



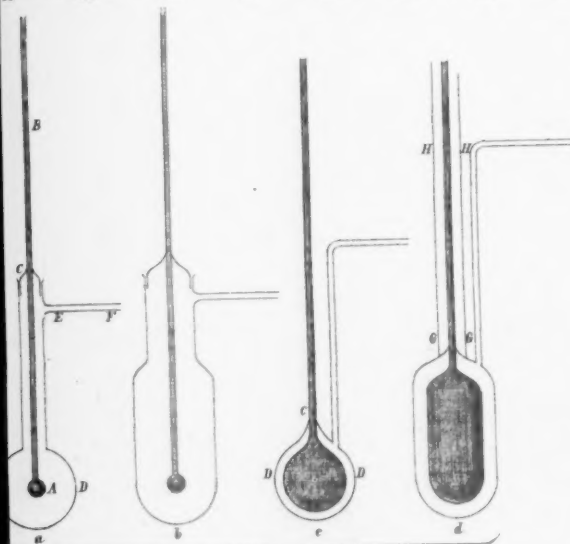
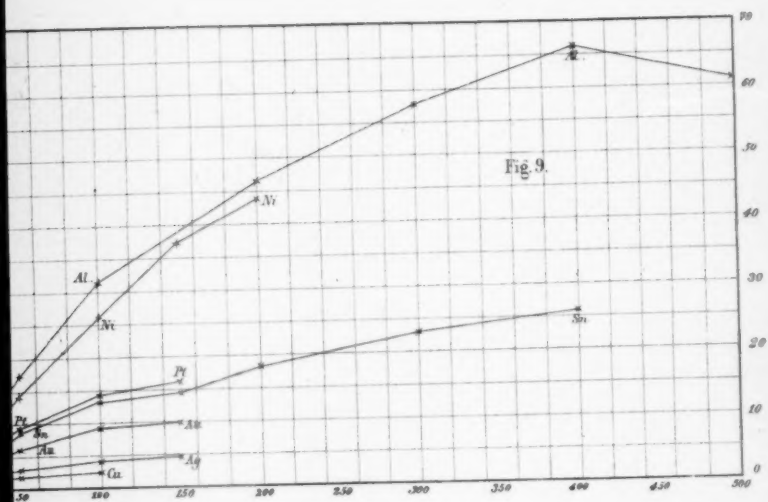


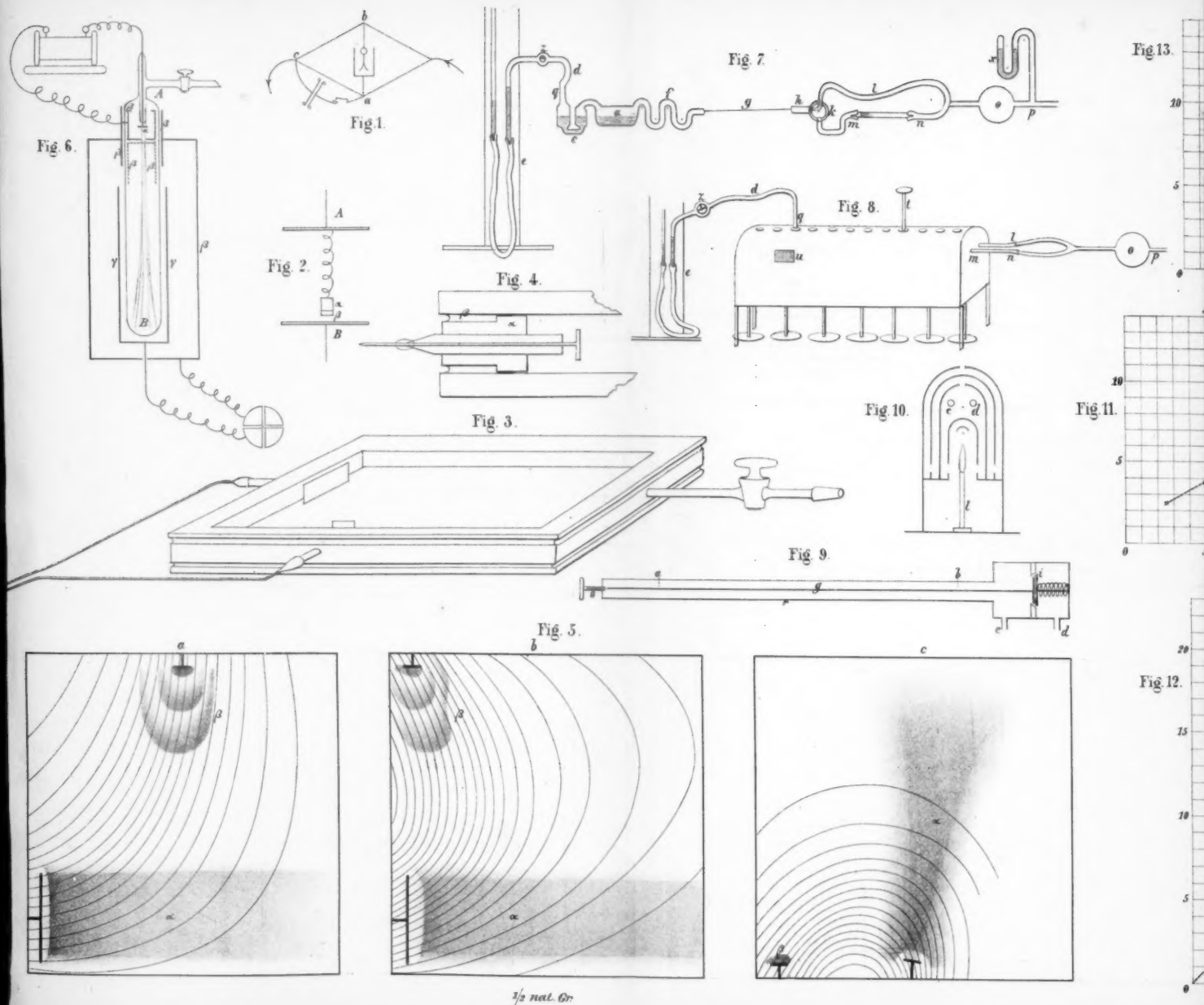
Fig. 10.



Fig. 11.



Fig. 12.



Hertz Fig. 1-6. Koch Fig. 7-10. Noack Fig. 11-13.

